

LIBRO DE ABSTRACTS

XXXVIII Jornada de Matemática de la Zona Sur

JMZS 2026

Universidad del Bío-Bío, Concepción
22, 23 y 24 de abril de 2026



Departamento de Matemática
Facultad de Ciencias
Universidad del Bío-Bío

ciencias.ubiobio.cl/jmzs

Ilustración: Hernán Barría

Índice

1. Presentación	2
Abstracts de Sesiones Temáticas	3
Abstracts: Algebra y Geometría	3
Abstracts: Análisis Numérico	26
Abstracts: Control y Problemas Inverso	62
Abstracts: Ecuaciones Diferenciales Parciales y Ecuaciones de Evolución	80
Abstracts: Educación y Didáctica de la Matemática	107
Abstracts: Física Matemática	136
Abstracts: Matemáticas Discretas, Algoritmos y Combinatoria	154
Abstracts: Modelización y Aplicaciones de la Matemática	167
Abstracts: Optimización	177
Abstracts: Probabilidad y Estadística	203
Abstracts: Sistemas Dinámicos y Ecuaciones Funcionales	210

1. Presentación

El Departamento de Matemática de la Facultad de Ciencias de la Universidad del Bío-Bío tiene el agrado de anunciar la realización de la **Jornada de Matemática de la Zona Sur (JMZS)**, que se llevarán a cabo los días **22, 23 y 24 de abril de 2026**, en la Universidad del Bío-Bío, sede Concepción.

La JMZS constituyen un encuentro académico tradicional de la comunidad matemática del sur de Chile, orientado a la difusión, discusión e intercambio de avances en investigación matemática, matemática aplicada y educación matemática, promoviendo además la interacción entre personas académicas, investigadoras en formación y estudiantes de pre y postgrado.

La edición 2026 busca fortalecer la colaboración interuniversitaria, fomentar la participación de jóvenes investigadores e investigadoras, y consolidar un espacio de encuentro inclusivo y de alto nivel académico.

Se extiende una cordial invitación a toda la comunidad matemática a participar de este importante encuentro académico.

Comité Organizador

- Paulina Mancilla, Universidad del Bío-Bío (Presidenta)
- Jaime Andrade, Universidad del Bío-Bío (Presidente Suplente)
- Felipe Lepe, Universidad del Bío-Bío
- Silvia Rueda, Universidad del Bío-Bío
- Ricardo Oyarzúa, Universidad del Bío-Bío

El Comité Científico está presidido por el Dr. Felipe Lepe (Universidad del Bío-Bío) y conformado por los organizadores de las sesiones temáticas (detalladas más adelante).

Actividades

La edición 2026 contará con:

- Cinco conferencias plenarias.
- Cuatro cursillos especializados.
- Once sesiones temáticas.
- Sesión de pósteres.

ABSTRACTS: ALGEBRA Y GEOMETRÍA

XXXVIII JORNADA DE MATEMÁTICA DE LA ZONA SUR

22–24 de abril de 2026 · Facultad de Ciencias · Universidad del Bío-Bío · Concepción, Chile

Cotas sistólicas a partir de polígonos hiperbólicos

Camila Guajardo Vásquez *

Departamento de Ingeniería Matemática
Universidad de Chile

Resumen

¿Cómo interactúan las estructuras compleja y Riemanniana de una superficie de Riemann compacta? En el caso de género al menos 2, ciertas geodésicas cerradas nos dan una respuesta: las sistoles. Aquellas superficies con grupos de automorfismos (holomorfos) grandes tienen más sistoles y ellas son más largas.

Una *sístole* es una geodésica cerrada simple de largo minimal. Su largo se denomina *largo sistólico*, y la cantidad de ellas (hasta homotopía libre), *kissing number*. En esta charla presentaré un algoritmo para estimar ambos invariantes sistólicos a partir de la acción de un grupo abstracto (finito). El ejemplo central será la *superficie de Bolza*, la superficie de género dos con el grupo de automorfismos de mayor orden (48). Mostraré explícitamente sus 12 sistoles.

Si el tiempo lo permite, comentaré las limitaciones teóricas y computaciones para extender el método tanto a géneros superiores como a *familias* de superficies dotadas con la acción de un mismo grupo.

Este trabajo fue desarrollado durante mi permanencia en el programa de Magíster de la Facultad de Ciencias de la Universidad de Chile, bajo la dirección de la Dra. Anita Rojas. Fue parcialmente financiado por el proyecto Fondecyt regular 1230034 “Subvarieties and loci in moduli spaces” (dirigido por la Dra. Anita Rojas) y por la Beca de Magíster Nacional 2025, folio 22250466, Subdirección de Capital Humano, ANID.

Palabras clave: grupos Fuchsianos, sistoles, acciones de grupo, rutina computacional

* e-mail: caguaajardo@ug.uchile.cl

Trabajo realizado junto a:

Coautor/a(s): Dra. Anita María Rojas Rodríguez
Universidad de Chile.

Referencias

- [1] Behn A., Rodríguez R., and Rojas A.M. (2013). *Adapted hyperbolic polygons and symplectic representations for group actions on Riemann surfaces*. Journal of Pure and Applied Algebra, 217(3): 409-426.
- [2] GAP-Group (2019). Gap-groups, algorithms and programming, version 4.10.2
- [3] Rodríguez R. and Rojas A.M. (2024). *A fruitful interaction between algebra, geometry and topology: Varieties through the lens of group actions*. Notices of the American Mathematical Society, 71(6).
- [4] Schmutz, P. (1993). *Riemann surfaces with shortest geodesic of maximal length*. Geometric and Functional Analysis GAFA, 3(6): 564-631.



XXXVIII Jornada de Matemática de la Zona Sur

Universidad del Bío-Bío

22, 23 y 24 de abril de 2026, Concepción, Chile



Sobre puntos de Weierstrass en curvas algebraicas y transitividad

Sebastián Reyes Carocca*

Departamento de Matemáticas

Facultad de Ciencias

Universidad de Chile

Santiago, Chile

Resumen

En esta charla discutiremos sobre curvas algebraicas complejas suaves que gozan de la propiedad de que sus puntos de Weierstrass forman una única órbita bajo la acción de sus automorfismos.

*Parcialmente financiado por los proyectos Fondecyt Regular ANID 1260144 y 1230708, e-mail: sebastianreyes.c@uchile.cl



Contando intervalos de Bruhat en grupos de Weyl afines.

Damián de la Fuente*

Instituto de Matemáticas

Universidad de Talca

Talca, Chile

Abstract

El orden de Bruhat en un grupo de Weyl surge de manera natural de la geometría, a través de las relaciones de inclusión entre variedades de Schubert, pero también puede definirse combinatoriamente en el contexto más amplio de sistemas de Coxeter. Es de gran importancia en la teoría de Kazhdan-Lusztig, donde sirve para definir la notable base y los polinomios de Kazhdan-Lusztig. Muchas preguntas fundamentales sobre este orden parcial siguen abiertas; por ejemplo, la conjetura de invariancia combinatoria afirma que los polinomios de Kazhdan-Lusztig están completamente determinados por la estructura de poset de los intervalos de Bruhat subyacentes.

En esta charla nos centraremos en el estudio de los intervalos inferiores de Bruhat (que comienzan en la identidad) en el caso de los grupos de Weyl afines y, en particular, en el cálculo de su cardinalidad. En primer lugar, describiré ciertos intervalos inferiores descomponiéndolos en términos de puntos enteros en permutaedros. A partir de ello, deduciremos una fórmula polinomial para el tamaño de tales intervalos, expresada como una combinación lineal de los volúmenes de las caras de estos polítopos. En segundo lugar, buscaremos generalizar estos resultados a casi todos los intervalos inferiores: aquellos que provienen de la célula bilateral más baja de Kazhdan-Lusztig. El principal objeto de estudio serán ciertos conjuntos que llamamos “Paper Boat”, que servirán como los bloques fundamentales para construir estos intervalos.

Trabajo realizado en conjunto con:

Federico Castillo¹, Departamento de Matemáticas, Pontificia Universidad Católica, Santiago, Chile.

Nicolás Libedinsky², Departamento de Matemáticas, Universidad de Chile, Santiago, Chile.

David Plaza³, Instituto de Matemáticas, Universidad de Talca, Talca, Chile.

References

- [1] FEDERICO CASTILLO, DAMIAN DE LA FUENTE, NICOLAS LIBEDINSKY, AND DAVID PLAZA, *On the size of Bruhat intervals*, arXiv:2309.08539 (2023).
- [2] FEDERICO CASTILLO, DAMIAN DE LA FUENTE, NICOLAS LIBEDINSKY, AND DAVID PLAZA, *Paper BOAT*, arXiv:2504.04489 (2025).

*e-mail: damian@gmail.com

¹Parcialmente financiado por FONDECYT-ANID grant 1260970, e-mail: federico.castillo@mat.uc.cl

²Parcialmente financiado por FONDECYT-ANID grant 1230247, e-mail: nlibedinsky@gmail.com

³Parcialmente financiado por FONDECYT-ANID grant 1200341, e-mail: davidricardoplaza@gmail.com

XXXVIII JORNADA DE MATEMÁTICA DE LA ZONA SUR

22–24 de abril de 2026 · Facultad de Ciencias · Universidad del Bío-Bío · Concepción, Chile

Complete toric varieties with semisimple automorphism group

Gabriel Barría Galland*

Instituto de Matemáticas

Universidad de Talca

Talca, Chile

Resumen

Let X be a complete toric variety. We study the relationship between factorizations of the automorphism group $\text{Aut}^\circ(X)$ and product decompositions of X itself. Our main technical result states that any direct-sum decomposition of the 1-skeleton of the fan of X induces a corresponding decomposition of the fan as a direct sum. As an application, we give an elementary algebraic proof that if $\text{Aut}^\circ(X)$ is semisimple, then X is isomorphic to a product of projective spaces. The proof relies on the theory of Demazure roots and avoids the Lie-theoretic arguments used in previous approaches.

Referencias

- [1] Michel Demazure. Sous-groupes algébriques de rang maximum du groupe de Cremona. *Ann. Sci. Éc. Norm. Supér. (4)*, 3:507–588, 1970.
- [2] Alvaro Liendo and Giancarlo Lucchini Arteche. Automorphisms of products of toric varieties. *Mathematical Research Letters*, 29(2):529–540, 2022.

*Partially supported by Beca ANID Doctorado Nacional 2025 Folio 21251132, e-mail: gabriel.barría@utalca.cl

XXXVIII JORNADA DE MATEMÁTICA DE LA ZONA SUR

22–24 de abril de 2026 · Facultad de Ciencias · Universidad del Bío-Bío · Concepción, Chile

Complete toric varieties with semisimple automorphism group

Gabriel Barría Galland*

Instituto de Matemáticas

Universidad de Talca

Talca, Chile

Resumen

Let X be a complete toric variety. We study the relationship between factorizations of the automorphism group $\text{Aut}^\circ(X)$ and product decompositions of X itself. Our main technical result states that any direct-sum decomposition of the 1-skeleton of the fan of X induces a corresponding decomposition of the fan as a direct sum. As an application, we give an elementary algebraic proof that if $\text{Aut}^\circ(X)$ is semisimple, then X is isomorphic to a product of projective spaces. The proof relies on the theory of Demazure roots and avoids the Lie-theoretic arguments used in previous approaches.

Referencias

- [1] Michel Demazure. Sous-groupes algébriques de rang maximum du groupe de Cremona. *Ann. Sci. Éc. Norm. Supér. (4)*, 3:507–588, 1970.
- [2] Alvaro Liendo and Giancarlo Lucchini Arteche. Automorphisms of products of toric varieties. *Mathematical Research Letters*, 29(2):529–540, 2022.

*Partially supported by Beca ANID Doctorado Nacional 2025 Folio 21251132, e-mail: gabriel.barría@utalca.cl

XXXVIII JORNADA DE MATEMÁTICA DE LA ZONA SUR

22–24 de abril de 2026 · Facultad de Ciencias · Universidad del Bío-Bío · Concepción, Chile

La resolución columna-diamante sobre anillos de monomios cuadráticos

Daniel Bravo*

Instituto de Ciencias Físicas y Matemáticas
Facultad de Ciencias
Universidad Austral de Chile

Resumen

Presentaremos un procedimiento combinatorio que permite construir resoluciones libres sobre anillos del tipo $R = k[x_1, \dots, x_n]/I$ donde I está generado por monomios cuadráticos.

El método se basa en reglas locales que asocian a cada monomio perteneciente al ideal una figura elemental (columna) y a cada monomio no perteneciente al ideal una figura complementaria (diamante). Al iterar estas reglas se obtiene un diagrama infinito que codifica los diferenciales de un complejo libre. Demostraremos que este procedimiento produce efectivamente una resolución libre, y mostraremos cómo la estructura del diagrama permite deducir propiedades homológicas del anillo, en particular la infinitud de su dimensión inyectiva. Discutiremos cómo una propiedad de auto-similitud de estos complejos permite obtener complejos periódicos asociados.

Palabras clave: resolución libre, monomio cuadrático, dimensión inyectiva

Trabajo realizado junto a:

Federico Castillo (Pontificia Universidad Católica de Chile)
Nelly Villamizar (Swansea University).

* e-mail: daniel.bravo@uach.cl



Group Actions on Riemann-Roch Space $I_{\frac{1}{2}}$

Angel Carocca*

Departamento de Matemática

Universidad de La Frontera

Abstract

Let G be a group acting on a compact Riemann surface \mathcal{X} and let D be a G -invariant divisor on \mathcal{X} . The action of G on \mathcal{X} induces a linear representation $L_G(D)$ of G on the Riemann-Roch space associated with D .

In this note we present results on the decomposition of $L_G(D)$ into complex irreducible representations of G , when D is an effective special G -invariant divisor.

We illustrate these results with examples arising from well-known families of curves.

*Partially supported by Fondecyt Grant 1240181, e-mail: angel.carocca@ufrontera.cl

XXXVIII JORNADA DE MATEMÁTICA DE LA ZONA SUR

22–24 de abril de 2026 · Facultad de Ciencias · Universidad del Bío-Bío · Concepción, Chile

Un criterio de controlabilidad de hipersuperficies rodando

Mauricio Godoy Molina*

Departamento de Matemática y Estadística
Universidad de La Frontera

Resumen

El sistema mecánico formado por dos variedades Riemannianas rodando sin deslizarse y sin rotar en un punto es conocido por diversos motivos, todos ellos relacionados con su dificultad. En particular, una de las preguntas relevantes es encontrar criterios que aseguren su controlabilidad: dadas dos configuraciones tangentes de las variedades, ¿será posible rodar una sobre la otra desde la primera configuración a la segunda?

Hay respuestas razonables en dimensiones bajas (Agrachev-Sachkov, Bryant-Hsu, Chitour-Kokkonen), pero en el caso general esto está asegurado por la invertibilidad de un tensor difícil de calcular. Encontrar condiciones suficientes en dimensiones altas es de gran interés para la comunidad de control geométrico.

En esta charla presentaré las ideas generales de un trabajo en proceso, para dar una condición que asegura la controlabilidad del sistema en el caso de hipersuperficies isométricamente embebidas en \mathbb{R}^{n+1} . Esta condición usa una generalización clásica de la indicatriz de Dupin.

Palabras clave: variedades rodando, controlabilidad, hipersuperficies

*e-mail: mauricio.godoy@ufrontera.cl

Referencias

- [1] Agrachev, A.; Sachkov, Yu. (1999). *An intrinsic approach to the control of rolling bodies*. Proceedings of the IEEE Conference on Decision and Control, pp. 431–435, doi: 10.1109/CDC.1999.832815.
- [2] Bobadilla Osses, A.; Godoy Molina, M. (2026). *Controllability of the rolling system of a Lorentzian manifold on $\mathbb{R}^{n,1}$* . Journal of Geometry and Physics, vol. 220, Art. ID 105717, doi: 10.1016/j.geomphys.2025.105717.
- [3] Bryant, R.; Hsu, L. (1993). *Rigidity of integral curves of rank 2 distributions*. Inventiones mathematicae, vol. 114, pp. 435–461, doi: 10.1007/BF01232676.
- [4] Chitour, Y.; Kokkonen, P. (2016). *Rolling of manifolds and controllability in dimension three*. Mémoires de la Société Mathématique de France (Nouvelle série), no. 147.
- [5] Chitour, Y.; Godoy Molina, M.; Kokkonen, P. (2015) *Symmetries of the rolling model*. Mathematische Zeitschrift, vol. 281, no. 3-4, pp. 783–805, doi: 10.1007/s00209-015-1508-6.
- [6] Wilder, C. (1923). *Differential geometry of an m -dimensional manifold in a Euclidean space of n dimensions*. Trans. Amer. Math. Soc. 25, pp. 99–122, doi: 10.1090/S0002-9947-1923-1501232-8.

XXXVIII JORNADA DE MATEMÁTICA DE LA ZONA SUR

22–24 de abril de 2026 · Facultad de Ciencias · Universidad del Bío-Bío · Concepción, Chile

Anillos de Cox de Superficies Elípticas Racionales

Sofía Pérez Garbayo*

Departamento de Matemática
Universidad de Concepción

Resumen

El problema de caracterizar los anillos de Cox de una variedad dada ha recibido bastante atención en los últimos años, por ejemplo, en los casos de las superficies K3 Mori dream de rango 2 (Ottem, [1], 2013) y 3 (Artebani, Correa Deisler, Laface, [2], 2021) y de las superficies elípticas racionales jacobianas (Artebani, Garbagnati, Laface, [3], 2016).

Una posible generalización de este último caso es quitar la hipótesis de jacobianidad. En esta charla, hablaremos de cómo las técnicas de Artebani, Correa Deisler y Laface se pueden adaptar a este caso y de cómo esto nos permite dar una caracterización de los grados que aparecen en el anillo de Cox de estas superficies; además de especializarlas al caso de índice de Halphen 2.

Este es un trabajo conjunto con Michela Artebani ([4], 2025).

Palabras clave: Anillos de Cox, Superficies elípticas racionales, Superficies anticanónicas.

Trabajo realizado junto a:

Coautor/a(s): Michela Artebani - Departamento de Matemática, Universidad de Concepción.

*e-mail: sperez2017@udec.cl

Referencias

- [1] Ottem, John Christian (2013). *Cox rings of K3 surfaces with Picard number 2*. J. Pure Appl. Algebra.
- [2] Artebani, Michela; Correa Deisler, Claudia; Laface, Antonio (2021). *Cox rings of K3 surfaces of Picard number three*. J. Algebra.
- [3] Artebani, Michela; Garbagnati, Alice; Laface, Antonio (2021). *Cox rings of extremal rational elliptic surfaces*. Trans. Amer. Math. Soc.
- [4] Artebani, Michela; Pérez Garbayo, Sofía (2025). *Cox rings of nef anticanonical rational surfaces*. Adv. Math.

XXXVIII JORNADA DE MATEMÁTICA DE LA ZONA SUR

22–24 de abril de 2026 · Facultad de Ciencias · Universidad del Bío-Bío · Concepción, Chile

Una descomposición del espacio \mathcal{M} de métricas riemannianas sobre una variedad

Pedro Tobar Méndez ^{*}
Departamento de Matemáticas
Universidad Técnica Federico Santa María

Resumen

En esta charla comenzaremos discutiendo la relación entre distintas nociones de curvatura en una variedad riemanniana y su vínculo con el teorema de Gauss–Bonnet, lo que muestra cómo ciertas cantidades geométricas están profundamente conectadas con la topología de la variedad.

En este contexto, resulta natural estudiar curvaturas como la curvatura escalar y la Q -curvatura, en particular desde el punto de vista de su comportamiento bajo cambios de métrica y su rol en problemas de tipo conforme.

Motivados por estas consideraciones, recordaremos un resultado de Koiso ([?],[?],[?],[?]) sobre la descomposición del espacio de métricas riemannianas asociado a la curvatura escalar, el cual permite entender localmente la estructura de este espacio.

Mostraremos entonces que un resultado análogo sigue siendo válido al considerar la Q -curvatura. Más precisamente, si M es una variedad C^∞ compacta y denotamos por \mathcal{M} el espacio de métricas riemannianas, y por \mathcal{F} el espacio de funciones positivas, entonces existe un difeomorfismo local

$$\mathcal{F} \times \overline{\mathcal{Q}} \longrightarrow \mathcal{M},$$

donde $\overline{\mathcal{Q}}$ es el subespacio de métricas de volumen uno tales que $Q_g = 0$, o bien $(\frac{n}{2} + 2) Q_g$ no es un valor propio del operador de Paneitz P_4 .

* e-mail: pedro.tobarm@sansano.usm.cl

Palabras clave: Variedad de métricas Riemannianas, Variedades ILH

Trabajo realizado junto a:

Coautor/as: Carolina Rey, María Fernanda Espinal
USM.

XXXVIII JORNADA DE MATEMÁTICA DE LA ZONA SUR

22–24 de abril de 2026 · Facultad de Ciencias · Universidad del Bío-Bío · Concepción, Chile

Título de la charla: Superficies de Riemann de género $p^2 + 1$ con $5p^2$ automorfismos.

Tomás Foncea Espejo *
Facultad de Ciencias
Universidad de Chile
Santiago, Chile

Resumen

El estudio de superficies de Riemann compactas y sus grupos de automorfismos ha sido un tema clásico de investigación y ha establecido conexiones entre áreas como geometría algebraica, teoría de grupos, topología y análisis complejo. Una de las principales líneas de investigación en este tópico consiste en comprender las simetrías de estas superficies a través de las acciones de grupos finitos. En esta charla presentaremos resultados sobre superficies de Riemann de género $p^2 + 1$ con la acción de un grupo de orden $5p^2$, para $p > 5$ un número primo.

Palabras clave: superficies de Riemann, geometría compleja.

Trabajo realizado junto a:

Coautor/a(s): Sebastián Reyes-Carocca

Facultad de Ciencias, Universidad de Chile, Santiago, Chile.

* e-mail: tomas.foncea@ug.uchile.cl

XXXVIII JORNADA DE MATEMÁTICA DE LA ZONA SUR

22–24 de abril de 2026 · Facultad de Ciencias · Universidad del Bío-Bío · Concepción, Chile

Weighted projective degenerations of \mathbb{P}^n

Sebastián Torres*

Departamento de Matemática
Universidad de Concepción

Resumen

It is known by work of Manetti, Hacking and Prokhorov that any mildly singular degeneration of \mathbb{P}^2 is (a partial smoothing of) a weighted projective plane. We try to study the same question for higher dimensions, and find new examples of weighted projective spaces that are degenerations of \mathbb{P}^n . We use this to address questions on moduli of hypersurfaces and complete intersections. This is joint work with Kristin DeVleming and Jennifer Li.

Palabras clave: degeneration, smoothing, weighted projective space.

Trabajo realizado junto a:

Jennifer Li (Princeton University), Kristin DeVleming (University of California San Diego).

Referencias

- [1] Hacking, P. and Prokhorov, Yu. (2010). *Smoothable del Pezzo surfaces with quotient singularities*. Compos. Math.
- [2] Ascher, K., DeVleming, K. and Liu, Y. (2023). *K-stability and birational models of moduli of quartic K3 surfaces*. Invent. Math.

*e-mail: storresk@udec.cl

Referencias

- [1] M. BELOLIPETSKY AND G.A. JONES, *Automorphism groups of Riemann surfaces of genus $p + 1$, where p is prime*, Glasg. Math. J. **47** (2005), no.2, 379–393.
- [2] E. BUJALANCE, F.J. CIRRE AND M.D.E. CONDER, *On extendability of group actions on compact Riemann surfaces*, Trans. Amer. Math. Soc. **355** (2003), no. 4, 1537–1557.
- [3] A. CAROCCA AND S. REYES-CAROCCA, *Riemann surfaces of genus $1 + q^2$ with $3q^2$ automorphisms*, J. Algebra **588** (2021), 440–470.
- [4] M. IZQUIERDO, G.A. JONES AND S. REYES-CAROCCA, *Groups of automorphisms of Riemann surfaces and maps of genus $p + 1$ where p is prime*, Ann. Fenn. Math. **46** (2021), no.2, 839–867.
- [5] J. MA, *Orientably-regular maps of Euler characteristic $-2p^2$* , European J. Combin. **96** (2021), Paper No. 103366, 16 pp.



On bounds for the degree of the zero fiber of rank-2 quaternionic reflection groups

Lien Cartaya*

Instituto de Matemáticas

Universidad de Talca

Talca, Chile

Resumen

We study the degree of the zero fiber ($\dim_{\mathbb{C}}(\mathbb{C}[\mathbf{x}]/\langle(\mathbb{C}[\mathbf{x}])^W\rangle_{>0})$) associated with a rank-two quaternionic reflection group W (for example, $\Gamma^2 \rtimes S_2$ with $\Gamma = C_l, BD_{2l}$). This question is closely connected to the study of certain modules over symplectic reflection algebras attached to the reflection group, namely $H_{\mathbb{C}}(\Gamma)^{\otimes 2} \rtimes S_2$.

We use representation-theoretic methods, constructing and analyzing families of modules over the symplectic reflection algebra that admit surjective maps from the zero fiber ring. Comparing their decompositions into irreducible components yields lower bounds for the degree of the zero fiber. In addition, we obtain upper bounds using Gröbner basis techniques.

We obtain sharp bounds that almost determine the degree in rank two, giving new insight into the size and structure of zero fibers in the quaternionic setting and suggesting extensions to higher rank.

This problem builds on the work initiated by Haiman for S_n and the other real reflection groups in [5], [6], and [7]. That work was subsequently generalized by Griffeth and Gordon in [2], [3], and [4]. Partial results concerning the lower bound for groups of the form $\Gamma^n \rtimes S_n$, where $\Gamma \leq \mathrm{SL}_2(\mathbb{C})$, were obtained in [1].

Joint work with:

Stephen Griffeth¹, Instituto de Matemáticas, Universidad de Talca, Talca, Chile.

Referencias

- [1] L. Cartaya and S. Griffeth. Zero fibers of quaternionic quotient singularities. *Revista Matemática Iberoamericana*, 41(3):1461–1487, 2025. doi:10.4171/RMI/1528.
- [2] I. Gordon. On the quotient ring by diagonal invariants. *Inventiones Mathematicae*, 153(3):503–518, September 2003.
- [3] I. Gordon and S. Griffeth. Catalan numbers for complex reflection groups. *American Journal of Mathematics*, 134(6):1491–1502, December 2012.
- [4] S. Griffeth. The diagonal coinvariant ring of a complex reflection group. *Algebra & Number Theory*, 17(11):2033–2053, October 2023.
- [5] M. D. Haiman. Conjectures on the quotient ring by diagonal invariants. *Journal of Algebraic Combinatorics*, 3:17–76, 1994.
- [6] M. D. Haiman. Hilbert schemes, polygraphs and the Macdonald positivity conjecture. *Journal of the American Mathematical Society*, 14(4):941–1006, May 2001.
- [7] M. D. Haiman. Vanishing theorems and character formulas for the Hilbert scheme of points in the plane. *Inventiones Mathematicae*, 149:371–407, 2001.

*Partially supported by ANID Doctorado Nacional 21240547., e-mail: liencartaya98@gmail.com

¹Partially supported by FONDECYT Regular 1231355, e-mail: stephenpgriffeth@gmail.com



Invariantes cuánticos no-semisimples de nudos y sumas de Murasugi

Daniel López Neumann*

Departamento de Matemática

Universidad de Concepción

Concepción, Chile

Resumen

Los llamados invariantes “cuánticos” de nudos, descubiertos en los 80 a partir del trabajo de Jones [4], son una clase amplia de invariantes topológicos de nudos que provienen de la teoría de representaciones de grupos cuánticos. Sin embargo, una pregunta fundamental que sigue bastante abierta, es la de encontrar el significado geométrico de estos invariantes.

En varios trabajos con Roland van der Veen desde el 2022, hemos demostrado que los invariantes “no-semisimples” [1], [3] se relacionan bastante bien con la topología geométrica de nudos, por ejemplo, con el género mínimo [5] y fibraciones [6], marcando un contraste notable con los famosos polinomios de Jones y HOMFLY.

En esta charla explicaré un nuevo resultado en esta dirección: a partir de cualquier grupo cuántico en raíz de la unidad $U_\zeta(\mathfrak{g})$ se puede construir un invariante $I_{\mathfrak{g},\zeta}(L) \in \mathbb{Z}[\zeta]$ que es multiplicativo por suma de Murasugi de superficies de género mínimo, es decir

$$I_{\mathfrak{g},\zeta}(L_1 * L_2) = I_{\mathfrak{g},\zeta}(L_1)I_{\mathfrak{g},\zeta}(L_2).$$

Es interesante notar que hasta ahora solo existían dos invariantes con esta propiedad: la parte principal del polinomio de Alexander ($= I_{\mathfrak{sl}_2, \sqrt{-1}}$) y de la homología de Floer de nudos [2].

Trabajo realizado en conjunto con:

Roland van der Veen, Departamento de Matemática, Universidad de Groningen, Groningen, Países bajos.

Referencias

- [1] AKUTSU, YASUHIRO AND DEGUCHI, TETSUO AND OHTSUKI, TOMOTADA, *Invariants of colored links*, J. Knot Theory Ramifications **1**, (1992).
- [2] CHENG, ZHECHI AND HEDDEN, MATTHEW AND SARKAR, SUCHARIT, *Murasugi sum and extremal knot Floer homology*, Quantum Topol. **16**, (2025).
- [3] COSTANTINO, FRANCESCO AND GEER, NATHAN AND PATUREAU-MIRAND, BERTRAND, *Quantum invariants of 3-manifolds via link surgery presentations and non-semi-simple categories*, Journal of Topology, **7**, (2014).
- [4] JONES, V. F. R., *A polynomial invariant for knots via von Neumann algebras*, Bull. Amer. Math. Soc. (N.S.) **12**, (1985). 103-111.

*Parcialmente financiado por Fondecyt INI 11261601. e-mail: dlopezn@udec.cl

- [5] LÓPEZ NEUMANN, DANIEL AND VAN DER VEEN, ROLAND, *Genus bounds for twisted quantum invariants*, to appear in J. Eur. Math. Soc. (JEMS), (2025).
- [6] LÓPEZ NEUMANN, DANIEL AND VAN DER VEEN, ROLAND, *Non-semisimple \mathfrak{sl}_2 quantum invariants of fibred links*, Adv. Math. **480**, (2025).



Ponte en mi lugar. Ejemplos de homogeneidad en geometría

Marcos Salvai*

FAMAF

Universidad Nacional de Córdoba

Córdoba, Argentina

Resumen

¿Con qué argumentos se puede justificar que los elementos de un conjunto son todos “lo mismo” en cierto sentido? La razón puede ser en principio ingenua, basada en (auto-)percepción o empatía, pero en aras de la precisión y para organizar mejor las ideas puede convenir recurrir a un grupo transitivo de transformaciones.

Presentamos tres ejemplos: a) Simetrías ocultas de una distribución de planos. b) Una distancia compatible con la homogeneidad en el conjunto de todas las elipses, que puede resultar extraña a simple vista. c) Un vistazo a la geometría de la esfera de Lie (admitir puntos como circunferencias de radio cero en este contexto).

Es una ponencia de divulgación basada en [1].

Referencias

- [1] SALVAI, MARCOS. *If you were in my shoes: Examples of homogeneity in geometry*, *Math. Intelligencer* **47**, (2025). 323–326.

*Parcialmente financiado por la Secretaría de Ciencia y Tecnología de la Universidad Nacional de Córdoba y el Instituto Max Planck de Matemática (Bonn, Alemania). e-mail: marcos.salvai@unc.edu.ar



Prym–map de cubrientes cíclicos ramificados de grado primo sobre curvas elípticas

Víctor Valdebenito Sepúlveda*

Departamento de Matemática y Estadística

Universidad de la Frontera

Temuco, Chile

Resumen

Una construcción clásica de variedades abelianas son las variedades de Prym asociadas a cubrientes de curvas algebraicas. A cada cubriente entre curvas suaves se le puede asociar una variedad abeliana polarizada, y esto da lugar al Prym map, que envía el cubriente a su correspondiente variedad de Prym. El estudio de la geometría de este mapa, en particular de sus propiedades de finitud, constituye un problema clásico en la teoría de variedades abelianas y espacios de módulos.

En el caso clásico de cubrientes dobles, la teoría de variedades de Prym se remonta al trabajo de Mumford [2]. Posteriormente, la geometría del Prym map ha sido estudiada en distintos contextos, entre ellos el caso de cubrientes dobles ramificados [1], el de cubrientes cíclicos étale de grado primo sobre curvas hiperelípticas, y el de ciertos cubrientes cíclicos ramificados bajo hipótesis especiales sobre la ramificación [3]. Motivados por estos antecedentes, en esta charla consideramos cubrientes cíclicos ramificados de grado primo sobre curvas elípticas y estudiamos el correspondiente Prym map. Mostramos que este mapa es genéricamente finito sobre su imagen. Como consecuencia, se obtiene además una familia geoméricamente natural de variedades de Prym–Tyurin de exponente primo.

Trabajo realizado bajo la dirección de

Rubí Rodríguez¹, Departamento de Matemática y Estadística

Universidad de la Frontera

Temuco, Chile.

Referencias

- [1] V. MARCUCCI, G. P. PIROLA, *Generic Torelli theorem for Prym varieties of ramified coverings*, *Compos. Math.* **148** (2012), 1147–1170.
- [2] D. MUMFORD, *Prym varieties I*, in *Contributions to Analysis*, Academic Press, New York, 1974, pp. 325–350.
- [3] H. LANGE, A. ORTEGA, *Prym varieties of cyclic coverings*, *Geom. Dedicata* **150** (2011), 391–403.
- [4] J. RIES, *The Prym variety for a cyclic unramified cover of a hyperelliptic Riemann surface*, *J. Reine Angew. Math.* **340** (1983), 59–69.

*Parcialmente financiado por ANID BECAS/DOCTORADO NACIONAL 21221502, e-mail: victor.valdebenito@ufrontera.cl

¹e-mail: rubi.rodriguez@ufrontera.cl

ABSTRACTS: ANÁLISIS NUMÉRICO



Elementos virtuales para EDPs de alto orden vía Ciarlet–Raviart

Carlos Reales*

Departamento de Matemáticas y Estadísticas

Universidad de Córdoba

Montería, Colombia

Resumen

En esta charla se explora la capacidad del Método de los Elementos Virtuales (VEM) para la aproximación numérica de ecuaciones diferenciales parciales de alto orden sobre mallas poligonales generales. El enfoque común en todos los casos se basa en la estrategia de Ciarlet–Raviart, que permite reformular problemas de orden elevado como sistemas acoplados de ecuaciones de menor orden.

En una primera parte [1], se consideran problemas poliharmónicos de la forma $(-\Delta)^n u = g$. Mediante la introducción de variables auxiliares, el problema se descompone en una secuencia de problemas de segundo y cuarto orden, que se discretizan utilizando espacios de elementos virtuales conformes C^0 y C^1 . Se establecen estimaciones óptimas del error y se presentan experimentos numéricos que validan el análisis teórico.

En la segunda parte [2], se estudian problemas dependientes del tiempo de sexto orden, con condiciones de borde simplemente apoyadas y del tipo Cahn–Hilliard. La formulación variacional se plantea en un espacio producto y se discretiza mediante un esquema VEM acoplado C^0 – C^1 . Se demuestra la buena posición del problema y se obtienen tasas óptimas de convergencia, confirmadas mediante simulaciones numéricas en distintas familias de mallas poligonales.

Referencias

- [1] DASSI, F., MORA, D., REALES, C., VELASQUEZ, I.(2024). *Mixed variational formulations of virtual elements for the polyharmonic operator $(-\Delta)^n$* . Computers & Mathematics with Applications.
- [2] PEREZ, L., REALES, C., SILGADO, A., VELASQUEZ, I.(2026). *C^1 - C^0 Conforming virtual element approximations for sixth-order problems*. Journal of Computational Physics.

*e-mail: creales@correo.unicordoba.edu.co



Análisis y discretización de elementos virtuales de un modelo Stokes/Biot-Kirchhoff de volumen-superficie

Andrés E. Rubiano*

School of Mathematics

Monash University

Melbourne, Australia

Resumen

Analizamos un modelo acoplado 3D-2D con un fluido libre regido por el flujo de Stokes en el volumen y una placa poroelástica descrita por las ecuaciones de Biot-Kirchhoff en la superficie. Suponiendo la forma de un problema de punto de silla doblemente perturbado, se demuestra la solubilidad única de la formulación continua utilizando la teoría de Fredholm para operadores compactos y el enfoque de Babuška-Brezzi para problemas de punto de silla con penalización. Proponemos un método de elementos virtuales estable, estableciendo una condición inf-sup discreta bajo un supuesto de malla pequeña a través de un interpolante de Fortin que solo requiere regularidad \mathbf{H}^1 para el problema de Stokes. Mostramos la buena formulación de la formulación discreta monolítica e introducimos un enfoque de punto fijo equivalente empleado en el nivel de implementación. La convergencia óptima del método en la norma de energía se demuestra teóricamente y también se confirma numéricamente mediante experimentos computacionales. Demostramos una aplicación del modelo y del esquema propuesto en la simulación del aislamiento inmunológico utilizando la encapsulación con membranas de nanoporos de silicio.

Trabajo realizado junto con:

Rekha Khot, Department of Mathematics, Indian Institute of Technology Palakkad.

Ricardo Ruiz-Baier, School of Mathematics, Monash University. Universidad Adventista de Chile.

Referencias

- [1] L. BEIRÃO DA VEIGA, F. DASSI, AND G. VACCA, The Stokes complex for virtual elements in three dimensions, *Math. Models Methods Appl. Sci.*, 30 (2020), pp. 477–512.
- [2] L. BEIRÃO DA VEIGA, C. LOVADINA, AND G. VACCA, Divergence free virtual elements for the Stokes problem on polygonal meshes, *ESAIM: Math. Model. Numer. Anal.*, 51 (2017), pp. 509–535.
- [3] R. KHOT, D. MORA, AND R. RUIZ BAIER, Virtual element methods for Biot–Kirchhoff poroelasticity, *Math. Comp.*, 94 (2025), pp. 1101–1146.
- [4] F. DASSI, VEM++, a C++ library to handle and play with the virtual element method, *Numer. Algor.*, (2025).
- [5] F. DASSI, R. KHOT, A. E. RUBIANO, AND R. RUIZ-BAIER, A posteriori error analysis of a robust virtual element method for stress-assisted diffusion problems, *arXiv preprint*, 2504.00648 (2025).

*e-mail: andres.rubianomartinez@monash.edu

- [6] M. FRITTELLI, A. MADZVAMUSE, AND I. SGURA, Bulk-surface virtual element method for systems of PDEs in two-space dimensions, *Numer. Math.*, 147 (2021), pp. 305–348.
- [7] M. FRITTELLI, A. MADZVAMUSE, AND I. SGURA, Virtual element method for elliptic bulk-surface PDEs in three space dimensions, *Numer. Methods Partial Differential Equations*, 39 (2023), pp. 4221–4247.
- [8] M. BUKAČ, S. ČANIĆ, B. MUHA, AND Y. WANG, A computational algorithm for optimal design of a bioartificial organ scaffold architecture, *PLoS Comput Biol*, 20 (2024).



Monotone Convergence Analysis and Solution of Generalized Porous Media Equation

Nicolás Barnafi*

Instituto de Ingeniería Matemática y Computacional
Pontificia Universidad Católica de Chile
Santiago, Chile

Resumen

The Generalized Porous Media Equation (GPME) describes the fluid flow within a porous continuum according to general (nonlinear) pressure laws. However, when used to describe fluid within poroelastic media, it has been observed to yield an inconsistent primal formulation. In this context, mixed formulations have been shown to be an effective strategy to avoid these difficulties. In this work we start by developing a general convergence theory for hemi-continuous, coercive, and monotone operators, i.e. operators satisfying the hypotheses of the Minty-Browder theorem. This theory includes a-priori estimates, Galerkin orthogonality, and a Cea estimate as required to devise Finite Elements (FE) schemes. We leverage this theory to analyze the GPME under mild regularity assumptions of the pressure law, and propose robust FE spaces that yield optimal convergence rates. In addition, we further propose a quasi-Newton method that avoids Jacobian reassembly, and prove its convergence, together with an optimal preconditioner for the quasi-Newton Jacobian matrix. We validate our theoretical results with adequate numerical tests that validate our claims, and show that Anderson Acceleration increases the robustness of the solver with respect to its required stabilization parameter.

Trabajo realizado junto con:

Ngoc Mai Monica Huynh, Università degli Studi di Milano.

Referencias

- [1] LIST, F., RADU, F.A., (2016). *A study on iterative methods for solving Richards' equation*. Computational Geosciences, 20(2), 341-353.
- [2] BARNAFI, N.A., PETRAS, A., GERARDO-GIORDA, L., (2024). *Fully nonlinear inverse poroelasticity: Stress-free configuration recovery*. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 425, 116960.
- [3] VÁSQUEZ, J. L. (2006). *The porous medium equation: mathematical theory*. Clarendon Press.

*e-mail: nicolas.barnafi@uc.cl



A three-field formulation for an unsteady reverse osmosis model

Eider Aldana Palomino*

Departamento de Matemática

Universidad del Bío Bío

Concepción, Chile

Resumen

This work aims to advance seawater desalination by developing efficient numerical techniques for the simulation and optimization of reverse osmosis (RO) processes in the unsteady (time-dependent) regime. RO desalination involves complex coupled phenomena governed by the Navier–Stokes equations for the fluid flow and a convection–diffusion equation for the salt concentration. The model captures the nonlinear interaction between velocity, pressure, and concentration, particularly at the membrane interface, leading to a challenging evolutionary system.

At the discrete level, we propose a conforming finite element scheme that preserves the three-field structure of the formulation. We prove the existence and uniqueness of the solution for the fully discrete scheme, together with suitable stability estimates. Numerical experiments are performed using suitable finite element spaces and implemented in FreeFem++. The simulations illustrate the transient formation of concentration polarization layers and demonstrate the influence of flow regimes and model parameters on membrane performance. Sensitivity analyses with respect to inlet velocity, solute diffusivity, and membrane permeability show that optimized configurations can significantly reduce salt passage and improve desalination efficiency.

Trabajo realizado junto con:

Giordano Tierra, University of North Texas.

Ricardo Oyarzúa, Departamento de Matemática, Universidad del Bío-Bío, Concepción, Chile.

Referencias

- [1] E. Aldana, R. Oyarzúa, and J. Vellojín. Numerical analysis of a three-field formulation for a reverse osmosis model. Prepublicación CI²MA 2025-23, 2025.
- [2] I. Bermúdez, J. Camaño, R. Oyarzúa, and M. Solano. A conforming mixed finite element method for a coupled Navier–Stokes/transport system modeling reverse osmosis processes. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 433:117527, 2024.
- [3] N. Carro, D. Mora, and J. Vellojín. A finite element model for concentration polarization and osmotic effects in a membrane channel. *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, 96(5):601–625, 2024.

*e-mail: ealdana@ubiobio.cl



Método de elementos virtuales para una formulación en términos de la función de corriente para el problema autovalores de elasticidad lineal incompresible

Miguel Pinzón Candil*

Departamento de Matemática
Universidad del Bío-Bío
Concepción, Chile

Resumen

Proponemos y analizamos un método de elementos virtuales de clase C^1 para el problema espectral de elasticidad incompresible formulado en términos de una *stream function* o función corriente. El desplazamiento del material se obtiene mediante un posprocesamiento a partir de la función corriente y se plantea un esquema discreto para aproximar la presión del material. Establecemos estimaciones de error *a priori* óptimas para los modos propios de desplazamiento. Finalmente, presentamos ensayos numéricos que ilustran el comportamiento del esquema virtual y respaldan nuestros resultados teóricos sobre diferentes familias de mallas poligonales.

Trabajo realizado junto con:

David Mora, Departamento de Matemática, Universidad del Bío-Bío, Concepción, Chile.

Jesus Vellojin, Departamento de Ciencias, Universidad Técnica Federico Santa María, Valparaíso, Chile.

Referencias

- [1] F. Auricchio, L. Beirão da Veiga, A. Buffa, C. Lovadina, A. Reali and G. Sangalli, A fully “locking-free” isogeometric approach for plane linear elasticity problems: a stream function formulation, *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.* **197**(1-4) (2007) 160–172.
- [2] L. Beirao da Veiga, F. Brezzi, A. Cangiani, G. Manzini, L. D. Marini and A. Russo, Basic principles of virtual element methods, *Math. Models Methods Appl. Sci.* **23** (2013) 199–214.
- [3] L. Beirao da Veiga, F. Brezzi and L. D. Marini, Virtual elements for linear elasticity problems, *SIAM J. Numer. Anal.* **51** (2013) 794–812.
- [4] R. Codina, Ö. Turk, Modal analysis of elastic vibrations of incompressible materials using a pressure-stabilized finite element method, *Finite Elem. Anal. Des.* **206** (2022) Paper No. 103760, 10 pp.
- [5] V. Girault, P.A. Raviart, Finite Element Approximation of the Navier-Stokes Equations, *Lecture Notes in Mathematics* **749**, Springer, New York (1986).

*e-mail: miguel.pinzon2402@alumnos.ubiobio.cl



Estimaciones de error para un problema bilineal de control óptimo gobernado por las ecuaciones de Maxwell

Francisco Fuica*

Departamento de Matemática y Ciencia de la Computación
Universidad de Santiago de Chile
Santiago, Chile

Resumen

Consideramos un problema de control óptimo con restricciones en el control sujeto a las ecuaciones de Maxwell armónicas en el tiempo, donde la variable de control pertenece a un conjunto finito-dimensional y aparece como coeficiente en la ecuación de estado. Demostramos la existencia de soluciones óptimas y analizamos condiciones de optimalidad de primer y segundo orden. Proponemos un esquema de aproximación basado en elementos finitos de Nédélec de orden más bajo para aproximar dichas soluciones. Estudiamos la convergencia del método y establecemos estimaciones de error a priori. Además, diseñamos un estimador de error a posteriori que se descompone en dos contribuciones asociadas a la discretización de las ecuaciones de estado y adjunta, y demostramos que es confiable y localmente eficiente. Finalmente, realizamos experimentos numéricos para evaluar el desempeño de la estrategia de discretización propuesta y del estimador de error a posteriori.

Trabajo realizado junto con:

Felipe Lepe, Departamento de Matemática, Universidad del Bío-Bío, Concepción, Chile.

Pablo Venegas, Departamento de Matemática, Universidad del Bío-Bío, Concepción, Chile.

Referencias

- [1] P. Ciarlet, Jr., *On the approximation of electromagnetic fields by edge finite elements. Part 3. Sensitivity to coefficients*, SIAM J. Math. Anal., 52 (2020), pp. 3004–3038.
- [2] F. Fuica, F. Lepe and P. Venegas, *Error estimates for a bilinear optimal control problem of Maxwell's equations*, Calcolo, 2026.
- [3] R. H. W. Hoppe and I. Yousept, *Adaptive edge element approximation of $\mathbf{H}(\mathbf{curl})$ -elliptic optimal control problems with control constraints*, BIT, 55 (2015), pp. 255–277.
- [4] D. G. Luenberger, *Linear and nonlinear programming*, Kluwer Academic Publishers, Boston, MA, second ed., 2003.

*e-mail: francisco.fuica@usach.cl



A unified analysis of the Transfer Path Method for unfitted-mesh finite element calculations

Manuel Solano*

Departamento de Ingeniería Matemática
Universidad de Concepción
Concepción, Chile

Resumen

In 2009, [1] presented a novel idea to numerically solve one dimensional boundary value problems by considering a computational domain not necessarily fitting the true domain. It was based on the fundamental theorem of calculus that provides an explicit representation of the trace of the solution in the computational boundary in terms of two quantities: the prescribed boundary data in the true domain and the integral of the derivative of the solution. This methodology was then extended to two and three dimensional problems [2, 3], where the Dirichlet boundary data is transferred from the true boundary to the computational domain along segments called transfer paths. Since then, the Transfer Path Method (TPM) has been applied to a variety of problems, originating high order unfitted numerical methods to solve partial differential equations, mostly in the context of hybridizable discontinuous Galerkin methods, but also for mixed finite elements [4].

This talk is devoted to providing an overview of the TPM and a unified error analysis that covers a the application of the TPM to a family of partial differential equations.

Trabajo realizado junto con:

Tonatiuh Sánchez-Vizuet, University of Arizona, USA.

Referencias

- [1] Cockburn, B., Gupa, D., Reitich, F. (2009). *Boundary-Conforming Discontinuous Galerkin Methods via Extensions from Subdomains*. J. Sci. Comput., 42 , pp. 144-184.
- [2] Cockburn, B., Solano, M. (2012). *Solving Dirichlet Boundary-value Problems on Curved Domains by Extensions from Subdomains*. SIAM J. Sci. Comput. 34, pp. A497-A519.
- [3] Cockburn, B., Qiu, W., Solano, M. (2014). *A priori error analysis for HDG methods using extensions from subdomains to achieve boundary conformity*. Math. Comp, 83:665–699.
- [4] Oyarzúa, R., Solano, M., Zúñiga, P. (2019) *A high order mixed-FEM for diffusion problems on curved domains*. J. Sci. Comput., 79(1):49–78.

*e-mail: msolano@udec.cl



A five-field mixed formulation for the fully dynamic Biot–Brinkman model

Cristian Inzunza*

Departamento de Matemática y Física Aplicadas
Universidad Católica de la Santísima Concepción
Concepción, Chile

Resumen

We propose and analyze a mixed formulation for the fully dynamic Biot–Brinkman system, which models the coupled effects of internal viscous diffusion and deformation of the porous skeleton. The classical formulation is expressed in terms of displacement, fluid velocity, and pore pressure. In this work, we reformulate the problem in terms of the fluid velocity, pore pressure, and poroelastic stress tensor, together with two additional variables: the structural velocity and the rotation rate. In particular, we eliminate the solid displacement and the rotation tensor from the set of primary variables. Both quantities are subsequently recovered by a simple post-processing step. This yields a five-field mixed formulation. We establish existence and uniqueness of a weak solution and derive stability bounds based on the Babuška–Brezzi theory for perturbed saddle-point problems, as well as on the theoretical framework developed by Showalter for semilinear degenerate evolution equations. We then develop a semidiscrete continuous-in-time approximation based on stable mixed finite elements. Moreover, employing a backward Euler time discretization, we introduce a fully discrete finite element scheme. We prove that both schemes are well-posed, derive stability bounds, and establish the corresponding error estimates. Finally, we numerically verify the theoretical convergence rates and perform classical benchmark tests to illustrate the robustness and versatility of the method across different domains and parameter regimes.

Trabajo realizado junto con:

Jessika Camaño, Departamento de Matemática y Física Aplicadas, Universidad Católica de la Santísima Concepción, Concepción, Chile.

Sergio Caucao, Departamento de Matemática y Física Aplicadas, Universidad Católica de la Santísima Concepción, Concepción, Chile.

Referencias

- [1] J. CAMAÑO, C. CAUCAO, AND C. INZUNZA, *A five-field mixed formulation for the fully dynamic Biot–Brinkman model*. Preprint 2025-28, Centro de Investigación en Ingeniería Matemática (CI²MA), Universidad de Concepción, 2025.
- [2] S. CAUCAO, T. LI, AND I. YOTOV, *An augmented fully-mixed formulation for the quasistatic Navier–Stokes–Biot model*. IMA J. Numer. Anal., 44 (2) (2024), pp. 1153–1210.
- [3] S. CAUCAO AND I. YOTOV, *Velocity–vorticity–pressure mixed formulation for the Kelvin–Voigt–Brinkman–Forchheimer equations*. IMA J. Numer. Anal., 2025, draf072.

*e-mail: crinzunza@ucsc.cl



A virtual element method for a convective Brinkman-Forchheimer problem coupled with a heat equation

Danilo Amigo*

Departamento de Matemática

Universidad del Bío Bío

Concepción, Chile

Resumen

We develop a virtual element method to solve a convective Brinkman-Forchheimer problem coupled with a heat equation. This coupled model may allow for thermal diffusion and viscosity as a function of temperature. Under standard discretization assumptions and appropriate assumptions on the data, we prove the well posedness of the proposed numerical scheme. We also derive optimal error estimates under suitable regularity assumptions for the solution and appropriate assumptions on the data. We conclude with a series of numerical tests performed on different families of meshes that complement the theoretical findings.

Trabajo realizado junto con:

Felipe Lepe, Universidad del Bío Bío.

Enrique Otárola, Universidad Técnica Federico Santa María.

Gonzalo Rivera, Universidad de los Lagos.

Referencias

- [1] D. Amigo, F., Lepe, E., Otárola, G., Rivera., *A virtual element method for a convective Brinkman-Forchheimer problem coupled with a heat equation*, Computers & Mathematics with Applications (2025).
- [2] Campana, G., Muñoz, P., Otárola, E., *Finite element approximation for a convective Brinkman-Forchheimer problem coupled with a heat equation*, Journal of Scientific Computing (2025).
- [3] Antonietti, P.F., Vacca, G., Verani, M., *Virtual element method for the Navier-Stokes equation coupled with the heat equation*, IMA Journal of Numerical Analysis (2023).
- [4] Xiong, Y., Chen, Y., Zhou, J., Liang, Q., *Divergence-free virtual element method for the Stokes equations with damping on polygonal meshes*, Numerical Mathematics. Theory, Methods and Applications (2024).
- [5] Beirão da Veiga, L., Brezzi, F., Cangiani, A., Manzini, G., Marini, L.D., Russo, A., *Basic principles of virtual element methods*, Mathematical Models and Methods in Applied Sciences (2013).

*e-mail: danilo.amigo2101@alumnos.ubiobio.cl



A velocity-vorticity-pressure formulation for the steady Navier–Stokes–Brinkman–Forchheimer problem

Segundo Villa Fuentes*

Departamento de Ciencias Exactas

Universidad de Los Lagos

Osorno, Chile

Resumen

The flow of incompressible fluid in highly permeable porous media in vorticity - velocity - Bernoulli pressure form leads to a double saddle-point problem in the Navier–Stokes–Brinkman–Forchheimer equations. The paper establishes, for small sources, the existence of solutions on the continuous and discrete level of lowest-order piecewise divergence-free Crouzeix–Raviart finite elements. The vorticity employs a vector version of the pressure space with normal and tangential velocity jump penalisation terms. A simple Raviart–Thomas interpolant leads to pressure-robust a priori error estimates. An explicit residual-based a posteriori error estimate allows for efficient and reliable a posteriori error control. The efficiency for the Forchheimer nonlinearity requires a novel discrete inequality of independent interest. The implementation is based upon a light-weight forest-of-trees data structure handled by a highly parallel set of adaptive mesh refining algorithms. Numerical simulations reveal robustness of the a posteriori error estimates and improved convergence rates by adaptive mesh-refining.

Trabajo realizado junto con:

Santiago Badia, School of Mathematics, Monash University, Melbourne, Victoria, Australia.
Carsten Carstensen, Department of Mathematics, Humboldt-Universität zu Berlin, Berlin, Germany.
Alberto F. Martín, School of Computing, Australian National University, Acton, ACT, Australia.
Ricardo Ruiz-Baier, School of Mathematics, Monash University, Melbourne, Victoria, Australia.

Referencias

- [1] Anaya, V., Caraballo, R., Ruiz-Baier, R., Torres, H. (2023). *On augmented finite element formulations for the Navier–Stokes equations with vorticity and variable viscosity*. *Comput. Math. Appl.*, 143, pp. 397–416.
- [2] Badia, S., Martín, A. F., Neiva, E., Verdugo, F. (2020). *A generic finite element framework on parallel tree-based adaptive meshes*. *SIAM J. Sci. Comput.*, 42, pp. C436–C468.
- [3] Brenner, S. C., Li, F., Sung, L.-Y. (2007). *A locally divergence-free nonconforming finite element method for the time-harmonic Maxwell equations*. *Math. Comp.*, 76, pp. 573–595.
- [4] Carstensen, C., Merdon, C. (2014). *Computational survey on a posteriori error estimators for the Crouzeix–Raviart nonconforming finite element method for the Stokes problem*. *Comput. Methods Appl. Math.*, 14, pp. 35–54.

*e-mail: segundo.villafuentes@ulagos.cl

- [5] Linke, A. (2014). *On the role of the Helmholtz decomposition in mixed methods for incompressible flows and a new variational crime*. *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.*, 268, pp. 782–800.
- [6] Linke, A., Merdon, C., Wollner, W. (2017). *Optimal L_2 velocity error estimate for a modified pressure-robust Crouzeix–Raviart Stokes element*. *IMA J. Numer. Anal.*, 37, pp. 354–374.



A residual minimization approach for nonlinear partial differential equations set in Banach spaces

Jorge Perera*

Instituto de Matemáticas

Pontificia Universidad Católica de Valparaíso

Valparaíso, Chile

Resumen

In this talk, we propose and analyze a residual-minimization strategy for the numerical solution of nonlinear partial differential equations posed in Banach spaces. Given a finite-dimensional trial space and a suitably enriched discrete test space (of higher dimension than the trial space), we approximate the solution by minimizing the variational residual in a discrete dual norm. This minimization is equivalent to a nonlinear saddle-point formulation for the discrete solution in the trial space together with a residual representative in the test space, defined in terms of the duality map of the test space. This representative provides a natural a posteriori error estimator, enabling automatic mesh adaptivity. To solve the resulting nonlinear saddle-point problem, we propose a Newton iteration whose linearized saddle-point system is symmetric, thereby guaranteeing solvability at each step. We take the p -Laplacian as a model problem and support the theoretical developments with representative numerical experiments, using standard H^1 -conforming piecewise linear functions for the trial space, and lowest-order Crouzeix–Raviart functions for the test space.

Trabajo realizado junto con:

Ignacio Muga, Instituto de Matemáticas, Pontificia Universidad Católica de Valparaíso, Valparaíso, Chile.

Sergio Rojas, School of Mathematics, Monash University, Melbourne, Australia.

Ricardo School of Mathematics, Monash University, Melbourne, Australia.

Referencias

- [1] D. Amigo, F., Lepe, E., Otárola, G., Rivera., *A virtual element method for a convective Brinkman–Forchheimer problem coupled with a heat equation*, Computers & Mathematics with Applications (2025).
- [2] Campana, G., Muñoz, P., Otárola, E., *Finite element approximation for a convective Brinkman–Forchheimer problem coupled with a heat equation*, Journal of Scientific Computing (2025).
- [3] Antonietti, P.F., Vacca, G., Verani, M., *Virtual element method for the Navier–Stokes equation coupled with the heat equation*, IMA Journal of Numerical Analysis (2023).
- [4] Xiong, Y., Chen, Y., Zhou, J., Liang, Q., *Divergence-free virtual element method for the Stokes equations with damping on polygonal meshes*, Numerical Mathematics. Theory, Methods and Applications (2024).

*e-mail: jorge.perera@pucv.cl

- [5] Beirão da Veiga, L., Brezzi, F., Cangiani, A., Manzini, G., Marini, L.D., Russo, A., *Basic principles of virtual element methods*, Mathematical Models and Methods in Applied Sciences (2013).



Well-posedness of the Schrödinger operator in media with variable coefficients

Matías Barcos*

Instituto de Matemáticas

Pontificia Universidad Católica de Valparaíso

Valparaíso, Chile

Resumen

This talk focuses on the linear Schrödinger operator in media with variable coefficients. The main objective is to prove the well-posedness of the problem in a sufficiently regular domain with Dirichlet initial and boundary conditions. The approach is based on the graph topology and density results to establish well-posedness.

Subsequently, we discuss extensions of the problem to domains with variable coefficients under suitable regularity assumptions. Finally, we present an approximation of the PDE using Physics-Informed Neural Networks (PINNs) in the context of a parametric problem.

Trabajo realizado junto con:

Paulina Sepúlveda Salas, Instituto de Matemáticas, Pontificia Universidad Católica de Valparaíso, Valparaíso, Chile.

Referencias

- [1] L. C. Evans. *Partial Differential Equations*. Graduate Studies in Mathematics, Vol. 19, American Mathematical Society, 2022.
- [2] H. Brézis. *Functional Analysis, Sobolev Spaces and Partial Differential Equations*. Springer, 2011.
- [3] R. A. Adams and J. J. F. Fournier. *Sobolev Spaces*. Pure and Applied Mathematics, Vol. 140, Elsevier, 2003.
- [4] L. Demkowicz, J. Gopalakrishnan, S. Nagaraj, and P. Sepúlveda. A spacetime DPG method for the Schrödinger equation. *SIAM Journal on Numerical Analysis*, 55(4):1740–1759, 2017.
- [5] M. Reed and B. Simon. *Methods of Modern Mathematical Physics, Vol. II: Fourier Analysis, Self-Adjointness*. Academic Press, 1972.
- [6] C. F. Higham and D. J. Higham. Deep learning: An introduction for applied mathematicians. *SIAM Review*, 61(4):860–891, 2019.
- [7] M. Jensen. *Discontinuous Galerkin Methods for Friedrichs Systems with Irregular Solutions*. PhD thesis, University of Oxford, 2004.

*e-mail: matias.barcos@pucv.cl

- [8] L. Lu, P. Jin, G. Pang, Z. Zhang, and G. E. Karniadakis. Learning nonlinear operators via DeepONet based on the universal approximation theorem of operators. *Nature Machine Intelligence*, 3(3):218–229, 2021.
- [9] M. Raissi, P. Perdikaris, and G. E. Karniadakis. Physics-informed neural networks: A deep learning framework for solving forward and inverse problems involving nonlinear partial differential equations. *Journal of Computational Physics*, 378:686–707, 2019.



Conforming virtual elements for the biharmonic problem on polygonal meshes with curved edges

Alberth Silgado Ballesta*

Departamento de Ciencias Básicas

Universidad del Bío-Bío

Chillán, Chile

Resumen

In this talk, we present the main tools for the design of a C^1 -conforming virtual element method of arbitrary order $k \geq 2$ for solving the biharmonic problem on two-dimensional domains with curved boundaries. We provide a stability, interpolation, and convergence analysis, and derive optimal error estimates in the energy norm. Finally, we present numerical experiments that validate the theoretical results.

Trabajo realizado junto con:

L. Beirão da Veiga, Dipartimento di Matematica e Applicazioni, Università degli Studi di Milano Bicocca, Milano, Italy.

David Mora, Departamento de Matemática, Universidad del Bío-Bío, Concepción, Chile.

Referencias

- [1] BEIRÃO DA VEIGA, L., MORA, D., SILGADO, A., *C^1 virtual element methods on polygonal meshes with curved edges*, Math. Comp. (in press), (2026).
- [2] BEIRÃO DA VEIGA, L., RUSSO, A., VACCA, G., *The Virtual Element Method with curved edges*, ESAIM: Math. Model. Numer. Anal., **53**(2), (2019). 375–404.
- [3] BREZZI, F., MARINI, L. D., *Virtual elements for plate bending problems*, Comput. Methods Appl. Mech. Engrg., **253**, (2013). 455–462.

*e-mail: asilgado@ubiobio.cl



Problemas inversos en modelos hidrodinámicos de aguas someras y su aplicación a sistemas fluviales y humedales

Fernando Campos González*

Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas

Universidad de Concepción

Concepción, Chile

Resumen

En esta charla, se presenta la teoría de problemas inversos para estimación de parámetros en modelos hidrodinámicos, considerando las ecuaciones de aguas someras y el modelo de Exner. El método consiste en minimizar una función de costo que mida la diferencia entre las observaciones y los resultados del modelo numérico. En particular, se desea estimar la batimetría como parámetro, y se considera que se tienen observaciones de la elevación de la superficie de agua, que se pueden obtener de mediciones satelitales. La función de costo se minimiza mediante un método de máximo descenso, que requiere el gradiente de la función de costo. Para tener un algoritmo eficiente, el gradiente se calcula mediante un método de multiplicadores de Lagrange que entrega el esquema adjunto del modelo numérico[1]. Para esto, se usa la herramienta de diferenciación automática TAPENADE[2]. Para las ecuaciones de aguas someras, se considera un esquema de volúmenes finitos bien balanceado de segundo orden con limitadores de pendientes[3]. También se considera el modelo de Exner para incluir transporte de sedimento. Para este modelo, se utiliza un solucionador de Riemann aproximado de 3 ondas[4]. Se realizan ejemplos numéricos para estos modelos, mostrando que esta metodología aplicada a los esquemas numéricos entrega buenos resultados en la identificación de la batimetría.

Trabajo realizado junto con:

Mauricio Alejandro Sepúlveda Cortés, Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas, Universidad de Concepción.

Referencias

- [1] Couderc, F., Monnier, J., Vila, J-P., Larnier, K., Madec, R., Dartus, D. (2016). *Inverse algorithms for 2D shallow water equations in presence of wet dry fronts: Application to flood plain dynamics*. Advances in water resources.
- [2] Hascoet, L., Pascual, V. (2013). *The Tapenade automatic differentiation tool: Principles, model, and specification*. Transactions on Mathematical Software.
- [3] Dong, J., Fang Li, D. (2019) *A reliable second-order hydrostatic reconstruction for shallow water flows with the friction term and the bed source term*. Journal of Computational and Applied Mathematics.
- [4] Audusse, E., Chalons, C., Ung P. (2018) *A simple three-wave approximate Riemann solver for the Saint-Venant-Exner equations*. International Journey for Numerical Methods in Fluids.

*e-mail: fcamposg@udec.cl



Métodos numéricos de elementos virtuales para problemas de fluidos usando la función de corriente

Limberg Tola Mayta*

Departamento de Matemática

Universidad del Bío Bío

Concepción, Chile

Resumen

En esta charla se aborda el análisis y la aproximación numérica del problema de Oseen con viscosidad variable mediante una formulación en función de corriente. En primer lugar, se establece una formulación variacional continua, para la cual se demuestra existencia y unicidad de solución aplicando el teorema de Lax-Milgram. Posteriormente, se propone una discretización basada en el método de elementos virtuales C^1 conformes, incorporando proyecciones polinomiales que permiten construir una forma bilineal discreta que preserva propiedades estructurales del problema continuo, como la antisimetría. Este enfoque evita la necesidad de imponer condiciones de tipo CFL para garantizar la estabilidad del método. Asimismo, se desarrolla un análisis de error a priori en norma $H^2(\Omega)$, obteniendo órdenes óptimos de convergencia gracias a las propiedades de ortogonalidad del proyector introducido. Finalmente, se presentan experimentos numéricos que validan los resultados teóricos, evaluando el desempeño del método en diversas mallas poligonales y escenarios complejos, incluyendo altos gradientes de viscosidad y regímenes de alto número de Reynolds, mostrando la robustez y eficiencia del esquema propuesto.

Trabajo realizado junto con:

David Mora, Departamento de Matemática, Universidad del Bío Bío, Concepción, Chile.

Alberth Silgado, Departamento de Ciencias Básica, Universidad del Bío Bío, Chillán, Chile.

Referencias

- [1] Anaya, V., Caraballo, R., Gomez-Vargas, B., Mora, D., and Ruiz-Baier, R. (2021). Velocity-vorticity-pressure formulation for the Oseen problem with variable viscosity. *Calcolo*, **58**, 1–25.
- [2] Mora, D., and Silgado, A. (2022). Virtual element methods for a stream-function formulation of the Oseen equations. In *The virtual element method and its applications* (pp. 321–361). Springer.
- [3] Girault, V., and Raviart, P. A. (2012). *Finite element methods for Navier-Stokes equations: theory and algorithms* (Vol. 5). Springer Science and Business Media.
- [4] Anaya, V., Caraballo, R., Ruiz-Baier, R., and Torres, H. (2023). On augmented finite element formulations for the Navier-Stokes equations with vorticity and variable viscosity. *Computers & Mathematics with Applications*, **143**, 397–416.
- [5] Beirão da Veiga, L., Dassi, F., and Vacca, G. (2021). Vorticity-stabilized virtual elements for the Oseen equation. *Mathematical Models and Methods in Applied Sciences*, **31**(14), 3009–3052.

*e-mail: ltola@ubiobio.cl

- [6] Beirão da Veiga, L., Mora, D., and Silgado, A. (2023). A fully-discrete virtual element method for the nonstationary Boussinesq equations in stream-function form. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, **408**, Paper No. 115947, 32.
- [7] Adak, D., Mora, D., and Silgado, A. (2024). The Morley-type virtual element method for the Navier-Stokes equations in stream-function form. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, **419**, Paper No. 116573, 28.
- [8] Mora, D., Reales, C., and Silgado, A. (2022). A C^1 -virtual element method of high order for the Brinkman equations in stream function formulation with pressure recovery. *IMA Journal of Numerical Analysis*, **42**(4), 3632–3674.
- [9] Adak, D., and Manzini, G. (2023). The nonconforming virtual element method for Oseen’s equation using a stream-function formulation. *ESAIM: Mathematical Modelling and Numerical Analysis*, **57**(6), 3303–3334.



A Nitsche-type finite element method for the linear elasticity equation with discontinuity jumps

Jorge Aguayo*

Departamento de Ingeniería Matemática
Universidad de Concepción
Concepción, Chile

Resumen

This talk presents a primal variational formulation for solving the linear elasticity problem with a discontinuity jump at an interior domain interface by applying the Nitsche method. The main advantage of this scheme is its low computational cost compared to other existing mixed schemes. A priori and a posteriori error estimates for a mesh-dependent norm for this new scheme are presented and discussed. Finally, numerical experiments are presented to illustrate our theoretical findings. In particular, applications for modeling subduction earthquakes and control problems will be presented.

Referencias

- [1] Aguayo, J., Araya, R. (2025). *A Nitsche-type finite element method for the linear elasticity equation with discontinuity jumps*. Preprint available in ResearchGate, doi: 10.13140/RG.2.2.16068.08322.

*e-mail: jorgeaguayo@udec.cl



A Mixed Finite Element Method Based on Pseudostress and Stream-Function for the Navier–Stokes Problem in 2D

Jessika Camaño*

Departamento de Matemática y Física Aplicadas
Universidad Católica de la Santísima Concepción
Concepción, Chile

Resumen

In this work, we propose and analyze a new pseudostress–stream function dual-mixed variational formulation for the stationary Navier–Stokes problem in two dimensions with nonhomogeneous Dirichlet boundary conditions. More precisely, after rewriting the Navier–Stokes system in terms of the pseudostress tensor and the velocity field, the latter is decomposed by means of a Helmholtz–Weyl decomposition in $L^p(\Omega)$, which leads to a three-field formulation in which the pseudostress, the stream function, and a Lagrange multiplier associated with momentum conservation are the primary unknowns. The associated Galerkin scheme is defined using lowest-order Raviart–Thomas elements for the pseudostress tensor, continuous piecewise linear elements for the stream function, and Crouzeix–Raviart elements for the Lagrange multiplier. We prove the well-posedness of both the continuous and discrete formulations by means of the Banach–Nečas–Babuška theorem and Banach’s fixed-point theorem, under a sufficiently small data assumption. In addition, we derive a priori error estimates and establish the optimal rate of convergence. Finally, numerical experiments are provided to validate the theoretical results and to demonstrate the efficiency and accuracy of the proposed method. The present contribution retains the main advantages of classical pseudostress-based formulations, such as the capability to recover additional variables of interest and to ensure momentum conservation, while introducing new features, including exactly divergence-free velocity approximations and a direct approximation of the stream function.

Trabajo realizado junto con:

Ricardo Oyarzúa, Departamento de Matemática, Universidad del Bío-Bío, Concepción, Chile.

Katherine Rojo, Departamento de Matemática, Universidad del Bío-Bío, Concepción, Chile.

Segundo Villa-Fuentes, Departamento de Ciencias Exactas, Universidad de Los Lagos, Osorno, Chile.

*e-mail: jecamano@ucsc.cl



An adaptive stabilized finite element method for the Stokes-Darcy coupled problem

Eduardo Vino Machicado*

Departamento de Ingeniería Matemática

Universidad de Concepción

Concepción, Chile

Resumen

Para el problema acoplado de Stokes-Darcy, que modela un fluido que fluye desde un medio libre hacia un medio poroso, introducimos y analizamos un método de elementos finitos adaptativo estabilizado utilizando elementos de Lagrange de igual orden para aproximar la velocidad y la presión del fluido. Las condiciones de interfaz entre el medio libre y el medio poroso están dadas por la conservación de la masa, el balance de fuerzas normales y las condiciones de Beavers-Joseph-Saffman. Probamos la buena formulación del problema discreto y presentamos un análisis de convergencia con estimaciones de error óptimas en normas naturales. A continuación, introducimos y analizamos un estimador de error a posteriori basado en residuos para el esquema estabilizado. Finalmente, presentamos ejemplos numéricos para demostrar el rendimiento y la efectividad de nuestro esquema.

Trabajo realizado junto con:

Rodolfo Araya, Departamento de Ingeniería Matemática, Universidad de Concepción, Concepción, Chile.

Cristian Cárcamo, Leibniz-Institut im Forschungsverbund Berlin e.V. (WIAS), Weierstraß-Institut für Angewandte Analysis und Stochastik, Berlin, Germany

Abner H. Poza, Departamento de Matemática y Física Aplicadas, Universidad Católica de la Santísima Concepción, Concepción, Chile.

Referencias

- [1] AGMON, S., *Lectures on elliptic boundary value problems*, AMS Chelsea Publishing, (2010).
- [2] ARAYA, R. AND BARRENECHEA, G. R. AND POZA, A. H., *An adaptive stabilized finite element method for the generalized Stokes problem*, J. Comput. Appl. Math., **214** (2), (2008), 457-479.
- [3] ARAYA, RODOLFO AND CÁRCAMO, CRISTIAN AND POZA, ABNER H AND VINO, EDUARDO, *An adaptive stabilized finite element method for the Stokes-Darcy coupled problem*, Journal of Computational and Applied Mathematics, **443**, (2024), 115753.
- [4] ARAYA, R. AND CÁRCAMO, C. AND POZA, A. H., *An adaptive stabilized finite element method for the Darcy's equations with pressure dependent viscosities*, Comput. Methods Appl. Mech. Engrg., **387**, (2021), 114100.
- [5] GORDON S. BEAVERS AND DANIEL D. JOSEPH AND BEAVERS, G.S. AND JOSEPH, D.D., *Boundary conditions at a naturally permeable wall*, J. Fluid Mech., **30** (1), (1967), 197-207.

*e-mail: evino2024@udec.cl

- [6] URQUIZA, J. M. AND N'DRI, D. AND GARON, A. AND DELFOUR, M. C. AND URQUIZA, J. M. AND N'DRI, D. AND GARON, A. AND DELFOUR, M. C., *Coupling Stokes and Darcy equations*, Appl. Numer. Math. **58** (5), (2008), 525-538.
- [7] XIE, CHUN MEI AND LUO, YAN AND FENG, MIN FU AND XIE, C. M. AND LUO, Y. AND FENG, M. F., *Analysis of a unified stabilized finite volume method for the Darcy-Stokes problem*, Math. Numer. Sin., **33** (2), (2011), 133-144.



Neural Networks FOSLS for Transmission Problems

Paulina Sepúlveda*

Instituto de Matemáticas

Pontificia Universidad Católica de Valparaíso

Valparaíso, Chile

Resumen

We formulate an energy-based least-squares method to address a transmission problem through neural network approximations. The method builds on neural-network first-order-system least-squares (FOSLS) formulations that have recently been explored in the context of PDE solvers, see, e.g., [3, 2]. In this work, we use a weighted least-squares formulation that leads to a symmetric and coercive energy functional. This functional ensures robustness in the energy norm with respect to changes in material parameters. The loss functional is approximated using unbiased stochastic quadrature rules, following recent developments in stochastic integration for neural network training [1]. The neural networks generate suitable low-dimensional approximation spaces in the spirit of reduced-order modeling, over which the optimal solution is obtained by solving a least-squares problem. Numerical results demonstrate the effectiveness, robustness, and advantages of the proposed approach.

Trabajo realizado junto con:

Alejandro Duque-Salazar, University of the Basque Country (UPV/EHU), Leioa, Spain.

Carlos Uriarte, Basque Center for Applied Mathematics (BCAM), Bilbao, Spain, Curtin Univeristy, Perth, Australia.

Jamie M. Taylor, Department of Mathematics, CUNEF Universidad, Madrid, Spain.

David Pardo, University of the Basque Country (UPV/EHU), Leioa, Spain, Basque Center for Applied Mathematics (BCAM), Bilbao, Spain, Basque Foundation for Science (Ikerbasque), Bilbao, Spain

Referencias

- [1] Taylor, J. M., Pardo, D.: Stochastic quadrature rules for solving PDEs using neural networks. arXiv preprint arXiv:2504.11976 (2025)
- [2] Berrone, S., Canuto, C., Pintore, M., Sukumar, N.: Enforcing Dirichlet boundary conditions in physics-informed neural networks and variational physics-informed neural networks. *Heliyon* **9**(8), e18820 (2023)
- [3] Cai, Z., Choi, J., Liu, M.: Least-squares neural network (LSNN) method for linear advection–reaction equation with discontinuity interfaces. *SIAM Journal on Scientific Computing* **46**(4), C448–C478 (2024)

*e-mail: paulina.sepulveda@pucv.cl



Un método DPG penalizado para un problema semilineal

Carlos Garcia Vera*

Departamento de Ciencias Exactas

Universidad de Los Lagos

Osorno, Chile

Resumen

Este trabajo busca estudiar la forma de aplicar el método DPG a un problema no-lineal, que proviene de discretizar el tiempo con Euler-Implicito en la ecuación de Richards. Tal ecuación modela infiltración de un fluido en un medio poroso no-saturado, [3, 4, 5]. Sin bien es cierto, el método DPG ya lleva más de una década de investigación, [2], aún no es del todo claro, de que manera aplicar dicho método a problemas no-lineales, y por tanto este trabajo pretender contribuir en esa dirección. Para ello, se busca extender y/o modificar apropiadamente la teoría y resultados obtenidos en el artículo de P. Cantin y N. Heuer [1], separando el problema en una parte lineal, en donde se considera una formulación ultradébil y se emplea el método DPG, y una parte no-lineal que proviene de haber incorporado incógnitas adicionales usando las relaciones no-lineales, no-linealidad que es incorporada por penalización.

Referencias

- [1] P. CANTIN AND N. HEUER, *A DPG Framework for Strongly Monotone Operators*, SIAM Journal on Numerical Analysis, **56**(5), (2018). 2731-2750.
- [2] L. DEMKOWICZ AND J. GOPALAKRISHNAN, *The discontinuous Petrov-Galerkin method*, Acta Numerica, pp. 293–384, (2025).
- [3] M.W. FARTHING AND F.L. OGDEN, *Numerical solution of Richards' Equation: A Review of Advances and Challenges*, Soil Sci. Soc. Am. J., (2017). 1257–1269.
- [4] F. RADU, I.S. POP AND P. KNABNER, *Order of convergence estimates for an Euler implicit, mixed finite element discretization of Richards' equation*, SIAM J. Numer. Anal., **42**(4), (2004). 1452-1478.
- [5] F. RADU, I.S. POP AND P. KNABNER, *Error estimates for a mixed finite element discretization of some degenerate parabolic equations*, Numer. Math. **109**, (2008). 285–311.

*e-mail: carlos.garcia@ulagos.cl



An adaptive stabilized finite element method for the Oseen equations with variable viscosity and non-solenoidal convection

Ramiro Rebolledo*

Departamento de Agroindustrias

Universidad de Concepción

Chillán, Chile

Resumen

This talk introduces an adaptive stabilized finite element method for the Oseen equations with variable viscosity and non-solenoidal convection. By a novel reformulation of the momentum residual, the scheme allows equal-order velocity-pressure pairs. This work extends the Stokes framework of [1] and generalizes [3] by removing the solenoidal condition on the convective field. We prove existence, uniqueness, and optimal error estimates, and derive a residual-based *a posteriori* error estimator with proven reliability and efficiency. Numerical examples in 2D and 3D illustrate the theoretical results and the performance of the adaptive strategy. Full details are given in [2].

Trabajo realizado junto con:

Abner Poza, Departamento de Matemática y Física Aplicadas, Universidad Católica de la Santísima Concepción, Concepción, Chile.

Referencias

- [1] Poza, A. H. and Rebolledo, R. (2024). Equal-order finite element method for the Stokes equations with variable viscosity. *Appl. Math. Lett.*, 149:108930.
- [2] Poza, A. H. and Rebolledo, R. An adaptive stabilized finite element method for the Oseen equations with variable viscosity and non-solenoidal convection (submitted). *Applied Numerical Mathematics*.
- [3] Lube, G. and Rapin, G. (2006). Residual-based stabilized higher-order FEM for a generalized Oseen problem. *Math. Models Methods Appl. Sci.*, 16(07):949–966.

*e-mail: ramirorebolledo@udec.cl



Optimal Control of Inter-Population Disease Spread via Reaction-Diffusion Models

Mauricio A. Sepúlveda Cortés*

Departamento de Ingeniería Matemática

Universidad de Concepción

Concepción, Chile

Resumen

Spatial interactions between heterogeneous populations are crucial in the spread and control of infectious diseases. In this work, we study an optimal control problem for a reaction–diffusion system describing disease transmission between two interacting populations, H_1 and H_2 , in a shared spatial region $\bar{\Omega} = \Omega_1 \cap \Omega_2$. The infection originates in H_1 and is transmitted to H_2 through inter-population contact, a mechanism that can represent, for instance, spillover from a reservoir population to a secondary host population.

The control acts on the transmission rate in H_1 through a time-dependent function governed by a small number of parameters, leading to a low-dimensional optimization problem. To account for operational constraints, the intervention time is fixed at the earliest feasible response time, so that the optimization focuses on the intensity and speed of the intervention. The aim is to reduce the epidemic burden in H_2 , measured through quantities such as attack rate and cumulative incidence.

We establish well-posedness of the state system and the associated optimal control problem, and we derive first-order optimality conditions by means of an adjoint-based Lagrangian approach. Numerical experiments illustrate the influence of the control parameters on epidemic outcomes and show that early and sustained interventions in H_1 can significantly reduce disease spread in H_2 , even without direct control measures in the latter population.

Trabajo realizado junto con:

Verónica Anaya¹, GIMNAP, Departamento de Matemática, Universidad del Bío-Bío, Concepción, Chile

Gerardo Chowell², School of Public Health, Georgia State University, USA.

Felipe Jara³, Departamento de Ingeniería Matemática, Universidad de Concepción, Concepción, Chile

Referencias

- [1] V. ANAYA, M. BENDAHMANE, M. LANGLAIS AND M. SEPÚLVEDA, *A convergent finite volume method for a model of indirectly transmitted diseases with nonlocal cross-diffusion*, Comput. Math. Appl., 70(2), (2015), pp. 132–157.
- [2] V. ANAYA, M. BENDAHMANE AND M. SEPÚLVEDA, *Numerical analysis for a three interacting species model with nonlocal and cross diffusion*, ESAIM Math. Model. Numer. Anal., 49(1), (2015), pp. 171–192.

*e-mail: maursepu@udec.cl

¹e-mail: vanaya@ubiobio.cl

²e-mail: gchowell@gsu.edu

³e-mail: fjaraz@udec.cl

- [3] R. BURGER, G. CHOWELL, E GAVILÁN, P. MULET AND L.M. VILLADA, *Numerical solution of a spatio-temporal gender-structured model for hantavirus infection in rodents*, Mathematical Biosciences and Engineering, 15,1, (2018), pp. 95–123.
- [4] R. BURGER, G. CHOWELL, E GAVILÁN, P. MULET AND L.M. VILLADA, *Modelling the spatial-temporal evolution of the 2009 A-H1N1 influenza pandemic in Chile*, Mathematical Biosciences and Engineering, 13,1, (2016), pp. 43–65.
- [5] A. CORONEL, F. HUANCAS AND M. SEPÚLVEDA *Identification of space distributed coefficients in an indirectly transmitted diseases model* Inverse Problems, 35 (2019).
- [6] F. JARA, *Model of propagation and control of epidemiological processes of indirect transmission between two populations*, Thesis of Mathematical Engineer. Department of Mathematical Engineering, U. de Concepcion, Chile (2021).
- [7] V. ANAYA, F. JARA, G. CHOWELL AND M. SEPÚLVEDA, *Optimal Control of Inter-Population Disease Spread via Reaction-Diffusion Models*, Mathematical Biosciences Available online 17 April 2026, 109690 In Press, Journal Pre-proof. <https://doi.org/10.1016/j.mbs.2026.109690>



A Nitsche-based mixed finite element method for Poisson problem with mixed boundary conditions

Capuñay S. Yuliza*

Departamento de Matemática
Universidad del Bío Bío
Concepción, Chile

Resumen

In this talk, we will discuss a Nitsche-based mixed finite element method for the Poisson problem. We introduce a new discrete variational formulation that allows for the weak imposition of mixed boundary conditions. The proposed method is analyzed within the Babuška–Brezzi framework, which guarantees a good formulation of the discrete problem. We derive optimal a priori error estimates and present numerical experiments that confirm the theoretical convergence rates and demonstrate the robustness of the proposed scheme.

Trabajo realizado junto con:

Verónica Anaya, Departamento de Matemática, Universidad del Bío Bío, Concepción, Chile
Rodolfo Araya, Departamento de Ingeniería Matemática, Universidad de Concepción, Concepción, Chile.
Franz Chouly, Center of Mathematics (CMAT), University of the Republic, , Montevideo, Uruguay.

Referencias

- [1] Chouly, F. (2024). *A review on some discrete variational techniques for the approximation of essential boundary conditions*. Vietnam J. Math., 43, 1–43.
- [2] Araya, R., Caiazzo, A., and Chouly, F. (2024). *Stokes problem with slip boundary conditions using stabilized finite elements combined with Nitsche*. Comput. Methods Appl. Mech. Engrg., 427, 117037.

*e-mail: yuliza.capunay2101@alumnos.ubiobio.cl



A posteriori error estimates for the generalized Oseen problem based on the velocity and the pseudo-stress

María González Taboada *

Department of Mathematics & CITIC

University of A Coruña

A Coruña, Spain

Resumen

We consider a generalized Oseen problem where the main unknowns are the velocity and the pseudo-stress. We propose a stabilized variational formulation obtained after adding residuals related to the equilibrium and the constitutive equations, that allows us to avoid the inf-sup condition requirement. In contrast to previous works, we impose the non-homogeneous Dirichlet boundary condition strongly, which does not increase the size of the linear systems induced by the discrete scheme. We develop an a posteriori error analysis and derive a reliable and locally efficient indicator which consists of just two residual terms. We present exhaustive numerical experiments which evidence the robustness of this approach.

Trabajo realizado junto con:

Tomás P. Barrios, Departamento de Matemática y Física Aplicadas, Universidad Católica de la Santísima Concepción, Concepción, Chile

J. Manuel Cascón, Department of Economics and Economic History, University of Salamanca, Salamanca, Spain.

Referencias

- [1] BARRIOS, T.P., CASCÓN, J.M, GONZÁLEZ, M., *Augmented Mixed Finite Element Method for the Oseen Problem: A Priori and a Posteriori Error Analysis*, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering **313** (2017): 216D238.
- [2] BARRIOS, T.P., CASCÓN, J.M, GONZÁLEZ, M., *On an Adaptive Stabilized Mixed Finite Element Method for the Oseen Problem With Mixed Boundary Conditions*, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering **365** (2020): 113007.
- [3] BARRIOS, T.P., CASCÓN, J.M, GONZÁLEZ, M., *Error Estimates for Velocity-Pseudo-Stress Formulation Applied to the Generalized Oseen Problem*, International Journal of Numerical Methods in Fluids **0**, (2026) 1-17 <https://doi.org/10.1002/flid.70070>.

*e-mail: maria.gonzalez.taboada@udc.es



Stability and Blow-up for a Suspension Bridge Plate Model with Fractional Damping and Memory Effects using an SBP-SAT Finite Differences Scheme

Rodrigo Vejar Asem*

Departamento de Matemáticas

Universidad de La Serena

La Serena, Chile

Resumen

In this work we numerically study a nonlinear plate equation modeling the dynamics of suspension bridges, incorporating both fractional damping and an infinite memory term. The interaction between these two mechanisms leads to a rich dynamical behavior characterized by the competition between dissipative effects and nonlinear instability. To numerically replicate this, and due to the boundary conditions involved, an SBT-SAT Finite Differences scheme was implemented.

Trabajo realizado junto con:

Muhammad Fahim Aslam, Department of Mathematics, University of Kotli Azad Jammu and Kashmir(UOKAJK), Kotli, Pakistan

Zayd Hajje, Department of Mathematics, College of Science, King Saud University

Jianghao Hao, School of Mathematics and Statistics, Shanxi University, Taiyuan, China

Iqra Kanwal, School of Mathematics and Statistics, Shanxi University, Taiyuan, China

Mauricio Sepúlveda Cortés, Departamento de Ingeniería Matemática, Universidad de Concepción, Concepción, Chile.

Referencias

- [1] A. Ferrero, F. Gazzola. A Partially hinged rectangular plate as a model for suspension bridges. *Discrete and Continuous Dynamical Systems*, **35** (2015), 5879-5908.
- [2] B. N. Parlett. The Symmetric Eigenvalue Problem, SIAM Classics in Applied Mathematics, 1998.
- [3] K. Mattsson, "Summation by parts operators for finite difference approximations of second derivatives," *Journal of Computational Physics*, 199(2):503–540, 2004.
- [4] S. Krenk. Energy conservation in Newmark based time integration algorithms. *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.*, **195** (2006), 6110-6124
- [5] D. C. Del Rey Fernández, J. E. Hicken, and D. W. Zingg, "Review of Summation-By-Parts Operators with Simultaneous Approximation Terms for the Numerical Solution of Partial Differential Equations," *Computers & Structures*, 2014.

*e-mail: rodrigo.vejar@userena.cl



Aproximación y ortogonalidad en espacios de Sobolev ponderados en el triángulo

Brayan Sandoval-León*

Departamento de Ingeniería Matemática
 Universidad de Concepción
 Concepción, Chile

Resumen

Introducimos los espacios de Lebesgue L_γ^2 y Sobolev H_γ^m ponderados respecto a los productos interiores:

$$\langle f, g \rangle_\gamma := \int_T f(x)g(x) x_1^{\gamma_1} x_2^{\gamma_2} (1 - x_1 - x_2)^{\gamma_3} dx \quad \text{y} \quad \langle f, g \rangle_{\gamma; m} := \sum_{k=0}^m \langle \nabla^k f, \nabla^k g \rangle_\gamma,$$

donde $T := \{x \in \mathbb{R}^2 : x_1, x_2 > 0 \wedge 1 - x_1 - x_2 > 0\}$ y $\gamma = (\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3) \in (-1, \infty)^3$. Espacios de este tipo aparecen naturalmente en el análisis de métodos de elementos finitos para problemas de difusión fraccionaria [6]. Históricamente, en el estudio de la aproximación polinomial en el triángulo, el simplex o la bola unitaria, el uso de proyectores ortogonales Lebesgue produce tasas de convergencia subóptimas cuando el error se mide en normas Sobolev [1, 2, 5].

En esta presentación nos enfocaremos en demostrar y caracterizar la existencia de un proyector ortogonal tipo Sobolev $S_n^{\gamma; S}$ que satisfice:

$$(\forall u \in H_\gamma^m) \quad \|\nabla u - \nabla S_n^{\gamma; S}(u)\|_\gamma \leq Cn^{1-m} \|u\|_{\gamma; m} \quad \text{y} \quad \|u - S_n^{\gamma; S}(u)\|_\gamma \leq Cn^{-m} \|u\|_{\gamma; m}. \quad (1)$$

Para derivar estas cotas de aproximación, y siguiendo el enfoque de [4], definimos una familia de productos internos de tipo Sobolev.

Al centrarnos en las propiedades estructurales de los espacios —en lugar de construir bases explícitas, evitando así los extensos cálculos algebraicos usuales en el tratamiento de polinomios multivariados [3]— caracterizamos los espacios de polinomios ortogonales de Sobolev resultantes, $\mathcal{V}_n^{\gamma; S}$. Asimismo, demostramos que los elementos de $\mathcal{V}_n^{\gamma; S}$ son funciones propias de problemas explícitos de tipo Sturm-Liouville de segundo orden. Mediante este resultado y el uso de argumentos de tipo Aubin-Nitsche, derivamos la convergencia del proyector $S_n^{\gamma; S}$ en su norma natural. Finalmente, empleando una desigualdad de tipo Hardy, obtenemos las cotas deseadas en (1).

Trabajo realizado junto con:

Leonardo E. Figueroa, Departamento de Ingeniería Matemática, Universidad de Concepción, Concepción, Chile.

Referencias

- [1] G. A. Benavides and L. E. Figueroa, *Orthogonal polynomial projection error in Dunkl–Sobolev norms in the ball*, J. Approx. Theory **261** (2021), 105495.

*e-mail: bsandoval2018@udec.cl

- [2] L. E. Figuera, *Orthogonal polynomial projection error measured in Sobolev norms in the unit ball*, *J. Approx. Theory* **220** (2017), 31–43.
- [3] L. E. Figuera, *Weighted Sobolev orthogonal polynomials and approximation in the ball*, arXiv preprint arXiv:2308.05469v1 (2023).
- [4] Y. Xu, *Approximation and orthogonality in Sobolev spaces on a triangle*, *Constr. Approx.* **46** (2017), 349–434.
- [5] Y. Xu, *Approximation by polynomials in Sobolev spaces with Jacobi weight*, *J. Fourier Anal. Appl.* **24** (2018), 1438–1459.
- [6] R. H. Nochetto, E. Otárola, and A. J. Salgado. A PDE approach to fractional diffusion in general domains: a priori error analysis. *Found. Comput. Math.*, 15(3):733–791, 2015.



Ritz–Uzawa Neural Networks for Solving Variational Problems

Ignacio Muga*

Instituto de Matemáticas

Pontificia Universidad Católica de Valparaíso

Valparaíso, Chile

Resumen

Solving Partial Differential Equations (PDEs) using neural networks presents different challenges, including integration errors and spectral bias, often leading to poor approximations. In addition, standard neural network-based methods, such as Physics-Informed Neural Networks, often lack stability when dealing with PDEs characterized by low-regularity solutions. To address these limitations, we introduce the Ritz–Uzawa Neural Networks (RUNNs) framework, an iterative method for solving strong, weak, and ultra-weak variational formulations. Rewriting the PDE as a sequence of Ritz-type minimization problems within a Uzawa loop provides an iterative framework that, in specific cases, reduces both bias and variance during training. Numerical experiments demonstrate the robustness of RUNNs, accurately resolving highly oscillatory solutions and successfully recovering a discontinuous L^2 solution from a distributional H^{-2} source (a scenario where standard energy-based methods fail).

Trabajo realizado junto con:

Pablo Herrera, Basque Center for Applied Mathematics, Bilbao, Spain.

Jamie M. Taylor, Department of Mathematics, CUNEF Universidad, Madrid, Spain.

Carlos Uriarte, Curtin University, Perth, Australia.

David Pardo, Department of Mathematics, University of the Basque Country UPV/EHU, Leioa, Spain.

Kristoffer G. van der Zee, School of Mathematical Sciences, University of Nottingham, Nottingham, UK.

*e-mail: ignacio.muga@pucv.cl

ABSTRACTS: CONTROL Y PROBLEMAS
INVERSO

XXXVIII JORNADA DE MATEMÁTICA DE LA ZONA SUR

22–24 de abril de 2026 · Facultad de Ciencias · Universidad del Bío-Bío · Concepción, Chile

A stability result for a discontinuity jump inverse problem on linear elasticity equation

Jorge Aguayo*

Departamento de Ingeniería Matemática and CI²MA
Universidad de Concepción
Concepción, Chile

Resumen

This talk presents the inverse problem of determining the discontinuity jump of the displacement field, subject to a steady linear elasticity equation, on an interface from boundary measurements of displacements and tractions on boundary subdomains located on different sides of the interface. As a partial result, a conditional stability result of the discontinuity jump through internal measurements of the displacements is established. A conditional stability result for the discontinuity jump from boundary measurements is derived by a domain extension. Finally, an optimal control problem is presented to recover a tangential discontinuity jump, together with a numerical experiment to illustrate the theoretical findings.

Palabras clave: Inverse problems; elasticity equation; identification of parameters; Carleman estimates.

*partially funded by the National Agency for Research and Development (ANID) Fondecyt Iniciación en Investigación program, grant 11260146. e-mail: jorgeaguayo@udec.cl

Referencias

- [1] Aguayo, J. (2025). *A stability result for a discontinuity jump inverse problem on linear elasticity equation*. Inverse Problems 41(5).

XXXVIII JORNADA DE MATEMÁTICA DE LA ZONA SUR

22–24 de abril de 2026 · Facultad de Ciencias · Universidad del Bío-Bío · Concepción, Chile

Sobre algunos problemas de control de ecuaciones parabólicas de cuarto orden en dimensión superior

Felipe Antonio Asbún Torres*

Departamento de Matemática
Universidad Técnica Federico Santa María
San Joaquín, Chile

Resumen

En esta charla abordaremos dos tipos de problemas para una ecuación parabólica de cuarto orden en dimensión $N \geq 2$. Por un lado, estudiaremos la existencia de controles insensibilizantes para una ecuación lineal cuya observación involucra las derivadas del estado. Además, demostraremos la no existencia de controles insensibilizantes para un caso particular. Por otro lado, mostraremos algunos resultados asociados a controlabilidad jerárquica de un problema semilineal siguiendo una estrategia de Stackelberg-Nash.

Para ambos problemas, utilizamos un método dual cuyo objetivo es mostrar una desigualdad de observabilidad apropiada para el sistema adjunto, donde la principal herramienta a usar son estimaciones de Carleman.

Trabajo realizado en conjunto con:

Nicolás Antonio Carreño Godoy¹, Departamento de Matemática, Universidad Técnica Federico Santa María, San Joaquín, Chile.

Referencias

- [1] K. KASSAB, *Null controllability of semi-linear fourth order parabolic equations*, Journal de Mathématiques Pures et Appliquées, 136, 279-312, 2020

*Parcialmente financiado por ANID Magíster Nacional 2025, e-mail: felilpe.asbun@usm.cl

¹e-mail: nicolas.carrenog@usm.cl

- [2] K. KASSAB, *Negative and positive controllability results for coupled systems of second and fourth order parabolic equations*, fhal-03080968, 2020
- [3] F. LI, B. YOU, *Hierarchical exact controllability of the fourth-order parabolic equations*, Communications in Contemporary Mathematics, 27 10, 2025.
- [4] F.D. ARARUNA, E. FERNÁNDEZ-CARA, L.C. DA SILVA, *Hierarchical exact controllability of semilinear parabolic equations with distributed and boundary cocontrols* Communications in Contemporary Mathematics, 22(07):1950034, 2020

XXXVIII JORNADA DE MATEMÁTICA DE LA ZONA SUR

22–24 de abril de 2026 · Facultad de Ciencias · Universidad del Bío-Bío · Concepción, Chile

Stabilization of the Multidimensional Heat Equation with Localized Disturbance

Christian Calle *Departamento de Matemática
Universidad Federico Santa María
Pontificia Universidad Católica de Valparaíso
Universidad de Valparaíso**Resumen**

El propósito de esta charla es abordar el problema de la estabilización rápida para una ecuación del calor multidimensional sujeta a una perturbación desconocida y localizada espacialmente.

$$\begin{cases} y_t - \Delta y = \chi_\omega(u + d), & (t, x) \in (0, \infty) \times \Omega \\ y(t, x) = 0, & (t, x) \in (0, \infty) \times \partial\Omega \\ y(0, x) = y_0(x), & x \in \Omega \end{cases} \quad (1)$$

La estrategia propuesta combina un enfoque de control por retroalimentación, introducido por Xiang [1], el cual sintetiza el Método de Lyapunov Frecuencial, con el uso del operador multivaluado signo. Mientras que el análisis de estabilidad se fundamenta en técnicas de Lyapunov y en desigualdades espectrales, la incorporación del operador signo confiere robustez frente a la perturbación desconocida, asegurando un decaimiento exponencial de la solución. El sistema en lazo cerrado se rige por una inclusión diferencial, cuya buena colocación se demuestra mediante la teoría de operadores monótonos maximales. Este enfoque no solo garantiza la estabilización exponencial, sino que también evita la necesidad de modelar o estimar explícitamente las perturbaciones. De este modo, se diseña una ley de control que, actuando sobre un subdominio, incorpora un mecanismo para mitigar perturbaciones y garantiza la estabilización del sistema.

* e-mail: ccalle@usm.cl

Palabras clave: Ecuación de calor, perturbación, estabilización, técnicas de Lyapunov, estabilidad exponencial, operador monótono maximal.

Trabajo realizado junto a:

Coautor: Patricio Guzmán

Departamento de Matemática, Universidad Técnica Federico Santa María.

Coautor: Hugo Parada

Institut Élie Cartan de Lorraine, Université de Lorraine, CNRS, Inria, IECL .

Referencias

- [1] Xiang, S. (2024). *Quantitative Rapid and Finite Time Stabilization of the Heat Equation*, ESAIM: COCV, 30.
- [2] Calle, C., Guzmán, P. and Parada, H. *Rapid stabilization of an unstable heat equation with disturbance at the flux boundary condition*, submitted, 2025.

XXXVIII JORNADA DE MATEMÁTICA DE LA ZONA SUR

22–24 de abril de 2026 · Facultad de Ciencias · Universidad del Bío-Bío · Concepción, Chile

Estabilización de una ecuación de ondas con un control frontera perturbado y una condición de borde dinámica

Renata Esperanza Córdova Meneses*

Departamento de Matemática
Universidad Técnica Federico Santa María
San Joaquín, Chile

Resumen

En esta charla analizaremos la estabilización exponencial una ecuación tipo onda con una condición de borde dinámica y un control frontera sujeto a una perturbación desconocida. Si bien en [1] se establece el decaimiento exponencial para el sistema sin perturbar, dicho control pierde robustez ante la presencia de perturbaciones desconocidas.

Para abordar este problema, proponemos el diseño de una nueva ley de retroalimentación. El análisis de existencia y unicidad de soluciones se fundamenta en la teoría de semigrupos y operadores monótonos maximales, junto con técnicas de optimización convexa. Por otra parte, la estabilidad del sistema en lazo cerrado se demuestra mediante técnicas tipo Lyapunov adaptadas e incorporando el operador signo multivaluado.

Trabajo realizado en conjunto con:

Patricio Guzmán Meléndez¹, Departamento de Matemática, Universidad Técnica Federico Santa María, San Joaquín, Chile.

Hugo Parada Ríos², Institut Élie Cartan de Lorraine, Université de Lorraine, Nancy, Francia.

*Parcialmente financiado por ANID Magíster Nacional 2025, e-mail: renata.cordova@usm.cl

¹e-mail: patricio.guzmanm@usm.cl

²e-mail: hugo.parada.mat@gmail.com

Referencias

- [1] RAO, B., *Decay estimates of solutions for a hybrid system of flexible structures*, European Journal of Applied Mathematics **4**(3), (1993). 303–319.
- [2] GUZMÁN, P., HUERTA, A., AND PARADA, H., *Rapid stabilization for a wave equation with boundary disturbance*, arXiv preprint arXiv:2510.04893, (2025).
- [3] SHOWALTER, R., *Monotone Operators in Banach Space and Nonlinear Partial Differential Equations*, Mathematical Surveys and Monographs **49**, (1997).
- [4] PEYPOUQUET, J., *Convex Optimization in Normed Spaces: Theory, Methods and Examples*, Springer Briefs in Optimization, (2015).

XXXVIII JORNADA DE MATEMÁTICA DE LA ZONA SUR

22–24 de abril de 2026 · Facultad de Ciencias · Universidad del Bío-Bío · Concepción, Chile

On the existence and uniqueness of an inverse problem in epidemiology

Ian Hess Duque*Departamento de Ciencias Matemáticas y Físicas
Universidad Católica de Temuco
Temuco, Chile

Resumen

This talk presents the functional framework and the necessary conditions for the well-posedness of an inverse problem arising from the mathematical modeling of disease transmission. The direct problem is given by an initial boundary value problem for a reaction-diffusion system. The inverse problem consists of the determination of the disease and the recovery transmission rates from the observed measurement solution of the direct problem at the final time. The unknowns of the inverse problem are the coefficients of the reaction term. We formulate the inverse problem as an optimization problem for an appropriate cost functional. Then, the existence of solutions of the inverse problem is deduced by proving the existence of a minimizer for the cost functional. Moreover, we establish the uniqueness up an additive constant of the identification problem. The uniqueness is a consequence of the first order necessary optimality condition and a stability of the inverse problem unknowns with respect to the observations.

Joint work with:

Aníbal Coronel¹, Departamento de Ciencias Básicas, Universidad del Bío-Bío, Chillán, Chile.

*partially funded by the National Agency for Research and Development (ANID) Fondecyt Iniciación en Investigación program, grant 11260146. e-mail: ihess@uct.cl

¹E-mail: acoronel@ubiobio.cl

Luis Friz², Departamento de Ciencias Básicas, Universidad del Bío-Bío, Chillán, Chile.
María Zegarra³, Facultad de Matemáticas, Universidad Nacional Mayor de San Marcos, Lima, Perú.

Referencias

- [1] CORONEL, A., FRIZ, L., HESS, I. AND ZEGARRA, M., *On the existence and uniqueness of an inverse problem in epidemiology*, *Applicable Analysis*, **100**(3), (2021). 513-526.

²E-mail: lfriz@ubiobio.cl

³E-mail: mzegarragaray@gmail.com

XXXVIII JORNADA DE MATEMÁTICA DE LA ZONA SUR

22–24 de abril de 2026 · Facultad de Ciencias · Universidad del Bío-Bío · Concepción, Chile

Stabilization of waves in exterior domains with boundary feedback

Felipe Labra Iribarra*
Facultad de Matemáticas
Pontificia Universidad Católica de Chile

Resumen

En esta charla estudiaremos el problema de estabilización exponencial de una ecuación de ondas para un dominio exterior de dimensión impar, donde el control retroalimentado toma una forma pseudodiferencial. Junto al formalismo de Lax-Phillips, la condición geométrica de control exterior y medida de defecto microlocal, mostramos avances relacionados a la prueba de la estabilidad.

Palabras clave: Condición geométrica de control exterior, Control pseudodiferencial, Medida de defecto microlocal.

Trabajo realizado junto a:

Coautor/a(s): Benjamín Palacios, Hugo Parada.
Pontificia Universidad Católica de Chile, Institut Élie Cartan de Lorraine.

* e-mail: flabrai@estudiante.uc.cl

Referencias

- [1] L. ALOUI, M. KHENISSI, *Stabilisation pour l'Équation des Ondes dans un Domaine Extérieur*, Rev. Mat. Iberoamericana 18 (1) 1 - 16, March, 2002.
- [2] L. ALOUI, *Stabilisation Neumann pour l'équation des ondes dans un domaine extérieur*, DOI: [https://doi.org/10.1016/S0021-7824\(02\)01261-8](https://doi.org/10.1016/S0021-7824(02)01261-8).
- [3] C. BARDOS, L. HALPERN, G. LEBEAU, J. RAUCH, E. ZUAZUA, *Stabilisation de l'équation des ondes au moyen d'un feedback portant sur la condition aux limites de Dirichlet*, DOI: <https://doi.org/10.3233/ASY-1991-4401>

XXXVIII JORNADA DE MATEMÁTICA DE LA ZONA SUR

22–24 de abril de 2026 · Facultad de Ciencias · Universidad del Bío-Bío · Concepción, Chile

Un sistema estacionario de quimiorrepulsión con producción no lineal y un problema de control óptimo bilineal asociado

Yankis Ramón Linares *

Departamento de Matemáticas
Facultad de Ciencias Básicas
Universidad de Antofagasta

Resumen

En esta charla se estudia un problema de control óptimo bilineal asociado a un sistema estacionario de quimiorrepulsión con producción no lineal. Se demuestra la existencia de soluciones fuertes y de al menos una solución óptima global. Además, se obtienen condiciones necesarias de optimalidad de primer orden.

Palabras clave: Quimiorrepulsión, soluciones fuertes, control óptimo, condiciones de optimalidad.

Trabajo realizado junto a:

Coautor/a(s): Exequiel Mallea Zepeda, Israel Villarreal Tintaya
Departamento de Matemáticas, Universidad Católica del Norte, Chile.

* e-mail: Yankis.linares@uantof.cl

Referencias

- [1] Linares, Y. R., Mallea-Zepeda, E., Villarreal-Tintaya, I. *A Stationary Chemo-repulsion System with Nonlinear Production and a Bilinear Optimal Control Problem Related*. Applied Mathematics & Optimization, 92, 36 (2025). <https://doi.org/10.1007/s00245-025-10323-w>

XXXVIII JORNADA DE MATEMÁTICA DE LA ZONA SUR

22–24 de abril de 2026 · Facultad de Ciencias · Universidad del Bío-Bío · Concepción, Chile

Inverse Random Source and Cauchy Problems for Semi-Discrete Stochastic Parabolic Equations in Arbitrary Dimensions

Manuel Fernando Prado Ceballos*
Doctorado de matemáticas en consorcio
PUCV-UTFSM-UV

Resumen

En esta charla estudiaremos dos tipos de problemas inversos asociados a ecuaciones parabólicas estocásticas discretizadas en el espacio, en dimensión arbitraria.

El primer resultado corresponde a un problema inverso de fuente en el marco semi-discreto: buscamos determinar el término fuente aleatorio, asociado a un ruido blanco, a partir de observaciones de la solución en el tiempo final y en un subdominio espacial abierto, durante un intervalo de tiempo.

El segundo resultado es un problema inverso de tipo Cauchy semi-discreto, donde el objetivo es estimar la solución de la ecuación parabólica estocástica en un subdominio espacio-temporal, utilizando mediciones de la solución y de la traza de su derivada espacial discreta en un subconjunto abierto arbitrario de la frontera lateral, también en un intervalo de tiempo.

La herramienta principal de nuestro análisis consiste en tres nuevas estimaciones globales de Carleman para el operador parabólico estocástico semi-discreto: una asociada a observaciones interiores y dos relacionadas con observaciones en la frontera, bajo condiciones de Dirichlet homogéneas y no homogéneas.

Como aplicación de estas estimaciones de Carleman, obtenemos resultados de estabilidad Lipschitz para el problema inverso de fuente y estabilidad de tipo Hölder para el problema inverso de Cauchy.

*partially supported by FONDECYT (Chile) Grant 1260574, Proyecto Interno USM 2025 PI_LIR_25_14, becas internas de evento científico de la PUCV y UTFSM, e-mail: mf.pradoceballos@gmail.com

Palabras clave: Problemas inversos; procesos estocásticos; ecuaciones parabólicas estocásticas semi-discretas; estimaciones globales de Carleman.

Trabajo realizado junto a:

Rodrigo Lecaros¹

Trabajo realizado junto a:

Ariel A. Pérez²

Referencias

- [1] Lecaros, R., Pérez, A. A. and Prado, M. F. (2026). *Inverse Random Source and Cauchy Problems for Semi-Discrete Stochastic Parabolic Equations in Arbitrary Dimensions*. Preprint, arXiv:2509.03760.

¹partially supported by FONDECYT (Chile) Grant 1260574 and Proyecto Interno USM 2025 PI_LIR_25_14., e-mail: rodrigo.lecaros@usm.cl

Departamento de Matemáticas
Universidad Técnica Federico Santamaria.

²Vicerrectoría de Investigación y postgrado, Universidad del Bío-Bío, project IN2450902 and FONDECYT Grant 11250805, e-mail: aaperez@ubiobio.cl

Departamento de Matemáticas
Universidad del Bio-Bio

XXXVIII JORNADA DE MATEMÁTICA DE LA ZONA SUR

22–24 de abril de 2026 · Facultad de Ciencias · Universidad del Bío-Bío · Concepción, Chile

Overparameterization as Implicit Regularization in Inverse Problems: Insights from Deep Diagonal Networks

Cristian Vega*Instituto de Alta investigación (IAI)
Universidad de Tarapacá

30 de marzo de 2026

Resumen

Overparameterization is widely used in modern data-driven inverse problems, yet its effect on optimization dynamics remains poorly understood. These are multilayer architectures with a reparameterization that preserves convexity in the effective parameter, while inducing a nontrivial geometry in the optimization landscape.

Under mild initialization conditions, we show that gradient flow on the layer parameters induces a mirror-flow dynamic in the effective parameter space. This structural insight yields explicit convergence guarantees, including exponential decay of the loss under a Polyak–Lojasiewicz condition, and clarifies how the parameterization and initialization scale govern the training speed. We demonstrate that deep diagonal overparameterizations, despite their apparent complexity, can endow standard gradient methods with well-behaved and interpretable optimization dynamics.

Palabras clave: Deep Diagonal Networks, Implicit Regularization, Well-Posedness, Polyak–Lojasiewicz Condition.

Trabajo realizado junto a: Hippolyte Labarrière, Cesare Molinari, Silvia Villa (MaLGA, Università degli Studi di Genova) and Lorenzo Rosasco (MaLGA, Università degli Studi di Genova, Istituto Italiano di Tecnologia, Center for Brains, Minds and Machines, MIT).

Referencias

- [1] Labarrière, Hippolyte and Molinari, Cesare and Rosasco, Lorenzo and Vega, Cristian and Villa, Silvia (2024). *Optimization Insights into Deep Diagonal Linear Networks*. arXiv preprint arXiv:2412.16765.

* e-mail: cristianvegaceren06@gmail.com

ABSTRACTS: ECUACIONES
DIFERENCIALES PARCIALES Y
ECUACIONES DE EVOLUCIÓN



Desigualdades de Sobolev en productos warped de esferas

Barinia Muñoz Flores

Departamento de Matemática
Universidad Técnica Federico Santa María
Valparaíso, Chile

Resumen

El problema de Yamabe pregunta si, dentro de una clase conforme de métricas en una variedad Riemanniana cerrada, es posible encontrar una métrica con curvatura escalar constante. Más allá de su resolución clásica, una línea de investigación reciente busca entender cuán estable es el funcional de Yamabe, es decir, de qué manera el déficit de energía controla la distancia a sus funciones minimizadoras. Aunque se sabe que en algunos casos esta relación puede tener carácter supercuadrático, los ejemplos conocidos siguen siendo muy escasos. En esta presentación estudiaremos esta pregunta en el contexto de productos warped de esferas, particularmente en variedades de la forma $S^1 \times_f S^3$. Mostraremos cómo la geometría de estos espacios permite reducir la condición de curvatura escalar constante a una ecuación ordinaria sobre S^1 , lo que entrega una vía concreta para construir nuevos modelos y analizar su estructura variacional. Finalmente, discutiremos resultados preliminares sobre la ecuación de Euler–Lagrange asociada, el posible comportamiento de los minimizadores y su relación con la aparición de estabilidad supercuadrática.

Trabajo realizado en conjunto con:

Pedro Montero¹, Departamento de Matemática, Universidad Técnica Federico Santa María, Valparaíso, Chile.

Carolina Rey, Departamento de Matemática, Universidad Técnica Federico Santa María, Valparaíso, Chile.

Referencias

- [1] DOBARRO, LAMÍ DOZO, *Scalar Curvature and Warped Products of Riemann Manifolds*, Transactions of the American Mathematical Society **303**(1), (1987), 161–183.
- [2] ENGELSTEIN, NEUMAYER, SPOLAOR, *Quantitative stability for minimizing Yamabe metrics*, Transactions of the American Mathematical Society, Series B **9**, (2022), 395–414.
- [3] FRANK, *Degenerate stability of some Sobolev inequalities*, Annales de l’Institut Henri Poincaré (C) Analyse Non Linéaire, (2022).
- [4] BREZIS, LIEB, *Sobolev Inequalities with Remainder Terms*, Journal of Functional Analysis **62**, (1985), 73–86.
- [5] BIANCHI, EGNELL, *A Note on the Sobolev Inequality*, Journal of Functional Analysis **100**, (1991), 18–24.

¹Parcialmente financiado por Fondecyt Regular 1231214

XXXVIII JORNADA DE MATEMÁTICA DE LA ZONA SUR

22–24 de abril de 2026 · Facultad de Ciencias · Universidad del Bío-Bío · Concepción, Chile

De la discretización temporal a la superdifusión

Carlos Lizama*

Resumen

Esta charla presenta una conexión entre la discretización temporal de ecuaciones de evolución con memoria y la aparición de modelos superdifusivos en redes discretas. A partir del laplaciano discreto y de sus potencias fraccionarias, se muestra cómo las interacciones de largo alcance pueden describirse mediante operadores no locales y cómo ciertos esquemas temporales de tipo Caputo conducen, en el límite, a ecuaciones fraccionarias asociadas con difusión anómala. Se discuten además ejemplos semidiscretos vinculados con las ecuaciones del calor, de ondas y de Laplace.

Esta charla estudia, desde un punto de vista operatorial, la relación entre discretización temporal, memoria fraccionaria y superdifusión. El punto de partida es el laplaciano discreto sobre el retículo y, en particular, sus potencias fraccionarias, que generan núcleos con decaimiento algebraico y permiten modelar saltos largos e interacciones no locales. Esta estructura proporciona una descripción natural de fenómenos de difusión anómala en modelos semidiscretos.

A continuación, se consideran problemas abstractos de Cauchy con derivadas fraccionarias en el tiempo y se explica cómo ciertos procedimientos de discretización temporal, formulados mediante esquemas de tipo Caputo, preservan la memoria del sistema continuo. En este marco, se obtienen resultados de convergencia hacia ecuaciones superdifusivas y se pone de relieve que la discretización no sólo aproxima la dinámica original, sino que también revela una transición natural hacia modelos efectivos con comportamiento anómalo.

*e-mail: carlos.lizama@usach.cl

Finalmente, se presentan ejemplos explícitos de familias operatoriales y modelos semidiscretos dominados por las ecuaciones del calor, de ondas y de Laplace. Estos ejemplos ilustran que la no localidad espacial y la memoria temporal no son fenómenos independientes, sino manifestaciones complementarias de una misma arquitectura analítica, útil para comprender la aparición de superdifusión en contextos discretos y continuos.

Palabras clave: laplaciano discreto fraccionario, superdifusión, derivadas fraccionarias, discretización temporal, modelos semidiscretos, ecuaciones de evolución.

Referencias

- [1] O. Ciaurri, C. Lizama, L. Roncal and J. L. Varona, *On a connection between the discrete fractional Laplacian and superdiffusion*, Applied Mathematics Letters **49** (2015), 119–125.
- [2] C. Lizama and R. Ponce, *Time discretization and convergence to superdiffusion equations via Poisson distribution*, Communications on Pure and Applied Analysis **22** (2023), no. 2, 572–596.
- [3] C. Lizama and M. Murillo-Arcila, *On semidiscrete models dominated by the heat, wave and Laplace equations*, Discrete and Continuous Dynamical Systems **44** (2024), no. 8, 2368–2386.

XXXVIII JORNADA DE MATEMÁTICA DE LA ZONA SUR

22–24 de abril de 2026 · Facultad de Ciencias · Universidad del Bío-Bío · Concepción, Chile

Título de la charla: Sobre el problema de la estabilidad asintótica para soluciones solitónicas en los modelos de tipo Boussinesq

Christopher Maulén*Departamento de Ingeniería Matemática
Universidad de Concepción

Resumen

En esta charla, introducimos la familia de ecuaciones de Boussinesq, revisamos algunos resultados conocidos y presentamos nuevos hallazgos sobre la estabilidad asintótica de soluciones de ondas solitarias en el espacio de energía. En particular, consideramos el modelo unidimensional de Kaup-Broer-Kuperschmidt (KBK) con datos iniciales en el espacio de energía $H^1 \times L^2$. Este modelo pertenece a la familia más amplia de modelos Boussinesq $abcd$, introducidos por Bona, Chen y Saut [1, 2] para describir ondas en aguas poco profundas bajo la influencia de la dispersión y grandes amplitudes. El modelo KBK admite ondas solitarias con velocidades $c \in (-1, 1)$. Angulo estableció su estabilidad orbital en $L^2 \times H^1$, asumiendo una buena formulación local en $H^1 \times H^2$. Partiendo de esta base, demostramos que las ondas solitarias KBK son asintóticamente estables para datos iniciales en el espacio de energía y para un rango de velocidades, basándonos en un nuevo conjunto de estimaciones viriales específicamente adaptadas al sistema KBK en un marco móvil inspiradas en [3, 4, 5].

Palabras clave: estabilidad asintótica, Boussinesq, virial

* e-mail: cmaulen@ing-mat.udec.cl

Trabajo realizado junto a: Claudio Muñoz
Coautor/a(s): Claudio Muñoz
Universidad de Chile.

Referencias

- [1] J. L. Bona, M. Chen, and J.-C. Saut, *Boussinesq equations and other systems for small-amplitude long waves in nonlinear dispersive media. I: Derivation and linear theory*, J. Nonlinear. Sci. Vol. 12: pp. 283–318 (2002).
- [2] J. L. Bona, M. Chen, and J.-C. Saut, *Boussinesq equations and other systems for small-amplitude long waves in nonlinear dispersive media. II: The nonlinear theory*, Nonlinearity 17 (2004) 925–952.
- [3] M. Kowalczyk, Y. Martel, C. Muñoz, and Hanne Van Den Bosch, *A sufficient condition for asymptotic stability of kinks in general (1+1)-scalar field models*. Ann. PDE 7 (2021), no. 1, Paper No. 10, 98 pp.
- [4] C. Maulén, *Asymptotic stability manifolds for solitons in the generalized good Boussinesq equation*. J. Math. Pures Appl. (9) 177 (2023), 260–328.
- [5] C. Maulén, and C. Muñoz, *Asymptotic stability of the fourth order ϕ^4 kink for general perturbations in the energy space*, Ann. Inst. Henri Poincaré Analyse Nonlinéaire (2024) ([DOI 10.4171/AIHPC/112](https://doi.org/10.4171/AIHPC/112)).

XXXVIII JORNADA DE MATEMÁTICA DE LA ZONA SUR

22–24 de abril de 2026 · Facultad de Ciencias · Universidad del Bío-Bío · Concepción, Chile

Título de la charla: Semigrupos de Gevrey y regularidad de la ley constitutiva de la ecuación de la viga de Euler-Bernoulli viscoelástica localizada

Gerardo Gómez Ávalos *

Facultad de Ciencias Exactas, Departamento de Matemáticas
Universidad Andrés Bello.

Resumen

En este trabajo estudiamos la ecuación de vigas de Euler-Bernoulli con disipación viscosa de Kelvin-Voigt localizada. Esta disipación surge de leyes constitutivas viscosas concentradas en un pequeño segmento de la viga. Nuestro objetivo principal es analizar el efecto de este amortiguamiento localizado en el semigrupo asociado. Se ha establecido previamente que las leyes constitutivas discontinuas generan un semigrupo de Gevrey de clase 4. Aquí, demostramos que la ley constitutiva continua localizada produce un semigrupo de Gevrey de clase 2.

Una consecuencia importante de este resultado es que el modelo exhibe la propiedad de crecimiento determinada por el espectro del generador infinitesimal, lo cual constituye una herramienta clave para abordar problemas de diseño óptimo y aplicaciones de la teoría de control. Otra implicación significativa es el efecto suavizante sobre los datos iniciales.

Palabras clave: Semigrupos de clase C_0 , viscoelástico continuo, viscoelástico discontinuo, Disipación de Kelvin-Voigt, Clase de Gevrey, Diferenciabilidad.

* e-mail: gerardo.gomez@unab.cl

Trabajo realizado junto a:

Coautor/a(s): Jaime Muñoz Rivera

Departamento de Matemáticas, Universidad del Bío-Bío.

Elena Ochoa Ochoa

Departamento de Matemáticas, Universidad Andrés Bello.

Referencias

- [1] GÓMEZ AVALOS, G., RIVERA, JAIME AND LIU, Z., *Gevrey Class of Locally Dissipative Euler–Bernoulli Beam Equation*, SIAM Journal on Control and Optimization, 59,(2021), 2174-2194, 10.1137/20M1312800.
- [2] GÓMEZ AVALOS, G. , RIVERA, JAIME AND OCHOA, ELENA, *Gevrey semigroup of the type III localized thermoelastic model*, Journal of Differential Equations, 347,(2023), 282-309.
- [3] KANGSHENG LIU AND ZHUANGYI LIU; *Exponential Decay Of Energy Of The Euler–Bernoulli Beam With Locally Distributed Kelvin–Voigt Damping. SIAM J. CONTROL OPTIM. Vol. 36, No. 3, pp. 1086–1098, May 1998*

XXXVIII JORNADA DE MATEMÁTICA DE LA ZONA SUR

22–24 de abril de 2026 · Facultad de Ciencias · Universidad del Bío-Bío · Concepción, Chile

Critical Hardy-Rellich inequalities

Hernán Castro*

Instituto de Matemáticas
Universidad de Talca

Resumen

La desigualdad de Hardy mas simple que se puede probar dice que para cualquier función $u \in C_c^\infty(0, \infty)$ y $p > 1$ se cumple que

$$\int_0^\infty \left| \frac{u(x)}{x} \right|^p dx \leq \left| \frac{p}{p-1} \right|^p \int_0^\infty |u'(x)|^p dx,$$

donde la constante $\left| \frac{p}{p-1} \right|^p$ es óptima y, además, la desigualdad es falsa para $p = 1$, lo que hace que en algún sentido el exponente $p = 1$ sea crítico para este tipo de desigualdades.

En esta charla presentaré algunos resultados sobre algunas desigualdades de tipo Hardy y de tipo Rellich para exponentes críticos que pueden parecer falsas, pero que no lo son debido a un fenómeno de cancelación de términos no-integrables.

Palabras clave: Hardy inequality, Rellich inequality

* e-mail: hcastro@utalca.cl

Referencias

- [1] G. H. Hardy, J. E. Littlewood, G. Pólya, Inequalities, Cambridge, at the University Press, 1952, 2d ed.
- [2] F. Rellich, Halbbeschränkte Differentialoperatoren höherer Ordnung, in: Proceedings of the International Congress of Mathematicians, 1954, Amsterdam, vol. III, Erven P. Noordhoff N. V., Groningen, 1956, pp. 243–250.
- [3] F. Rellich, Perturbation theory of eigenvalue problems, Gordon and Breach Science Publishers, New York-London-Paris, 1969, assisted by J. Berkowitz, With a preface by Jacob T. Schwartz.
- [4] H. Castro, H. Wang, A Hardy type inequality for $W^{m,1}(0, 1)$ functions, Calc. Var. Partial Differential Equations 39 (3-4) (2010) 525–531. doi:10.1007/s00526-010-0322-6.
- [5] H. Castro, J. Dávila, H. Wang, A Hardy type inequality for $W_0^{m,1}(\Omega)$ functions, J. Eur. Math. Soc. (JEMS) 15 (1) (2013) 145–155. doi:10.4171/JEMS/357.
- [6] H. Castro, A critical Hardy-Rellich inequality, arXiv (2025) arXiv:2511.16537



Ecuaciones elípticas y espacios de Sobolev con peso

Iván Proaño*

Instituto de Matemáticas
Universidad de Talca

Resumen

En esta charla se presentan algunos avances en el estudio de ecuaciones elípticas con pesos singulares y su relación con operadores fraccionarios. El análisis está motivado por ecuaciones diferenciales donde aparecen coeficientes degenerados o singulares, en particular pesos radiales del tipo $|x|^a$.

Como punto de partida se estudia un modelo unidimensional de tipo Sturm–Liouville con coeficiente degenerado en el origen,

$$-(x^{2\alpha}u'(x))' + u(x) = f(x) \quad \text{en } (0, 1],$$

con condición de borde $u(1) = 0$. Este problema presenta una singularidad en $x = 0$ debido al peso $x^{2\alpha}$. Trabajos previos de Castro y Wang analizaron esta ecuación en el caso $f \in L^2(0, 1)$. El objetivo es extender este análisis a datos $f \in L^p(0, 1)$ con $1 \leq p \leq \infty$, considerando un rango más amplio del parámetro α . El estudio se realiza utilizando espacios de Sobolev con peso, desigualdades de Hardy y técnicas variacionales. En este contexto se obtienen resultados de existencia y unicidad de soluciones débiles, junto con estimaciones en norma L^p y propiedades de regularidad que describen el comportamiento de las soluciones cerca del punto singular.

El interés en ecuaciones elípticas con peso está también motivado por su conexión con operadores fraccionarios. En particular, el trabajo de Caffarelli y Silvestre muestra que el Laplaciano fraccionario puede representarse como un operador de frontera asociado a un problema elíptico en una dimensión adicional que involucra un peso degenerado. Resultados posteriores de Stinga y Torrea extienden esta construcción a operadores elípticos más generales. Esta perspectiva permite estudiar operadores fraccionarios mediante ecuaciones elípticas locales con pesos.

Dentro de este marco se consideran ecuaciones elípticas con peso radial en \mathbb{R}^N del tipo

$$-\operatorname{div}(|x|^a \nabla u) = |x|^a f \quad \text{en } B_1.$$

El análisis de este tipo de problemas requiere adaptar herramientas clásicas de la teoría de ecuaciones elípticas para tener en cuenta la presencia del peso singular. En particular, se estudian propiedades de regularidad de las soluciones utilizando argumentos de escalamiento, estimaciones energéticas y desigualdades de Hardy, con el objetivo de comprender el comportamiento de las soluciones cerca de la singularidad del peso.

Trabajo realizado en conjunto con:

Hernán Castro¹

*Parcialmente financiado por ANID becas Doctorado Nacional 21240838, e-mail: ivan.proano@utalca.cl

¹e-mail: hcastro@utalca.cl

Instituto de Matemáticas
Universidad de Talca

Referencias

- [1] HERNÁN CASTRO AND HUI WANG, *A singular Sturm-Liouville equation under homogeneous boundary conditions*, J. Functional Analysis 261 (2011), no. 6, 1542–1590.
- [2] HERNÁN CASTRO AND HUI WANG, *A singular Sturm-Liouville equation under non-homogeneous boundary conditions*, Differential Integral Equations 25 (2012), no. 1–2, 85–92.
- [3] JAMES SERRIN, *Local behavior of solutions of quasi-linear equations*, Acta Math. 111 (1964), 247–302.
- [4] GEORGE N. WATSON, *A Treatise on the Theory of Bessel Functions*, Cambridge University Press, Cambridge, England, 1944.
- [5] ANTON ZETTL, *Sturm-Liouville theory*, Mathematical Surveys and Monographs, vol. 121, American Mathematical Society, Providence, RI, 2005.
- [6] HERNÁN CASTRO AND IVÁN PROAÑO, *L^p theory for a singular Sturm-Liouville equation*, preprint, arXiv:2412.07875, 2024.
- [7] LUIS CAFFARELLI AND LUIS SILVESTRE, *An extension problem related to the fractional Laplacian*, Commun. Partial Differential Equations 32 (2007), no. 8, 1245–1260.
- [8] PABLO R. STINGA AND JOSÉ L. TORREA, *Extension problem and Harnack’s inequality for some fractional operators*, Commun. Partial Differential Equations 35 (2010), no. 11, 2092–2122.
- [9] LUIS CAFFARELLI AND PABLO STINGA, *Fractional elliptic equations, Caccioppoli estimates and regularity*, Ann. Inst. H. Poincaré Anal. Non Linéaire 33 (2016), no. 3, 767–807.

XXXVIII JORNADA DE MATEMÁTICA DE LA ZONA SUR

22–24 de abril de 2026 · Facultad de Ciencias · Universidad del Bío-Bío · Concepción, Chile

Linear evolution equations with nonlinear-like behavior beyond the heat equation in \mathbb{R}^d

Juan Carlos Pozo*Instituto de Ciencias de la Ingeniería
Universidad de O'Higgins

Resumen

In 2018, Robinson and Rodríguez-Bernal [1], using the properties of the classical Gaussian semigroup, made the remarkable discovery that, by choosing initial data from a carefully constructed set, the linear heat equation can produce “*wild oscillations*”, which can be viewed as a complex dynamical behavior traditionally thought to be exclusive to nonlinear systems. This finding challenges the conventional boundary between linear and nonlinear PDE theory.

In this talk, we establish that such nonlinear behavior is not exclusive for the Gaussian semigroup but is, in fact, a much more general phenomenon. Our results apply to a broad spectrum of linear evolution equations defined on diverse metric spaces, including:

- Nonlocal diffusion governed by the fractional Laplacian in \mathbb{R}^N ;
- Discrete dynamical systems on lattices \mathbb{Z}^N ;
- Diffusion processes on highly irregular fractal geometries, such as the Sierpinski triangle.

This unified framework demonstrates that complex, nonlinear-like dynamics can emerge directly from linear evolution when the interplay between the diffusion operator and the underlying geometry is sufficiently rich. We outline the key

* e-mail: juan.pozo@uoh.cl

technical challenges posed by singular geometries and nonlocal interactions, along with the main methods developed to address them.

This is a joint work with Vicente Vergara (Universidad de Concepción, Chile) and Rodrigo Ponce (Universidad de Talca, Chile).

Palabras clave: Wild oscillations of linear evolution equations

Trabajo realizado junto a:

Rodrigo Ponce, Instituto de Matemáticas, Universidad de Talca.

Vicente Vergara, Departamento de Matemáticas, Universidad de Concepción.

Referencias

- [1] J.C. ROBINSON AND A. RODRÍGUEZ-BERNAL, *Optimal existence classes and nonlinear-like dynamics in the linear heat equation in \mathbb{R}^d* , **Adv. Math.** 334, 488-543 (2018).

XXXVIII JORNADA DE MATEMÁTICA DE LA ZONA SUR

22–24 de abril de 2026 · Facultad de Ciencias · Universidad del Bío-Bío · Concepción, Chile

Título de la charla: Nonlinear Stability of Non-singular Solitons of the Principal Chiral Field Equation

Jessica Trespalacios *Instituto de Ciencias Físicas y Matemáticas
Universidad Austral de Chile**Resumen**

In this talk we consider the Principal Chiral Field model given by

$$\partial_t (\partial_t g g^{-1}) - \partial_x (\partial_x g g^{-1}) = 0, \quad (t, x) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R},$$

valid for a 2×2 Riemannian metric g into the Lie group $SL(2, \mathbb{R})$. Chiral fields on Lie groups represent equivalence classes of the integrable relativistic two-dimensional systems; consequently, represents an integrable system. In this work, we show the nonlinear stability of small enough nonsingular solitons. The method of proof involves the use of vector field methods, as in a previous work with Einstein's field equations under the Belinski-Zakharov formalism, extending for all times the size of suitable null weighted norms of the perturbations at time zero.

Palabras clave: Stability, Belinski-Zakharov ansatz, Principal Chiral Model**Trabajo realizado junto a:****Coautor/a(s):** Miguel A. Alejo & Claudio Muñoz.

Universidad de Córdoba (España) & Universidad de Chile, respectivamente.

* e-mail: jessica.trespalacios@uach.cl

Referencias

- [1] M.A. Alejo, C. Muñoz and J. Trespalcios, Nonlinear Stability of nonsingular solitons of the Principal Chiral field equation, Proc. Am. Math. Soc. (2026). <https://doi.org/10.1090/proc/17653>



Schrödinger equation with combined nonlinearity

Jesus A. Leon Tordecilla*

Ciencias Basicas exactas
Universidad del Sinu
Cartagena, Colombia

Abstract

We establish existence results for a Schrödinger equation on a smooth bounded domain in \mathbb{R}^N , which appears naturally in several applications of mathematical physics. The nonlinearity considered in the equation depends on a concave and sublinear–nonlocal or exponential terms. In such a case, variational methods cannot be applied. Our approach is based on a suitable change of variables, which transforms the original problem into an equivalent semilinear one. The positive solutions to semilinear equations are then presented using the Galerkin method together with a variation of the fixed point theorem. [9]

References

- [1] S. ADACHI AND T. WATANABE, *Uniqueness of the ground state solutions of quasilinear Schrödinger equations*. Nonlinear Anal. **75** (2012), 819–833.
- [2] J. BYEON AND Z. WANG, *Standing waves with a critical frequency for nonlinear Schrödinger equations*. Arch. Ration. Mech. Anal. **165** (2002), 295–316.
- [3] M. COLIN AND L. JEANJEAN, *Solutions for a quasilinear Schrödinger equation: a dual approach*. Nonlinear Anal. **56** (2004), 213–226.
- [4] S. KASAVAN, *Topics in Functional Analysis and Applications*. Wiley, New York, 1989.
- [5] S. KURIHARA, *Exact soliton solution for superfluid film dynamics*. J. Phys. Soc. Japan. **50** (1981), 3801–3805.
- [6] J. LIU, Y. WANG AND Z. Q. WANG, *Soliton solutions for quasilinear Schrödinger equations II*. J. Differ. Equ. **187** (2003), 473–493.
- [7] S. LIU AND L. F. YIN, *Quasilinear Schrödinger equations with concave and convex nonlinearities*. Calc. Var. **62** (2023).
- [8] J.A.L. TORDECILLA AND E.F.L.AGUILA , *Quasilinear Schrodinger equation with exponential growth on the Heisenberg group*. J Elliptic Parabol Equ (2025).
- [9] J.A.L. TORDECILLA , *Generalized Schrödinger equation with a nonlocal term: existence and asymptotic behavior of positive solutions*. To appear in Topological Methods in Nonlinear Analysis (2025).

*Universidad del Sinu, e-mail: jesus.leon@unisinu.edu.co



Local Behaviour of The Saddle Critical Point Theorem of Rabinowitz

Juan Molina

Departamento Ingeniería matemática
 Universidad de Concepción
 Concepción, Chile.

Resumen

Let E be a Hilbert space, $I \in C^1(E, \mathbb{R})$.

In a famous paper Hofer [2], provides a geometric-topological description of the neighborhood of a critical point u_0 of I coming from a Mountain Pass Theorem. He shows that if u_0 is a critical mountain pass point for I , which is not local minimum for I , then for every neighborhood U of u_0 , the intersection $I^c \cap U$ is not path connected (as usually by K_c we means the set of critical point of I which are at level c , and for $d \in \mathbb{R}$, I^d is the open subset of E equal to $I^{-1}(-\infty, d)$).

Later, in the study of some second-order elliptic problems, as

$$\begin{cases} -\Delta u = -\lambda u - |u|^{p-2} u & x \in \Omega, \\ u = 0, & x \in \partial\Omega \\ \lambda_n \leq \lambda \leq \lambda_{n+1} \end{cases} \quad (1)$$

in which the solution changes sign, Benci and Fortunato [1], in the context of Saddle Point Theorem (Finite Dimensional Linking Theorem), show that the number $N(u) \equiv \text{card}\{\text{connected components of } \Omega - u^{-1}(\{0\})\}$ of the nodal regions of the classical solution of (1) are bounded by the Morse index of the solution u .

In this note, in the context of the Saddle Point Theorem of Rabinowitz [3], we demonstrate that Hofer's Result remains valid when the critical point are isolated. More precisely, our result is the following

Teorema Let $H = E^- \oplus E^+$ be an orthogonal decomposition of the Hilbert space H and E^- is finite dimensional.

Suppose $I \in C^1(E, \mathbb{R})$, satisfies the Palais-Smale condition, (PS), and

- (i) there is a constant α and a bounded neighborhood D of 0 in E^- such that $\sup_{u \in \partial D} I(u) < \alpha$, and
- (ii) there is a constant $\beta > \alpha$ such that $\inf_{u \in E^+} I(u) \geq \beta$.

Define $\Gamma = \{g \in C(\bar{D}, E) : g = Id \text{ on } \partial D\}$, and $c = \inf_{g \in \Gamma} \sup_{u \in \bar{D}} I(g(u))$. Then there exists a critical point u_0 at level c with $c \geq \beta$. Moreover, if the critical point u_0 is isolated then the sublevel $I^c \cap N(u_0)$ is not connected.

Here $I^c = \{u \in E : I(u) < c\}$ and $N(u_0)$ is any neighborhood of u_0 .

Referencias

- [1] V. BENCI, D. FORTUNATO, *A remark on the nodal regions of the solutions of some superlinear elliptic equations*, Proceedings of the Royal Society of Edinburgh, 111A, 123-128, 1989.

- [2] H. HOFER, *A geometric description of the neighbourhood of a critical point given by the Mountain-Pass Theorem*, J. London Math. Soc. (2) 31 (1985) 566-570.
- [3] P. RABINOWITZ, *Minimax methods in critical point theory with applications to differential equations theorems and applications to nonlinear partial differential equations*, CBMS Regional Conference Series Math. 65, Amer. Math. Soc., Providence (1986).

XXXVIII JORNADA DE MATEMÁTICA DE LA ZONA SUR

22–24 de abril de 2026 · Facultad de Ciencias · Universidad del Bío-Bío · Concepción, Chile

Título de la charla: The limiting case of the fractional Caffarelli-Kohn-Nirenberg inequality in dimension one

Mariel Sáez Trumper*

Facultad de Matemáticas
Pontificia Universidad Católica de Chile

Resumen

We study the limiting case $\gamma \rightarrow (1/2)^-$ in dimension one for the fractional Caffarelli-Kohn-Nirenberg inequality, obtaining Onofri's inequality in the unit disk as a limit. An important aspect is the study of solutions of the weighted Liouville equation for the half-Laplacian in dimension one.

Palabras clave: CKN inequality, fractional equations

Coautor/a(s): María del Mar González (Universidad Autónoma de Madrid), Ali Hyder (TIFR Centre for Applicable Mathematics)
Afilación(es) correspondiente(s).

* e-mail: mariel@uc.cl

Referencias

- [1] M.M. González, A. Hyder, M. Sáez. *The Limiting Case of the Fractional Caffarelli-Kohn-Nirenberg Inequality in dimension one* Int. Math. Res. Not. IMRN Volume 2025, Issue 18, September 2025.



Simetrías Galileanas y de Escalamiento en la caracterización de fases de solitones línea

Rodrigo T. Fernández Figueroa
Universidad Austral de Chile
Valdivia, Chile

Resumen

Esta investigación se centra en el análisis y la caracterización de las soluciones de tipo solitón línea (oblicuo) para la ecuación de Kadomtsev-Petviashvili (KP-II). En particular, se establece una relación entre el solitón de la ecuación de Korteweg-de Vries (KdV), reinterpretado en el contexto de KP-II, y el solitón línea como solución específica de la ecuación KP-II. Este enfoque permitió caracterizar la fase de la solución solitón línea de KP-II mediante el uso de operadores de tipo Airy, Heat y Wronskian, investigando sus interacciones con el perfil y la fase de estas soluciones. Para lograr esto, fue esencial la introducción de un operador mixto, definido como una composición específica de una transformación Galileana y un escalamiento.

Se utilizaron resultados recientes relacionados con las características específicas de los perfiles y las fases de estas soluciones [2]. En este contexto, se determinaron de manera precisa los parámetros ω y β del operador mixto, los cuales permitieron transformar un solitón línea de KP-II en un solitón de KdV. Un aspecto clave y particularmente desafiante fue la descripción del operador mixto inverso para establecer el vínculo entre soluciones. Además, se derivaron ecuaciones que replican el comportamiento de los operadores mencionados, destacando su importancia en la comprensión profunda de estas soluciones y la caracterización de sus fases.

Referencias

- [1] Ablowitz, M. J., & Segur, H. (1981). *Solitons and the inverse scattering transform*. Society for Industrial and Applied Mathematics (SIAM).
- [2] Alegría, F., Chen, G., Muñoz, C., Poblete, F., & Tardy, B. (2024). On uniqueness of KP soliton structures. *arXiv preprint arXiv:2405.07125*.
- [3] Bourgain, J. (1993). On the Cauchy problem for the Kadomtsev-Petviashvili equation. *Geometric and Functional Analysis*, 3, 315-341.
- [4] Faya, J., Figueroa, P., Muñoz, C., & Poblete, F. (2024). On nonexistence and uniqueness of breathers for the generalized Korteweg-de Vries and Zakharov-Kuznetsov models. *Preprint*.
- [5] Hayashi, N., & Naumkin, P. I. (2014). Large time asymptotics for the Kadomtsev-Petviashvili equation. *Communications in Mathematical Physics*, 332, 505-533.
- [6] Hayashi, N., Naumkin, P. I., & Saut, J.-C. (1999). Asymptotics for large time of global solutions to the generalized Kadomtsev-Petviashvili equation. *Communications in Mathematical Physics*, 201, 577-590.
- [7] Íorio, R., & Nunes, W. (1998). On equations of KP type. *Proceedings of the Royal Society of Edinburgh, Section A: Mathematics*, 128A, 725-743.
- [8] Isaza, P., Linares, F., & Ponce, G. (2016). On the propagation of regularity of solutions of the Kadomtsev-Petviashvili equation. *SIAM Journal on Mathematical Analysis*, 48(2), 1006-1024.

- [9] Isaza, P., & Mejía, J. (2001). Local and global Cauchy problems for the Kadomtsev-Petviashvili (KP-II) equation in Sobolev spaces of negative indices. *Communications in Partial Differential Equations*, 26, 1027-1054.
- [10] Kadomtsev, B. B., & Petviashvili, V. I. (1970). On the stability of solitary waves in weakly dispersing media. *Doklady Akademii Nauk SSSR*, 192(4), 753-756.
- [11] Kodama, Y. (2010). KP solitons in shallow water. *Journal of Physics A: Mathematical and Theoretical*, 43(43), 434004.
- [12] Kenig, C. E., & Martel, Y. (2006). Global well-posedness in the energy space for a modified KP II equation via the Miura transform. *Transactions of the American Mathematical Society*, 358, 2447-2488.
- [13] Kodama, Y. (2017). *KP solitons and the Grassmannians: Combinatorics and geometry of two-dimensional wave patterns* (Vol. 22). Springer.
- [14] Mendez, A. J., Muñoz, C., Poblete, F., & Pozo, J. C. (2021). On local energy decay for large solutions of the Zakharov-Kuznetsov equation. *Communications in Partial Differential Equations*, 46(8), 1440-1487.
- [15] Mendez, A. J., Muñoz, C., Poblete, F., & Pozo, J. C. (2024). Long time asymptotics of large data in the Kadomtsev-Petviashvili models. *Nonlinearity*, 37, 005017.
- [16] Mizumachi, T. (2015). Stability of line solitons for the KP-II equation in \mathbb{R}^2 . *Memoires of the AMS*, ~238(~1125).
- [17] Mizumachi, T. (2018). Stability of line solitons for the KP-II equation in \mathbb{R}^2 . II. *Proceedings of the Royal Society of Edinburgh Section A: Mathematics*, 143, 149-198.
- [18] Mizumachi, T. (2024). Linear stability of elastic 2-line solitons for the KP-II equation. *Quarterly of Applied Mathematics*, 82(1), 115-226.
- [19] Mizumachi, T., & Tzvetkov, N. (2012). Stability of the line soliton of the KP-II equation under periodic transverse perturbations. *Mathematische Annalen*, 352, 659-690.
- [20] Molina, J. (2023) Multisolitones y la transformación galileana en el modelo KP, Tesis, UACH.
- [21] Molinet, L., Saut, J.-C., & Tzvetkov, N. (2011). Global well-posedness for the KP-II equation on the background of a non-localized solution. *Ann. Inst. H. Poincaré Anal. Non Linéaire*, ~28, 653~676.
- [22] Takaoka, H., & Tzvetkov, N. (2001). On the local regularity of the Kadomtsev-Petviashvili-II equation. *International Mathematics Research Notices*, 2001, 77-114.
- [23] Ukai, S. (1989). Local solutions of the Kadomtsev-Petviashvili equation. *Journal of the Faculty of Science, University of Tokyo, Section IA, Mathematics*, 36, 193-209.
- [24] Wu, D. (2022). Stability of Kadomtsev Petviashvili multi line solitons. *arXiv preprint arXiv:2205.07432*.
- [25] Wu, D. (2024). Stability of KdV solitons. *arXiv preprint arXiv:2401.15819*.
- [26] Wickerhauser, M. V. (1987). Inverse scattering for the heat equation and evolutions in (2+1) variables.

XXXVIII JORNADA DE MATEMÁTICA DE LA ZONA SUR

22–24 de abril de 2026 · Facultad de Ciencias · Universidad del Bío-Bío · Concepción, Chile

**Sobre el *mild*-buen planteamiento de ecuaciones
diferenciales fraccionarias vía familias resolventes.****Rodrigo Ponce*****Resumen**

Dado un operador lineal cerrado A y $0 < \alpha < 1$, caracterizamos la existencia y unicidad de soluciones débiles (*mild solutions*) para la ecuación diferencial fraccionaria

$$(P_\alpha) : \quad \partial^\alpha u = Au + f,$$

donde ∂^α denota la derivada fraccionaria de Liouville-Grünwald. Suponiendo que A es el generador de una familia resolvente fraccionaria $\{S_{\alpha,\alpha}(t)\}_{t \geq 0}$, utilizando multiplicadores de Fourier vector-valuados, y cierta acotación de una sucesión de operadores, demostramos que la existencia de una única solución débil para (P_α) para cualquier $f \in L^p(\mathbb{T}, X)$ es equivalente a que $1 \in \rho((g_{1-\alpha} * S_{\alpha,\alpha})(2\pi))$. Asimismo, demostramos que también es equivalente al hecho de que la sucesión de operadores $\{((ik)^\alpha - A)^{-1}\}_{k \in \mathbb{Z}}$ es un multiplicador en L^p . Adicionalmente, obtenemos un principio de subordinación que conecta la solución de (P_1) con la solución de (P_α) .

Palabras clave: Mild solutions, fractional differential equations, Fourier multipliers.

* e-mail: rponce@utalca.cl
Instituto de Matemáticas
Universidad de Talca

Referencias

- [1] W. Arendt, S. Bu, *The operator-valued Marcinkiewicz multiplier theorem and maximal regularity*, Math. Z. **240** (2002), 311-343.
- [2] S. Bu, *Mild well-posedness of equations with fractional derivative*, Math. Nachr., (2012) **285**, 202-209.
- [3] R. Denk, M. Hieber, J. Prüss, *R -boundedness, Fourier multipliers and problems of elliptic and parabolic type*, Mem. Amer. Math. Soc. **166** (788), 2003.



Ecuaciones no-locales de evolución y la desigualdad de Harnack

Salvador Yáñez*

Doctorado en Matemáticas

Universidad de Chile

Facultad de Ingeniería y Ciencias

Universidad Adolfo Ibáñez

Santiago, Chile

Resumen

En las últimas décadas, ha surgido un interés creciente en el estudio de las ecuaciones en derivadas parciales de difusión no local, motivado por sus conexiones con diversos fenómenos, tales como los procesos de transporte no local o la difusión anómala en sistemas físicos, por mencionar solo algunos. Un ejemplo importante de este tipo de ecuación es

$$\partial_t^\alpha (u(\cdot, x) - u_0(x))(t) + (-\Delta)^{\beta/2} u(t, x) = f(t, x), \quad t > 0, \quad u(0, x) = u_0(x), \quad x \in \mathbb{R}^d, \quad (1)$$

donde ∂_t^α denota la derivada fraccionaria de Riemann-Liouville de orden α , con $\alpha \in (0, 1]$, u_0 denota un dato inicial, f es un término fuente o una fuerza externa y el operador $(-\Delta)^{\beta/2}$ representa el operador laplaciano fraccionario de orden $\beta \in (0, 2]$.

La ecuación (1) constituye un modelo natural para describir procesos evolutivos con memoria temporal e interacciones espaciales de largo alcance. En ella, el parámetro α mide la intensidad de la memoria, mientras que β determina el grado de no localidad espacial. En el caso límite $\alpha = 1$ y $\beta = 2$ se recupera la ecuación clásica del calor, mientras que para $\alpha \in (0, 1)$ o $\beta \in (0, 2)$ surgen fenómenos cualitativamente distintos.

Desde el punto de vista analítico, la combinación de no localidad en tiempo y espacio introduce dificultades importantes, pues varias herramientas clásicas de la teoría parabólica dejan de ser válidas o requieren reformulaciones adecuadas. Por ejemplo, la desigualdad de Harnack es un principio clásico que satisfacen las soluciones no negativas y suaves de la ecuación clásica de Laplace, ver [1]. También es conocida la formulación parabólica de la desigualdad de Harnack, que satisfacen las soluciones no negativas y suaves de la ecuación clásica del calor por los trabajos de Hadamard y Pini de 1954; su relevancia está principalmente relacionada con regularidad de las soluciones, en particular, con Hölder regularidad.

Para el caso de las soluciones no negativas y suaves de (1), la desigualdad parabólica de Harnack en su forma clásica no puede esperarse debido principalmente a la presencia de memoria temporal, como muestran los autores en [2]. En esta charla mostraremos por qué no se puede obtener una desigualdad de tipo Harnack en este contexto, y discutiremos algunas perspectivas que permiten entender en qué sentido este fenómeno puede extenderse a ecuaciones de Volterra más generales, considerando derivadas temporales generalizadas, ver [3, 4], y familias de operadores no locales espaciales, ver [5].

*e-mail: sgyanez@ug.uchile.cl-salvador.yanez@uai.cl

Trabajo realizado en conjunto con:

Juan Carlos Pozo¹, Instituto de Ciencias de la Ingeniería, Universidad de O'Higgins, Rancagua, Chile.

Referencias

- [1] HARNACK, A. *Grundlagen der Theorie des Logarithmischen Potentials*, Teubner, Leipzig, (1887).
- [2] DIER, D.; KEMPPAINEN, J.; SILJANDER, J.; ZACHER, R. *On the parabolic Harnack inequality for non-local diffusion equations*. *Math. Z.* **295** (2020), 1751–1769.
- [3] POZO, J. C., AND VERGARA, V. *Fundamental solutions and decay of fully non-local problems*. *Discrete & Continuous Dynamical Systems - A* **39** (2019), 639–666.
- [4] POZO, J. C., AND VERGARA, V. *Long and short time behavior of non-local in time subdiffusion equations*. *Appl. Math. Optim.* **89**, **2** (2024), 32. Id/No 50.
- [5] WEBER, F., AND ZACHER, R. *Li–Yau inequalities for general non-local diffusion equations via reduction to the heat kernel*. *Mathematische Annalen* **385.1** (2023): 393–419.

¹Parcialmente financiado por Fondecyt GRANT 1221271, e-mail: juan.pozo@uoh.cl

ABSTRACTS: EDUCACIÓN Y
DIDÁCTICA DE LA MATEMÁTICA

XXXVIII JORNADA DE MATEMÁTICA DE LA ZONA SUR

22–24 de abril de 2026 · Facultad de Ciencias · Universidad del Bío-Bío · Concepción, Chile

Rol del entendimiento de Esquemas Mentales para la Enseñanza y el Aprendizaje del Cálculo Diferencial e Integral

Patricia Rojas Salinas *

Facultad de Ciencias de la Salud
Universidad del Alba

Resumen

El conocimiento progresa mediante reorganizaciones estructurales profundas más que por acumulación de contenidos, en este sentido la teoría APOE parte del análisis de los conceptos matemáticos haciendo hincapié en las construcciones cognitivas necesarias para el aprendizaje. Esta “Comunicación”, plantea una Descomposición Genética (DG) y la construcción de un Esquema del Cálculo Diferencial e Integral, describiendo relaciones entre los conceptos, para su Enseñanza y aprendizaje en simultáneo. Se observó la forma en que los estudiantes muestran evidencia de las estructuras conforme aprenden, y las relaciones entre los mecanismos de abstracción reflexiva; se caracterizaron los estudiantes de un curso de ingeniería, exhibiendo, el tipo de relación que muestran en cada uno de los niveles del Esquema ya sea este nivel: Intra- CDI, Inter-CDI o Trans-CDI. Entre los resultados se encontró que los estudiantes comprendieron que el valor de la derivada de una función en un punto es la pendiente de la recta tangente a la gráfica de la función en ese punto, que el análisis de la derivada de una función requiere de información tanto analítica como gráfica, que se puede usar técnicas directas para aproximar a la gráfica de una función, reconociendo siempre a la derivada como una razón de cambio y el reconocimiento de la íntima relación entre la integral y la derivada.

* patricia.rojas@udalba.cl

Palabras clave: Esquema, Cálculo, Derivada, Integral, Teoría APOE

Referencias

- [1] Arnon, I., Cotrill, J., Dubinsky, E., Oktac, A., Roa, S., Trigueros, M., Weller, K. (2014). *APOS Theory. A Framework for Research and Curriculum Development in Mathematics Education*. New York: Springer.
- [2] Bressoud, D., Mesa, V., Rasmussen, C. (2017). *Insights and recommendations from the MAA National Study of College Calculus*. New York: MAA Press.
- [3] Czarnocha, B., Dubinsky, E., Loch, .. ., Vidakovic, D. (2001). *Conceptions of area in students and history* . *The College Mathematics Journal*, 32(2), 99- 109.
- [4] Dubinsky, E. (1996). *Aplicación de la perspectiva piagetiana a la educación matemática universitaria*. *Educación Matemática*, 8(3), 24-41.
- [5] Fuentealba, C., Badillo, E., Sánchez-Matamoro, G., Cárcamo, A. (2019). *The Understanding of the Derivative Concept in Higher Education* . *Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, 15(2).pp:1- 15. ISSN:1305-8223 (online) <https://doi.org/10.29333/ejmste/100640>
- [6] Piaget, J., García, R. (1982). *Psicogénesis e Historia de la Ciencia*. Siglo XXI.
- [7] Pino-Fan, L. R., Gordillo, W., Font, V., Larios, V., Breda, A. (2018). *Analysis of the meanings of antiderivative used by tudents of the first engineering courses*. *International Journals of Science and Mathematics Education*, 16(6), 1091- 1113.
- [8] Rojas y Trigueros (2020). *El esquema del Cálculo Diferencial e Integral para ser enseñado en simultáneo*. *Revista electrónica de investigación en Educación en Ciencias*, 15(2), 12-26.
- [9] Tatar, E., Zengin, Y. (2016). *Conceptual Understanding of Definite Integral with GeoGebra, Computers in the Schools. Theory, and Applied Research*, 33 (2), 120-132.
- [10] Trigueros, M. (2005). *La noción de esquema en la investigación en matemática educativa a nivel superior*. *Educación Matemática*, 17(1), 5-13.
- [11] Wagner, J. F. (2018). *Student' obstacle in using Riemann um interpretations of the definite integral*. *International Journal of Research in Undergraduate Mathematics Education*, 4 (3), 327- 256.



MCD Mixtos para reducir el riesgo y la deserción académica

Álvaro Figueroa - Melanie Cubillos*

Instituto de Estadística - Departamento de Matemática
Universidad de Valparaíso - Universidad de Santiago de Chile
Valparaíso - Santiago, Chile

Resumen

La evaluación diagnóstica en educación superior constituye una herramienta relevante para orientar ajustes curriculares y estrategias de nivelación que favorezcan el desarrollo académico de los estudiantes[2]. En este marco, la presente investigación propone una evaluación diagnóstica para quienes ingresan a Pedagogía en Matemática, basada en Modelos de Clasificación Diagnóstica (MCD), con el propósito de identificar competencias iniciales y caracterizar perfiles de habilidades latentes vinculados con la formación inicial docente.

Se utiliza el Modelo de Clasificación Diagnóstica Mixto, que permite analizar tanto la interacción conjunta de múltiples habilidades como sus efectos aditivos sobre la probabilidad de respuesta correcta en los ítems, reduciendo el número de parámetros estimados. Este enfoque contribuye a formular recomendaciones más precisas para la enseñanza y la nivelación, y a sostener la validez de las interpretaciones al vincular explícitamente las respuestas observadas con los atributos evaluados.[3]

El análisis se realizó en RStudio, mediante el paquete CDM y el criterio del menor RMSEA, sobre una muestra seleccionada por conglomerados. Se consideraron siete habilidades latentes: TICs, Aritmética, Álgebra, Función, Geometría, Estadística y Análisis Crítico. Los resultados evidencian fortalezas en Aritmética y Análisis Crítico, y debilidades importantes en Geometría, Estadística, Álgebra y uso académico de TICs. Además, el análisis de regresión sugiere que el número y tipo de habilidades latentes dominadas al inicio del curso pueden constituir un indicador relevante de riesgo académico, especialmente en asignaturas que demandan un alto nivel de desarrollo. Estos hallazgos aportan evidencia útil para el diseño de programas remediales y el fortalecimiento de la formación docente inicial.

Referencias

- [1] Y. GU Y G. XU. Partial identifiability of restricted latent class models. *The Annals of Statistics*. **48** no. 4 (2020) 2082-2107
- [2] V. GIACONI, G. GÓMEZ, D. JIMÉNEZ, B. GARECA, F. DURÁN DEL FIERRO Y M. L. VARAS. Evaluación diagnóstica inicial en la formación inicial docente en Chile y su relación con contextos institucionales. *Pensamiento educativo* **59** no. 1 (2022) 1-16
- [3] A. MARTINEZ Y J. TEMPLIN. Approximate invariance testing in diagnostic classification models in the presence of attribute hierarchies: A Bayesian network approach. *Psych* **5** no. 3 (2023) 688-714

*e-mail: alvaro.figueroal@postgrado.uv.cl - melanie.cubillos@usach.cl



Análisis Histórico Epistemológico de la Transformada de Laplace

Diana Carolina Flores Gallo

Instituto de Matemáticas

Pontificia Universidad Católica de Valparaíso

Valparaíso, Chile

Resumen

La transformada de Laplace constituye una herramienta central en la formación matemática de estudiantes de ingeniería, especialmente en la resolución de ecuaciones diferenciales y en el análisis de sistemas dinámicos. Sin embargo, su enseñanza universitaria suele privilegiar el uso de propiedades operacionales, tablas y algoritmos de cálculo, dejando en segundo plano los problemas matemáticos que motivaron su surgimiento y la evolución conceptual que llevó a su consolidación como objeto de estudio [1, 2, 8, 9]. En este trabajo se presenta una síntesis de un análisis histórico-epistemológico de la transformada de Laplace, con el propósito de comprender las condiciones de emergencia del concepto, identificar algunos de los significados que fue adquiriendo en su desarrollo y discutir su potencial aporte para una enseñanza más significativa.

Metodológicamente, siguiendo los lineamientos de Creswell y Creswell [3], se desarrolló una investigación cualitativa de corte histórico-documental basada en el análisis de contenido de fuentes primarias y secundarias. El procedimiento consistió en el rastreo de problemas generatrices en los trabajos de Euler, donde se observan antecedentes en el uso de factores exponenciales para transformar ecuaciones diferenciales en expresiones integrables, reconociendo una primera función estructurante de la exponencial: modificar la forma de la ecuación para hacer posible su tratamiento analítico [4, 2]. Posteriormente, se analizaron las contribuciones de Laplace, quien consolida expresiones del tipo $\int_0^{\infty} e^{-sx} f(x) dx$ vinculadas a la probabilidad y ecuaciones diferenciales [5, 2], finalizando con el examen de las reorganizaciones conceptuales de Abel, Boole y Bateman [6, 7, 2].

El análisis epistemológico permite advertir que el factor exponencial no cumple únicamente una función técnica asociada a la convergencia de la integral, sino que actúa además como un mecanismo de transformación que modifica la estructura del problema original y posibilita su tratamiento en una forma algebraica más manejable [2]. Esta lectura permite distinguir una tensión entre el desarrollo histórico del concepto y su presentación habitual en la enseñanza, donde con frecuencia aparece como una definición aislada seguida de propiedades y técnicas de cálculo [1, 2, 8].

En consecuencia, este trabajo sostiene que una aproximación histórico-epistemológica permite resignificar la transformada de Laplace al poner en relieve los problemas que originaron su construcción. Incorporar estos elementos en la enseñanza puede contribuir a superar una visión exclusivamente procedimental del tema y favorecer una comprensión más articulada de su naturaleza matemática en contextos de formación en ingeniería [2, 9].

Trabajo realizado en conjunto con:

Marcela Cecilia Parraguez González Instituto de Matemáticas, Pontificia Universidad Católica de Valparaíso, Valparaíso, Chile.

Referencias

- [1] FLORES GALLO, D. C., *Un modelo praxeológico para el estudio de la transformada de Laplace en ingeniería mecatrónica*, Tesis de Maestría, Pontificia Universidad Católica del Perú, Lima, 2021.
- [2] MIRANDA MONTOYA, E., *El entendimiento de la transformada de Laplace: caso de una descomposición genética*, Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del IPN, 2001.
- [3] CRESWELL, J. W. Y CRESWELL, J. D., *Research Design: Qualitative, Quantitative, and Mixed Methods Approaches*, Sage publications, 2017.
- [4] EULER, L., *Institutiones Calculi Integralis*, Vol. II, 1769.
- [5] LAPLACE, P.-S., *Théorie analytique des probabilités*, M. V. Courcier, Paris, 1812.
- [6] ABEL, N. H., *Sur les fonctions génératrices et leurs déterminantes*, en G. Birkhoff (Ed.), *A Source Book in Classical Analysis*, Harvard University Press.
- [7] BATEMAN, H., *The solution of a system of differential equations occurring in the theory of radioactive transformations*, Transactions of the Cambridge Philosophical Society, **15** (1910), 423–427.
- [8] CHANCE, B., ET AL., *Students' understanding of the Laplace transform*, IJMEST, 2024.
- [9] REZVANIFARD, Z. Y RADMEHR, F., *Enhancing students' understanding of Laplace transform*, MERJ, 2024.

Más allá del rendimiento: una revisión narrativa sobre la brecha de género en educación matemática

Sofía Parada Alfaro

Doctorado en Didáctica de la Matemática
Universidad Católica del Maule, Chile

Paola Ramírez González

Universidad Católica del Maule, Chile

Resumen

La brecha de género en matemáticas constituye un tema ampliamente discutido en la investigación educativa contemporánea. El presente trabajo desarrolla una revisión narrativa cuyo objetivo es analizar cómo la literatura reciente conceptualiza este fenómeno y qué factores han sido identificados como relevantes para su comprensión. Para ello se examinó un corpus de nueve estudios publicados durante la última década e indexados en bases de datos académicas internacionales.

El análisis se organizó en cuatro ejes interpretativos: factores socioculturales, dimensión afectiva del aprendizaje matemático, influencia del contexto educativo y procesos de autoeficacia e identidad académica. Los resultados evidencian un desplazamiento desde explicaciones centradas exclusivamente en diferencias de rendimiento hacia enfoques que destacan la interacción entre normas de género, experiencias escolares y variables emocionales que influyen en la participación de niñas y niños en matemáticas.

En este sentido, la literatura revisada sugiere que la brecha de género no puede comprenderse únicamente en términos de habilidades cognitivas, sino como un fenómeno multidimensional configurado por procesos sociales, culturales y educativos. Finalmente, se discuten algunas implicancias para la formación docente y para el diseño de ambientes de aprendizaje que promue-

van una participación más equitativa en la educación matemática.

Palabras clave: educación matemática, género, brecha de género, revisión narrativa.



Innovaciones pedagógicas en Álgebra y Trigonometría: uso de la calculadora científica en la formación inicial de profesores de matemática

Alexis E. Almendras Valdebenito*

Departamento de Ciencias Básicas

Universidad de Concepción

Los Ángeles, Chile

Resumen

Las asignaturas de matemática de primer año en la educación superior presentan altos índices de reprobación y dificultades asociadas a la transición desde la educación media, fenómeno que ha sido documentado tanto en el contexto latinoamericano como internacional ([1]). Estas problemáticas se explican por diversas razones: por un lado, brechas conceptuales previas vinculadas a contenidos fundamentales de la enseñanza básica y media; por otro, factores actitudinales como la desmotivación, el desinterés y la baja motivación intrínseca hacia la matemática ([3]). Frente a este escenario, la literatura destaca la necesidad de implementar estrategias pedagógicas que promuevan el aprendizaje significativo y reduzcan las dificultades de orden procedimental y actitudinal. En particular, el uso guiado de la calculadora científica ha sido identificado como un recurso eficaz para mejorar la motivación y el rendimiento académico en cursos iniciales de matemática, al permitir a los estudiantes explorar y visualizar contenidos de manera dinámica e interactiva, favoreciendo una comprensión más profunda de los conceptos ([2],[4]).

El proyecto *Innovaciones pedagógicas en Álgebra y Trigonometría* tiene como objetivo apoyar la adaptación a la vida universitaria y mejorar el rendimiento académico mediante el uso formativo de la calculadora científica Casio fx-991LA PLUS en la asignatura homónima de primer año de la carrera Pedagogía en Matemática de la Universidad de Concepción. Dicha asignatura presenta un promedio histórico de reprobación del 40% y un 12% de NCR (No cumple requisito). La intervención, desarrollada durante dos semestres consecutivos, incorporó el uso de la calculadora de manera guiada en tres ejes temáticos: funciones polinomiales, funciones trigonométricas y coordenadas polares. Para ello, se aprovechó la disponibilidad gratuita del emulador de calculadoras Casio destinado a educadores, el cual permite proyectar y compartir en tiempo real las operaciones realizadas, facilitando la gestión del aula y fortaleciendo la interacción entre docente y estudiantes. De este modo, se buscó reducir la carga cognitiva procedimental y centrar la atención del estudiante en la comprensión conceptual de los contenidos ([2],[4]).

En relación con los resultados, al finalizar el segundo semestre se aplicó una encuesta de satisfacción organizada en tres dimensiones: aprendizaje, motivación y rol docente. Las tres dimensiones fueron valoradas positivamente, destacando especialmente el rol docente, cuyos ítems concentraron los mayores porcentajes de acuerdo, seguido por la dimensión de aprendizaje, mientras que la motivación presentó valoraciones algo más moderadas. A nivel global, el 68% de las respuestas correspondió a Totalmente de acuerdo, lo que sugiere que la implementación fue percibida como estructurada y efectiva, y que la guía docente constituyó un factor clave en la valoración positiva de la innovación pedagógica.

Trabajo realizado en conjunto con:

Mariela Castillo, Departamento de Ciencias Básicas, Universidad de Concepción, Los Ángeles, Chile.

*Parcialmente financiado por Proyecto Inicia UdeC 2025009, e-mail: alexisalmendras@udec.cl

Referencias

- [1] NAGEL, K., SCHYMA, S., CARDONA, A., & REISS, K., *Análisis de la argumentación matemática de estudiantes de primer año*, Pensamiento Educativo. Revista de Investigación Educativa Latinoamericana, **55(2)**, (2018). 1-13.
- [2] SEGARRA-ESCANDÓN, J., *Motivación de estudiar Álgebra Lineal con la calculadora Casio fx-570/991*, Revista de Educación en Ciencias, **10(19)** (2018). 1-15.
- [3] SOTO, R. I., & YOGUI, D. N., *Análisis de las dificultades que presentan los estudiantes universitarios en matemática básica*, Apuntes Universitarios, **10(2)**, (2020). 1-16.
- [4] VILLEGAS HERNÁNDEZ, O. P., ULLOA IBARRA, J. T., ESTRADA ESQUIVEL, A. L., & ORTEGA ARCEGA, M. I., *La calculadora científica como apoyo en el estudio de funciones polinomiales*, Revista MICA, **6(12)**, (2023). 31-41.



Juegos no digitales en la enseñanza de la matemática: percepciones docentes sobre su uso, efectividad y dificultades

Patricia Muñoz-Toledo *

Facultad de Ciencias Básicas
Universidad Católica del Maule
Talca, Chile

Resumen

La enseñanza de la matemática en educación secundaria en Chile enfrenta desafíos vinculados a la motivación estudiantil y al desarrollo de habilidades, lo que demanda estrategias didácticas innovadoras ([5]). En este contexto, los juegos no digitales han cobrado relevancia por su potencial pedagógico y amplia accesibilidad ([3]; [7]); de hecho, su uso supera ampliamente al de los juegos digitales, utilizados por apenas un 1% de los docentes ([6]). Sin embargo, su implementación sigue siendo limitada: pese a que los docentes reconocen sus beneficios, estos no suelen priorizarse en la planificación pedagógica ([2]; [1]). Esta brecha entre valoración e implementación constituye el problema central que motiva la presente investigación, particularmente dado que las percepciones docentes sobre el uso de juegos no digitales siguen siendo un aspecto escasamente explorado, pese a la relevancia que estos recursos pueden tener en escuelas con menor acceso tecnológico o desarrollo de cultura digital. Por ello, esta investigación tiene como propósito analizar las percepciones de profesores de matemática sobre el uso, efectividad y posibles dificultades de los juegos no digitales en educación secundaria.

El estudio se enmarca en un enfoque cualitativo de carácter exploratorio-descriptivo. Participan cuatro docentes de matemática (dos mujeres y dos hombres), entre 6 y 9 años de experiencia impartiendo clases en diversos establecimientos de una comuna de la zona centro-sur de Chile. La información se recolectó mediante entrevistas en profundidad semiestructuradas, validadas por juicio de expertos ([4]). El análisis se realizó a través de un enfoque de contenido interpretativo, con codificación mixta (inductivo-deductiva) que permitió identificar categorías emergentes y analizar frecuencias y co-ocurrencias.

Los resultados evidencian una valoración positiva de los juegos no digitales, destacando su contribución al aprendizaje matemático, la motivación, el desarrollo de habilidades matemáticas y socioemocionales, el trabajo colaborativo y un clima de aula favorable, así como su accesibilidad en diversos contextos. No obstante, se identifican tensiones para su implementación, asociadas al escaso apoyo institucional, la gestión de materiales, el tiempo de preparación y las exigencias curriculares, que inciden en la toma de decisiones docentes.

Se concluye que, si bien los docentes valoran el potencial didáctico de los juegos no digitales, factores contextuales limitan su integración sistemática en la enseñanza matemática, evidenciando la necesidad de condiciones pedagógicas e institucionales que favorezcan su incorporación efectiva. Ello invita a repensar la formación docente y el diseño de la enseñanza, incorporando estrategias explícitas para integrar el juego no digital en contextos reales.

Trabajo realizado en conjunto con:

Dra. Andrea Vergara Gómez¹, Departamento de Ciencias básicas, Universidad Católica del Maule, Talca, Chile.

* e-mail: patriciamunoztoledo94@gmail.com, ORCID: <https://orcid.org/0009-0009-1490-109X>

¹e-mail: avergarag@ucm.cl, ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-6388-8412>

Referencias

- [1] Acevedo-Saavedra, J., Morales-Brito, A., Peña-Salas, G., y Díaz-Levicoy, D. (2023). Percepciones de profesores de Educación Media en Matemática sobre el uso de juegos en clases. *Revista Conrado*, 19(92), 561–568.
- [2] Asqui, J. D. C., y Pacheco, M. A. G. (2024). Juegos educativos en el proceso de enseñanza-aprendizaje de estudiantes de educación media y superior. *Revista Iberoamericana de Investigación en Educación*, 8(1), 1–9. doi: 10.58663/riied.vi8.186
- [3] Cai, S., Fan, Y., y Wang, Y. (2024). The role of traditional games in revitalizing mathematics learning: A systematic review. *Education Sciences*, 14(2), 200. doi: 10.3390/educsci14020200
- [4] Hernández-Nieto, R. A. (2002). *Contributions to statistical analysis*. Universidad de Los Andes.
- [5] Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económicos (2024). *Resultados PISA 2022 (Volumen V): Estrategias de aprendizaje y actitudes para la vida*. OCDE. doi: 10.1787/c2e44201-en
- [6] Russo, J., Bragg, L. A., y Russo, T. R. (2021). How primary teachers use games to support their teaching of mathematics. *International Electronic Journal of Elementary Education*, 13(4), 407–419. doi: 10.26822/iejee.2021.200
- [7] Russo, J., Bragg, L., Russo, T., y Minas, M. (2022). Identifying the Characteristics of Non-Digital Mathematical Games Most Valued by Educators. *Education Sciences*, 13(1), 30. doi: 10.3390/educsci13010030



Una herramienta teórico-metodológica para la enseñanza y valoración del conocimiento epistémico en el estudio de funciones

Yocelyn Parra-Urrea*
Facultad de Educación
Universidad San Sebastián
Santiago, Chile

Resumen

La caracterización de los conocimientos que los profesores requieren para promover una comprensión significativa de la noción de función constituye una de las problemáticas más apremiantes en la investigación en educación matemática [2]. Este estudio propone una herramienta teórico-metodológica orientada a guiar la enseñanza, la reflexión y la valoración de la práctica docente en procesos de enseñanza y aprendizaje sobre funciones. Su implementación se ejemplifica mediante la caracterización del conocimiento epistémico de un profesor chileno en formación al afrontar la enseñanza de la función potencia.

El marco teórico integra tres componentes articulados. En primer lugar, el modelo de Conocimiento Didáctico-Matemático (CDM), que permite describir y analizar el conocimiento especializado del profesor [1]. En segundo lugar, los componentes e indicadores de idoneidad epistémica propuestos por el Enfoque Ontosemiótico del conocimiento y la instrucción matemática (EOS), que ofrecen criterios precisos para valorar la calidad del contenido matemático movilizado en el aula [2]. En tercer lugar, los contextos de microenseñanza, concebidos como estrategia formativa eficaz para facilitar la transición del conocimiento teórico al práctico, al proporcionar experiencias que contribuyen al desarrollo profesional docente en un entorno de aprendizaje seguro y controlado [1].

Como conclusión, la propuesta teórico-metodológica presentada constituye una herramienta efectiva para sistematizar los procesos de reflexión y evaluación de la práctica docente, propia o de otros, en la enseñanza de funciones, permitiendo identificar y anticipar acciones orientadas a mejorar la calidad y efectividad de los procesos de instrucción matemática.

Trabajo realizado en conjunto con:

Carlos Gallegos-Lastra¹, Departamento de Matemática y Ciencias de la Computación, Universidad de Santiago de Chile / Universidad Central, Santiago, Chile.

Luis Pino-Fan², Departamento de Matemáticas, Universidad de Sonora, Sonora, México.

Referencias

- [1] PARRA-URREA, Y., *Conocimiento didáctico-matemático de futuros profesores chilenos de enseñanza media sobre la noción de función: una experiencia en contextos de microenseñanza*, Tesis doctoral, Universidad de Los Lagos, Osorno, Chile (2021).

* e-mail: yocelyn.parra@uss.cl

¹e-mail: carlos.gallegos@usach.cl / carlos.gallegos@ucentral.cl

²e-mail: luis.pinofan@unison.mx

- [2] PARRA-URREA, Y., PINO-FAN, L. R. Y GALLEGOS-LASTRA, C., *Criterios de idoneidad epistémica para la enseñanza de las funciones: el caso de la función inversa en contexto de microenseñanza*, PARADIGMA 44(4) (2023), 427–452.



Resignificación de conceptos matemáticos en la resolución colectiva de un problema cuadrático

Rodrigo Rojas-Muñoz

Departamento de Ciencias Básicas

Universidad Católica del Maule

Talca, Chile

Resumen

Este estudio observa la argumentación y el razonamiento matemáticos en estudiantes de 2º Año Medio en la resolución de un problema cuadrático bajo el enfoque de la Teoría Socioepistemológica de la Matemática Educativa [1]. En este sentido, la investigación analiza los discursos de los estudiantes y del docente para observar si hay resignificación del concepto cuadrático o si ejerce su predominio el discurso matemático escolar, como se define en Soto y Cantoral [2]. La actividad propone que estudiantes organizados en equipos de 3 a 4 integrantes determinen una estrategia para determinar una expresión cuadrática para una secuencia geométrica (Figura 1). Los resultados muestran que hay pocos elementos del discurso matemático escolar presentes, en particular, hay insistencia del docente del uso de los conceptos matemáticos “al cuadrado” y “más” en vez de “elevado a dos” y “se suma” usado por los estudiantes. En cuanto a los elementos de resignificación en los y las estudiantes, se observa el uso de los términos “perímetro” y “área” con sus significados comunes no métricos, lo que les permite expresar de manera sintética y adecuada algunas de las estrategias utilizadas. Por otro lado, los equipos buscan resolver el desafío en forma heurística, sin recurrir a algoritmos predefinidos, lo que les permite extrapolar resultados sin recurrir a representaciones icónicas o simbólicas. En conclusión, los y las estudiantes logran argumentar usando mayormente lenguaje común y exploran estrategias al trabajar colaborativamente en búsqueda de soluciones, pero no logran el descubrimiento de generalizaciones simbólicas.

Figura 1: Figura presentada a los y las estudiantes que representan las tres primeras figuras de la secuencia a resolver.



Referencias

- [1] CANTORAL, R. Y REYES, D., *Matemáticas y práctica social. Construcción social del conocimiento matemático*, Novedades Educativas **261**, (2012). 60-65.

- [2] SOTO, D. Y CANTORAL, R., *Discurso Matemático Escolar y Exclusión. Una Visión Socioepistemológica*, Bolema, Rio Claro **28(50)**, (2014). 1525-1544.

XXXVIII JORNADA DE MATEMÁTICA DE LA ZONA SUR

22–24 de abril de 2026 · Facultad de Ciencias · Universidad del Bío-Bío · Concepción, Chile

Etnomatemática y contribución a la formación inicial de profesores de matemáticas

Renán Concha-Zelada *

Departamento de Ciencias Exactas
Universidad de Los Lagos

Resumen

El Ministerio de Educación de Chile (MINEDUC), a través del Marco para la Buena Enseñanza, exige que los docentes promover la diversidad e inclusión en el aula para fomentar un diálogo intercultural [4]. A pesar de esto, en el sistema escolar chileno la interculturalidad suele asociarse a asignaturas como historia o lengua indígena, y no a las matemáticas. En este sentido la etnomatemática surge como una perspectiva que permite integrar los conocimientos culturales y de los estudiantes en las actividades de clase, reconociendo que la matemática es un producto social y cultural [2], sin embargo, para que esta idea sea posible de concretar es necesario fortalecer los procesos de FID desde una mirada etnomatemática [1]. Esta investigación presenta las contribuciones que genera la etnomatemática en los procesos de formación inicial de profesores de matemáticas de una universidad en el sur de Chile. Para este fin se empleó un diseño de investigación-acción [3], lo que permitió describir la experiencia de los 10 participantes de noveno semestre quienes se encontraban realizando su práctica profesional. Para recopilar la información previa y posterior a los talleres realizados se utilizaron entrevistas con la intención de conocer el impacto de las actividades propuestas. Los resultados señalan que los participantes lograron redefinir su comprensión sobre conocimiento cultural y la posibilidad de este integrar este saber en actividades de aprendizaje. Finalmente se concluye que los talleres permitieron a los futuros profesores demostrar como la etnomatemática es un apoyo para el diseño de actividades que valoren la diversidad en el aula.

* e-mail: renan.conchazelada@ulagos.cl

Palabras clave: palabras clave

Trabajo realizado junto a:

Coautor/a(s): Maximina Márquez
Universidad de Los Lagos, Osorno, Chile.

Coautor/a(s): Miguel Friz Carrillo
Universidad del Bío-Bío, Chillán, Chile.

Referencias

- [1] AROCA, A., BLANCO-ÁLVAREZ, H., GIL CHAVES, D., *Etnomatemática y formación inicial de profesores de matemáticas: el caso colombiano. Revista Latinoamericana de Etnomatemática*. Revista Latinoamericana de Etnomatemática 9 (2016), no. 2, 85–102. <https://doi.org/10.22267/relatem.1692.4>
- [2] D'AMBROSIO, U., *Etnomatemáticas: Entre las tradiciones y la modernidad*. (2° Edición). Diez de Santos.
- [3] HERNÁNDEZ-SAMPIERI, R., MENDOZA, C., *Metodología de la investigación: las rutas cuantitativa, cualitativa y mixta*. Mc Graw Hill Education.
- [4] MINISTERIO DE EDUCACIÓN DE CHILE, *¿Cómo avanzar en inclusión desde la diversidad cultural?* <https://bibliotecadigital.mineduc.cl/handle/20.500.12365/6874?show=full>

XXXVIII JORNADA DE MATEMÁTICA DE LA ZONA SUR

22–24 de abril de 2026 · Facultad de Ciencias · Universidad del Bío-Bío · Concepción, Chile

Conexiones y conflictos entre el pensamiento computacional y el probabilístico: una revisión sistemática.

Jonathan Parra Muñoz *
Facultad de Ciencias Básicas
Universidad Católica del Maule

Resumen

El presente estudio analiza la relación entre el pensamiento computacional (PC) y el pensamiento probabilístico (PP) en contextos educativos mediante una revisión sistemática de la literatura. Para ello, se empleó la metodología PRISMA 2020, utilizando bases de datos de alto impacto como Scopus y Web of Science, lo que permitió identificar inicialmente 47 artículos, de los cuales 10 fueron seleccionados tras aplicar criterios de inclusión y exclusión.

El pensamiento computacional se entiende como un conjunto de procesos cognitivos asociados a la resolución de problemas mediante descomposición, abstracción y diseño de algoritmos (Wing, 2008), mientras que el pensamiento probabilístico se relaciona con la interpretación de la incertidumbre, la variabilidad y la toma de decisiones informadas (Batanero & Borovcnik, 2016). Ambos enfoques son fundamentales en la formación de estudiantes para enfrentar desafíos del siglo XXI, especialmente en contextos donde la información es incierta o compleja (Pfannkuch et al., 2016).

Los resultados evidencian que la investigación en la intersección entre PC y PP es aún incipiente, aunque presenta un crecimiento sostenido en la última

* e-mail: jparram4@gmail.com

década. Se observa que el PC aporta herramientas como la simulación y modelación, mientras que el PP contribuye a la interpretación de datos y fenómenos aleatorios, generando una complementariedad que fortalece el pensamiento crítico y la toma de decisiones (Sovey et al., 2022). Sin embargo, la mayoría de los estudios se concentran en niveles de educación secundaria y superior, existiendo una escasa presencia en educación primaria, lo que representa una brecha importante en la formación temprana.

Asimismo, se identifican distintas tecnologías que facilitan esta integración, tales como entornos de programación, software estadístico y herramientas de análisis de datos como R, Excel o TinkerPlots. No obstante, persisten desafíos relevantes, como la falta de formación docente, la escasa integración curricular y la necesidad de marcos teóricos más sólidos que orienten la práctica pedagógica (Mills et al., 2020; Çela et al., 2024).

En conclusión, la articulación entre pensamiento computacional y probabilístico constituye un campo emergente con alto potencial educativo. Su integración favorece el desarrollo de competencias clave como el razonamiento crítico, la modelización y la toma de decisiones informadas. Sin embargo, se requiere avanzar en propuestas didácticas integradas, formación docente y diseño curricular que permitan consolidar esta línea como un eje estratégico en la educación matemática contemporánea.

Palabras clave: Revisión sistemática, pensamiento probabilístico, pensamiento computacional

Trabajo realizado junto a:

Coautor/a(s): Dra. Andrea Vergara Gómez

Dr. Sebastián Gómez Rodríguez

Universidad Católica del Maule.

Agradecimientos

Proyecto Fondecyt de Iniciación N°11240150, Doctorado didáctica de la Matemática, UCM.

Referencias

- Batanero, C., & Borovcnik, M. (2016). *Statistics and probability in high school*. Brill.
- Batanero, C., & Borovcnik, M. (2016). *Statistics and probability in high school*. Brill.
- Çela, E., Vajjhala, N. R., & Eappen, P. (2024). Foundations of computational thinking and problem solving for diverse academic fields. En *Revolutionizing curricula through computational thinking, logic, and problem solving* (pp. 1–16). IGI Global.
- Mills, K., Angevine, C., & Weisgrau, J. (2020). Resources for computational thinking: Co-designing with teachers. En *Proceedings of the 51st ACM Technical Symposium on Computer Science Education*.
- Pfannkuch, M., Budgett, S., Fewster, R., Fitch, M., Pattenwise, S., Wild, C., & Ziedins, I. (2016). Probability modeling and thinking: What can we learn from practice? *Statistics Education Research Journal*, 15(2), 11–37.
- Sovey, S., Osman, K., & Matore, M. E. E. M. (2022). Gender differential item functioning analysis in measuring computational thinking disposition. *Frontiers in Psychology*, 13.
- Wing, J. M. (2008). Computational thinking and thinking about computing. *Philosophical Transactions of the Royal Society A*, 366(1881), 3717–3725.



Simuladores interactivos con IA y RStudio Shiny: una propuesta para la enseñanza del intervalo de confianza en la formación de profesores

Exequiel Aníbal Llanos Lagos*

Facultad de Educación

Universidad San Sebastián

Santiago, Chile

Resumen

Hace un par de décadas, los cursos introductorios de estadística inferencial dependían necesariamente de métodos como los tipos de muestreos, las distribuciones muestrales o los supuestos de normalidad para introducir a la lógica fundamental de la inferencia. Autores como Cobb (2007) o Garfield et al. (2012) proponen complementar este enfoque tradicional con pruebas basadas en simulación, posibilidad que el avance tecnológico y la inteligencia artificial han hecho cada vez más accesibles.

En Chile, los intervalos de confianza (IC) forman parte del currículo desde el año 2009; sin embargo, persiste una brecha conceptual entre la educación media y superior: los estudiantes universitarios acceden a procedimientos formales sin haber desarrollado previamente un razonamiento inferencial informal que les permita interpretar su significado. Ante este problema, el presente estudio propone que el proceso de diseñar simuladores interactivos -con apoyo de inteligencia artificial (IA) y RStudio (Shiny)- puede constituir una herramienta de formación docente en estadística inferencial. El estudio se desarrolló con profesores en formación en un programa de prosecución de estudios de pedagogía en matemática.

El marco teórico es la Inferencia Estadística Informal (Makar y Rubin, 2009). El enfoque metodológico es de carácter cualitativo mediante una investigación basada en el diseño debido a la naturaleza exploratorio e iterativa para desarrollar el simulador. La recolección de datos se realizó a través de registros del proceso de diseño, incluyendo producciones escritas y observaciones de las sesiones de trabajo. Se diseñaron dos módulos secuenciales: el primero articula educación media y superior, centrándose en la construcción visual del IC mediante remuestreo con foco en el razonamiento inferencial informal; el segundo, se centra en la visualización de la frecuencia de cobertura del parámetro poblacional.

Los resultados preliminares indican que los participantes lograron tomar decisiones informadas sobre parámetros, distribuciones y supuestos del simulador, evidenciando una comprensión conceptual más profunda que la observada en enfoques expositivos. Asimismo, el proceso de diseño reveló conocimientos epistémicos previos de los docentes en formación, los que pudieron ser trabajados explícitamente durante la experiencia. Estos hallazgos sugieren que diseñar el simulador es una instancia formativa central de la propuesta.

Trabajo realizado en conjunto con:

Rodolfo Segundo Abanto Canto¹, Facultad de Ingeniería, Universidad Adolfo Ibáñez, Santiago, Chile.

*e-mail: exequiel.llanos@uss.cl

¹e-mail: rodolfo.abanto@uai.cl

Referencias

- [1] COBB, G. W., *The introductory statistics course: A Ptolemaic curriculum?*, Technology Innovations in Statistics Education **1(1)**, (2007).
- [2] GARFIELD, J., DELMAS, R., ZIEFFLER, A., *Developing statistical modelers and thinkers in an introductory, tertiary-level statistics course*, ZDM - The International Journal on Mathematics Education **44(7)**, 883-898.
- [3] MAKAR, K. y RUBIN, A., *A framework for thinking about informal statistical inference*, Statistics Education Research Journal **8(1)**, (2009). 82-105.



Medidas de Tendencia Central en Educación Primaria: Análisis comparativo entre libros de Chile e Inglaterra

Juan Manuel Luengo-Inostroza, Javiera Muñoz-Manríquez
Facultad Ciencias de la Educación
Universidad **Católica del Maule**
Talca, Chile

Resumen

El estudio analiza comparativamente las tareas sobre Medidas de Tendencia Central en libros de texto de matemáticas de Chile e Inglaterra, con el propósito de identificar sus implicancias para el desarrollo de la cultura estadística. Desde un enfoque cualitativo, a través del análisis de contenido, se examinaron ocho libros de texto, cuatro chilenos y cuatro ingleses, correspondientes a 5°, 6°, 7° y 8° año en educación chilena y a sus niveles equivalentes en Cambridge denominados etapas. Para ello, se consideraron como unidades de análisis el tipo de medida, tipo de tarea, contexto, soporte, habilidad cognitiva y modalidad de trabajo. Los resultados muestran que, aunque ambos conjuntos de textos responden a sus respectivos marcos curriculares, difieren en la frecuencia y el enfoque con que presentan la media, mediana y moda. En ambos casos predominan tareas de carácter procedimental, centradas en el cálculo y la identificación de datos, con escasa presencia de habilidades cognitivas superiores, variedad contextual y modalidades de trabajo colaborativo. En conclusión, el estudio evidencia la necesidad de diversificar las tareas y aumentar su complejidad cognitiva para favorecer una comprensión estadística más crítica, profunda y contextualizada.

Trabajo realizado en conjunto con:

José Hernán Parra-Fica¹, Facultad Ciencias de la Educación, Universidad Católica del Maule, Talca, Chile.

Juan Manuel Luengo-Inostroza², Facultad Ciencias de la Educación, Universidad Católica del Maule, Talca, Chile.

Javiera Antonia Muñoz-Manríquez³, Facultad Ciencias de la Educación, Universidad Católica del Maule, Talca, Chile.

Referencias

[1] Anderson, L., Krathwohl, D. (Eds.). (2001). *A taxonomy for learning, teaching, and assessing: A revision of Bloom's taxonomy of educational objectives*. Longman.

[2] Batanero, C. (2001). *Didáctica de la Estadística*. Grupo de Investigación en Educación Estadística Universidad de Granada.

[3] Bloom, B. S. (1956). *Taxonomy of educational objectives, handbook: The cognitive domain*. David McKay.

[4] Cambridge University Press & Assessment. (2025). *Cambridge International Education*.

[5] Chevallard, Y. (1991). *La transposición didáctica: Del saber sabio al saber enseñado*. AIQUE.

- [6] Cobo, B. (2003). *Significado de las medidas de posición central para los estudiantes de secundaria* [Tesis Doctoral, Universidad de Granada].
- [7] Díaz-Levicoy, D., Morales-García, L. y Rodríguez-Alveal, F. (2020). Las medidas de tendencia central en libros de texto de educación primaria en México. *Paradigma*, 40, 706-729. <https://doi.org/10.37618/PARADIGMA.1011-2251.2020.p706-729.id819>
- [8] Estrella, S. (2016). Comprensión de la media por profesores de educación primaria en formación continua. *Revista Electrónica de Investigación Educativa*, 18(1), 1-22.
- [9] García-García, J.I., Imilpán-Rivera, I., Díaz-Levicoy, D. y Arredondo, E. (2021). Las medidas de tendencia central en libros de texto de séptimo básico de Chile. *Conrado*, 17(81), 261-268.
- [10] Godino, J.D., Batanero, C. y Font, V. (2007). El enfoque onto-semiótico en la investigación en educación matemática. *ZDM*, 39, 127-135. <https://doi.org/10.1007/s11858-006-0004-1>
- [11] Hernández, R., Fernández, C. y Baptista, P. (2010). *Metodología de la investigación*. McGraw Hill.
- [12] Landtblom, K. (2023). Opportunities to learn mean, median, and mode afforded by textbook tasks. *Statistics Education Research Journal*, 22(3), 6. <https://doi.org/10.52041/serj.v22i3.655>
- [13] Mayén, S. (2009). *Comprensión de las medidas de tendencia central por estudiantes mexicanos de Educación Secundaria y Bachillerato* [Tesis doctoral, Universidad de Granada].
- [14] MINEDUC. (2015). *Bases curriculares 7° básico a 2° medio*. Unidad de Currículum y Evaluación.
- [15] MINEDUC. (2018). *Matemática educación básica. Bases curriculares*. Unidad de Currículum y Evaluación.
- [16] Parra-Fica, J., López-Martín, M.M. & Díaz-Levicoy, D. (2024). Measures of central tendency in primary education textbooks in Chile. *Revista Eurasia de Educación en Matemáticas, Ciencia y Tecnología*, 20 (6), em2454. <https://doi.org/10.29333/ejmste/14592>
- [17] Parra-Fica, J., López-Martín, M.M. y Díaz-Levicoy, D. (2025). Situaciones-problemas sobre medidas de centralización en libros de texto chilenos de educación primaria. *Avances de Investigación en Educación Matemática*, 27, 129-156. <https://doi.org/10.35763/aiem27.6124>



Simuladores interactivos con IA y RStudio Shiny: una propuesta para la enseñanza del intervalo de confianza en la formación de profesores

Exequiel Aníbal Llanos Lagos*

Facultad de Educación

Universidad San Sebastián

Santiago, Chile

Resumen

Hace un par de décadas, los cursos introductorios de estadística inferencial dependían necesariamente de métodos como los tipos de muestreos, las distribuciones muestrales o los supuestos de normalidad para introducir a la lógica fundamental de la inferencia. Autores como Cobb (2007) o Garfield et al. (2012) proponen complementar este enfoque tradicional con pruebas basadas en simulación, posibilidad que el avance tecnológico y la inteligencia artificial han hecho cada vez más accesibles.

En Chile, los intervalos de confianza (IC) forman parte del currículo desde el año 2009; sin embargo, persiste una brecha conceptual entre la educación media y superior: los estudiantes universitarios acceden a procedimientos formales sin haber desarrollado previamente un razonamiento inferencial informal que les permita interpretar su significado. Ante este problema, el presente estudio propone que el proceso de diseñar simuladores interactivos -con apoyo de inteligencia artificial (IA) y RStudio (Shiny)- puede constituir una herramienta de formación docente en estadística inferencial. El estudio se desarrolló con profesores en formación en un programa de prosecución de estudios de pedagogía en matemática.

El marco teórico es la Inferencia Estadística Informal (Makar y Rubin, 2009). El enfoque metodológico es de carácter cualitativo mediante una investigación basada en el diseño debido a la naturaleza exploratorio e iterativa para desarrollar el simulador. La recolección de datos se realizó a través de registros del proceso de diseño, incluyendo producciones escritas y observaciones de las sesiones de trabajo. Se diseñaron dos módulos secuenciales: el primero articula educación media y superior, centrándose en la construcción visual del IC mediante remuestreo con foco en el razonamiento inferencial informal; el segundo, se centra en la visualización de la frecuencia de cobertura del parámetro poblacional.

Los resultados preliminares indican que los participantes lograron tomar decisiones informadas sobre parámetros, distribuciones y supuestos del simulador, evidenciando una comprensión conceptual más profunda que la observada en enfoques expositivos. Asimismo, el proceso de diseño reveló conocimientos epistémicos previos de los docentes en formación, los que pudieron ser trabajados explícitamente durante la experiencia. Estos hallazgos sugieren que diseñar el simulador es una instancia formativa central de la propuesta.

Trabajo realizado en conjunto con:

Rodolfo Segundo Abanto Canto¹, Facultad de Ingeniería, Universidad Adolfo Ibáñez, Santiago, Chile.

*e-mail: exequiel.llanos@uss.cl

¹e-mail: rodolfo.abanto@uai.cl

Referencias

- [1] COBB, G. W., *The introductory statistics course: A Ptolemaic curriculum?*, Technology Innovations in Statistics Education **1(1)**, (2007).
- [2] GARFIELD, J., DELMAS, R., ZIEFFLER, A., *Developing statistical modelers and thinkers in an introductory, tertiary-level statistics course*, ZDM - The International Journal on Mathematics Education **44(7)**, 883-898.
- [3] MAKAR, K. y RUBIN, A., *A framework for thinking about informal statistical inference*, Statistics Education Research Journal **8(1)**, (2009). 82-105.



Medidas de Tendencia Central en Educación Primaria: Análisis comparativo entre libros de Chile e Inglaterra

Juan Manuel Luengo-Inostroza, Javiera Muñoz-Manríquez
Facultad Ciencias de la Educación
Universidad **Católica del Maule**
Talca, Chile

Resumen

El estudio analiza comparativamente las tareas sobre Medidas de Tendencia Central en libros de texto de matemáticas de Chile e Inglaterra, con el propósito de identificar sus implicancias para el desarrollo de la cultura estadística. Desde un enfoque cualitativo, a través del análisis de contenido, se examinaron ocho libros de texto, cuatro chilenos y cuatro ingleses, correspondientes a 5°, 6°, 7° y 8° año en educación chilena y a sus niveles equivalentes en Cambridge denominados etapas. Para ello, se consideraron como unidades de análisis el tipo de medida, tipo de tarea, contexto, soporte, habilidad cognitiva y modalidad de trabajo. Los resultados muestran que, aunque ambos conjuntos de textos responden a sus respectivos marcos curriculares, difieren en la frecuencia y el enfoque con que presentan la media, mediana y moda. En ambos casos predominan tareas de carácter procedimental, centradas en el cálculo y la identificación de datos, con escasa presencia de habilidades cognitivas superiores, variedad contextual y modalidades de trabajo colaborativo. En conclusión, el estudio evidencia la necesidad de diversificar las tareas y aumentar su complejidad cognitiva para favorecer una comprensión estadística más crítica, profunda y contextualizada.

Trabajo realizado en conjunto con:

José Hernán Parra-Fica¹, Facultad Ciencias de la Educación, Universidad Católica del Maule, Talca, Chile.

Juan Manuel Luengo-Inostroza², Facultad Ciencias de la Educación, Universidad Católica del Maule, Talca, Chile.

Javiera Antonia Muñoz-Manríquez³, Facultad Ciencias de la Educación, Universidad Católica del Maule, Talca, Chile.

Referencias

[1] Anderson, L., Krathwohl, D. (Eds.). (2001). *A taxonomy for learning, teaching, and assessing: A revision of Bloom's taxonomy of educational objectives*. Longman.

[2] Batanero, C. (2001). *Didáctica de la Estadística*. Grupo de Investigación en Educación Estadística Universidad de Granada.

[3] Bloom, B. S. (1956). *Taxonomy of educational objectives, handbook: The cognitive domain*. David McKay.

[4] Cambridge University Press & Assessment. (2025). *Cambridge International Education*.

[5] Chevallard, Y. (1991). *La transposición didáctica: Del saber sabio al saber enseñado*. AIQUE.

- [6] Cobo, B. (2003). *Significado de las medidas de posición central para los estudiantes de secundaria* [Tesis Doctoral, Universidad de Granada].
- [7] Díaz-Levicoy, D., Morales-García, L. y Rodríguez-Alveal, F. (2020). Las medidas de tendencia central en libros de texto de educación primaria en México. *Paradigma*, 40, 706-729. <https://doi.org/10.37618/PARADIGMA.1011-2251.2020.p706-729.id819>
- [8] Estrella, S. (2016). Comprensión de la media por profesores de educación primaria en formación continua. *Revista Electrónica de Investigación Educativa*, 18(1), 1-22.
- [9] García-García, J.I., Imilpán-Rivera, I., Díaz-Levicoy, D. y Arredondo, E. (2021). Las medidas de tendencia central en libros de texto de séptimo básico de Chile. *Conrado*, 17(81), 261-268.
- [10] Godino, J.D., Batanero, C. y Font, V. (2007). El enfoque onto-semiótico en la investigación en educación matemática. *ZDM*, 39, 127-135. <https://doi.org/10.1007/s11858-006-0004-1>
- [11] Hernández, R., Fernández, C. y Baptista, P. (2010). *Metodología de la investigación*. McGraw Hill.
- [12] Landtblom, K. (2023). Opportunities to learn mean, median, and mode afforded by textbook tasks. *Statistics Education Research Journal*, 22(3), 6. <https://doi.org/10.52041/serj.v22i3.655>
- [13] Mayén, S. (2009). *Comprensión de las medidas de tendencia central por estudiantes mexicanos de Educación Secundaria y Bachillerato* [Tesis doctoral, Universidad de Granada].
- [14] MINEDUC. (2015). *Bases curriculares 7° básico a 2° medio*. Unidad de Currículum y Evaluación.
- [15] MINEDUC. (2018). *Matemática educación básica. Bases curriculares*. Unidad de Currículum y Evaluación.
- [16] Parra-Fica, J., López-Martín, M.M. & Díaz-Levicoy, D. (2024). Measures of central tendency in primary education textbooks in Chile. *Revista Eurasia de Educación en Matemáticas, Ciencia y Tecnología*, 20 (6), em2454. <https://doi.org/10.29333/ejmste/14592>
- [17] Parra-Fica, J., López-Martín, M.M. y Díaz-Levicoy, D. (2025). Situaciones-problemas sobre medidas de centralización en libros de texto chilenos de educación primaria. *Avances de Investigación en Educación Matemática*, 27, 129-156. <https://doi.org/10.35763/aiem27.6124>

ABSTRACTS: FÍSICA MATEMÁTICA



Geometric Phases from Bures Geodesic Triangles

Sergio Carrasco*

CI²MA and Departamento de Ingeniería Matemática
Universidad de Concepción
Concepción, Chile

Abstract

When a quantum system evolves along a closed trajectory in the space of pure states (projective Hilbert space), it acquires a geometric phase, such as the Berry phase and its generalizations. These phases arise from parallel transport with respect to a connection on a fiber bundle and depend only on the path followed by the state. A similar construction exists for mixed quantum states, where geometric phases are defined through parallel transport in the *purification bundle* endowed with the Uhlmann connection. This bundle is closely related to the standard Uhlmann bundle of amplitudes [1], but has a more direct physical interpretation.

After introducing these concepts, we consider closed loops in the interior of the space of finite-dimensional quantum states. Specifically, we focus on loops given by geodesic triangles, whose vertices are full-rank quantum states and whose edges are the shortest Bures geodesics connecting them. We first describe the geometric phase obtained from parallel transport of a purification along such a triangle, using concepts from [2]. We then investigate a limiting regime in which two of the vertices approach the boundary of the state space, leading to a configuration with one full-rank state and two rank-deficient states lying in different strata. This construction is motivated by conditional states arising after projective measurements. In this scenario, parallel transport along the loop is no longer unique.

We show that, when the parallel transport starts at a state in the minimal-rank stratum and the geodesic triangle is uniquely defined, all admissible parallel transports yield the same geometric phase. We then establish a connection between this phase and quantities arising in quantum measurement theory, in particular *weak values* and the *Kirkwood–Dirac quasidistribution* [3]. These objects, which play a central role in quantum metrology and in the characterization of non-classical features, thus acquire a geometric interpretation.

Joint work with:

Dominique Spehner, CI²MA and Departamento de Ingeniería Matemática, Universidad de Concepción, Concepción, Chile.

References

- [1] A. UHLMANN, *Parallel transport and “quantum holonomy” along density operators*, Rep. Math. Phys. **24** (1986), 229–240.
- [2] D. SPEHNER, *Bures geodesics and quantum metrology*, Quantum **9** (2025), 1715.
- [3] D. R. M. ARVIDSSON-SHUKUR ET AL., *Properties and applications of the Kirkwood–Dirac distribution*, New J. Phys. **26** (2024), 121201.

*Supported by Fondecyt Postdoctoral Project No. 3240514. Contact: sergocarrasco@udec.cl



On Non Local Equations Under Symmetries

Santiago Castellanos*

Departamento de Matemática y Ciencia de la Computación
Universidad de Santiago de Chile
Santiago, Chile

Abstract

The central object of study in this work is the nonlocal equation $f(\Delta)u = U(x, u(x))$, where f is an arbitrary measurable real function and U is a nonlinearity that interacts with the geometry of the underlying space. The interest in this type of equation is both mathematical and physical: operators of the form $e^{-c\Delta}$ or $p^{a\partial_x^2}$ appear naturally in string theory, where the nonlocal character of the equation is not a technical inconvenience but a fundamental feature of the model. The work is developed in two settings. In \mathbb{R}^n , we imposed the notion of cylindrical symmetry in the sense of Lions [4] on the nonlinearity and on the solution, and work in a result of existence. In the Riemannian setting, we work on a compact manifold (M, g) acted upon by a closed subgroup $G \leq \text{Isom}_g(M)$, where the former is the group of isometries of M . The common thread of both cases is the same strategy: exploit the symmetry to obtain compact Sobolev embeddings [3], use complex interpolation to handle the fractional regularity [1, 5], and close the argument with a fixed-point theorem. The function spaces in which solutions are sought built from the spectral theory of $f(\Delta)$ and $f(\Delta_g)$ and allow for a unified treatment of existence and regularity.

References

- [1] CWIKEL, M. AND KALTON, N., *Interpolation of compact operators by the methods of Calderón and Gustavsson- Peetre*, 1992.
- [2] GÓRKA, P., PRADO, H., REYES, E.G., *On a General Class of Nonlocal Equations*, Springer Basel AG, *Annales Henri Poincaré* 14 (2013), 947–966.
- [3] HEBEY, E., *Nonlinear Analysis on Manifolds: Sobolev Spaces and Inequalities*, Courant Institute of Mathematical Sciences and American Mathematical Society, 2000.
- [4] LIONS, P., *Symétrie et compacité dans les espaces de Sobolev*, Université Paris IX-Dauphine, *Journal of Functional Analysis* 49, 315-334 (1982).
- [5] TAYLOR, M., *Partial Differential Equations III Nonlinear Equations*, Volumen III, Second Edition, Springer, 2011.

*e-mail: santiago.castellanosg10@gmail.com



Una variante trigonométrica de la cadena de Ehrenfest

Andreo Cazares*

Instituto de Matemáticas

Universidad de Talca

Talca, Chile

Resumen

El modelo de urna de Ehrenfest en tiempo discreto [F67, I22, KS76] es una famosa cadena de Markov finita exactamente resoluble, utilizada para estudiar la difusión y la reversibilidad en física estadística [K47]. La cadena en cuestión puede interpretarse como un camino aleatorio inhomogéneo en el espacio de estados $\mathcal{S} = \{0, 1, 2, \dots, m\}$, cuyas probabilidades de transición de un paso están dadas por la matriz centrosimétrica normalizada de Kac-Sylvester [A05, DF24, TT91]. Las probabilidades de transición en n pasos de esta cadena se obtienen mediante una versión finito-dimensional de la fórmula de representación de Karlin-McGregor [KM59] en términos de polinomios de Krawtchouk, y esto a su vez permite encontrar fórmulas cerradas para los correspondientes tiempos esperados de primera visita y de retorno. [B91, D94, F67, G08, I22, K47, KS76, KS93, P93, PT96].

En este trabajo emplearemos polinomios ortogonales [BDFM25, CD98, G08, I22, S22, S00], pertenecientes al esquema de Askey [DLMF25, KLS10], para presentar y estudiar una familia de caminos aleatorios con sesgo inhomogéneo, exactamente resolubles, que surgen de la generalización trigonométrica de la matriz de Kac-Sylvester introducida en [DG22]. Al expresar explícitamente las probabilidades de transición en n pasos en términos de polinomios ultrasféricos q con $|q| = 1$ mediante la fórmula de representación de Karlin-McGregor, los correspondientes tiempos esperados de primera visita y de retorno se calculan nuevamente en forma cerrada. Como degeneraciones del parámetro de nuestra cadena de Markov se recuperan, respectivamente, (i) la cadena de Ehrenfest (cuando el período trigonométrico se escala al infinito de modo que el polinomio q -ultrasférico degenera a un polinomio de Krawtchouk), (ii) el camino aleatorio simple con barreras totalmente reflectantes (cuando el polinomio ultrasférico q degenera a un polinomio de Chebyshev de primer tipo), y (iii) una transformación de Doob [DHS20] del camino aleatorio simple con barreras absorbentes condicionado a evitar la absorción en la frontera (cuando el polinomio ultrasférico q degenera a un polinomio de Chebyshev de segundo tipo).

Trabajo realizado en conjunto con:

Jan Felipe van Diejen, Instituto de Matemáticas, Universidad de Talca, Talca, Chile.

Andrés Soledispa Tibán, Instituto de Matemáticas, Universidad de Talca, Talca, Chile.

Referencias

- [A05] R. Askey, Evaluation of Sylvester type determinants using orthogonal polynomials. In: *Advances in Analysis*, H. G. W. Begehr, R. P. Gilbert, M. E. Muldoon and M. W. Wong (eds.), World Scientific, Singapore, 2005, 1–16.

*Parcialmente financiado por Fondo Nacional de Desarrollo Científico y Tecnológico (FONDECYT) Grant 1250427 y la Beca de Doctorado Nacional ANID 21241601, e-mail: andreo.cazares@utalca.cl

- [B91] N.H. Bingham, Fluctuation theory for the Ehrenfest urn, *Adv. in Appl. Probab.* **23**(3) (1991), 598–611.
- [BDFM25] A. Branquinho, J.E.F. Díaz, A. Foulquié-Moreno, and M. Mañas, Finite Markov chains and multiple orthogonal polynomials, *J. Comput. Appl. Math.* **463** (2025), 116485.
- [CD98] P. Coolen-Schrijner and E.A. van Doorn, Analysis of random walks using orthogonal polynomials, *J. Comput. Appl. Math.* **99** (1998)(1-2), 387–399.
- [D94] H. Dette, On a generalization of the Ehrenfest urn model, *J. App. Prob.* **31**(4) 1994), 930–939.
- [DHS20] P. Diaconis, K. Houston-Edwards, and L. Saloff-Coste, Analytic-geometric methods for finite Markov chains with applications to quasi-stationarity, *ALEA Lat. Am. J. Probab. Math. Stat.* **17**(2) (2020), 901–991.
- [DG22] J.F. van Diejen and T. Görbe, Elliptic Kac-Sylvester matrix from difference Lamé equation, *Ann. Henri Poincaré* **23** (2022), 49–65.
- [DLMF25] *NIST Digital Library of Mathematical Functions*, F.W.J. Olver, A.B. Olde Daalhuis, D.W. Lozier, B.I. Schneider, R.F. Boisvert, C.W. Clark, B.R. Miller, B.V. Saunders, H.S. Cohl, and M.A. McClain (eds.), Release 1.2.4 of 2025-03-15, <https://dlmf.nist.gov/>
- [DF24] Zhibin Du and C.M. da Fonseca, Sylvester-Kac matrices with quadratic spectra: a comprehensive note, *Ramanujan J.* **65**(3) (2024), 1313–1322.
- [F67] W. Feller, *An Introduction to Probability Theory and its Applications*, vol. 1, 3rd ed., Wiley, New York, 1967.
- [G08] F.A. Grünbaum, Random walks and orthogonal polynomials: some challenges. In: *Probability, Geometry and Integrable Systems*, M. Pinsky and B. Birnir (eds.), *Math. Sci. Res. Inst. Publ.*, vol. 55, Cambridge University Press, Cambridge, 2008, 241–260.
- [I22] M.D. de la Iglesia, *Orthogonal Polynomials in the Spectral Analysis of Markov Processes—Birth-Death Models and Diffusion*, *Encyclopedia Math. Appl.*, vol. 181, Cambridge University Press, Cambridge, 2022.
- [K47] M. Kac, Random walk and the theory of Brownian motion, *Amer. Math. Monthly* **54** (1947), 369–391.
- [KM59] S. Karlin and J. McGregor, Random walks, *Illinois J. Math.* **3** (1959), 66–81.
- [KS76] J.G. Kemeny and J.L. Snell, *Finite Markov Chains*, Springer-Verlag, New York-Heidelberg, 1976.
- [KLS10] R. Koekoek, P.A. Lesky, and R. Swarttouw, *Hypergeometric Orthogonal Polynomials and their q -Analogues*, Springer Monographs in Mathematics. Springer-Verlag, Berlin, 2010.
- [KS93] O. Krafft and M. Schaefer, Mean passage times for tridiagonal transition matrices and a two-parameter Ehrenfest urn model, *J. Appl. Probab.* **30** (1993)(4), 964–970.
- [P93] J.L. Palacios, Fluctuation theory for the Ehrenfest urn via electric networks, *Adv. in Appl. Probab.* **25**(2) (1993), 472–476.
- [PT96] J.L. Palacios and P. Tetali, A note on expected hitting times for birth and death chains, *Statist. Probab. Lett.* **30**(2) (1996), 119–125.

- [S22] R. Sasaki, Exactly solvable discrete time birth and death processes, *J. Math. Phys.* **63**(6) (2022), 063305.
- [S00] W. Schoutens, *Stochastic Processes and Orthogonal Polynomials*, Lect. Notes Stat., vol. 146, Springer-Verlag, New York, 2000.
- [TT91] O. Taussky and J. Todd, Another look at a matrix of Mark Kac, *Linear Algebra Appl.* **150** (1991), 341–360.



Spectral Theory of the Thermal Hamiltonian

Giuseppe De Nittis*

Faculty of Mathematics

Pontificia Universidad Católica de Chile

Santiago, Chile

Abstract

In 1964, J. M. Luttinger introduced a model for quantum thermal transport. In this paper, we study the spectral theory of the Hamiltonian operator associated with Luttinger's model, with a special focus on the one-dimensional case. It is shown that the so-called thermal Hamiltonian has a one-parameter family of self-adjoint extensions, and its spectrum, time-propagator group, and Green function are computed explicitly. We also describe some results concerning perturbations by a potential and the related scattering theory. Finally, we present some remarks on the classical problem and a comparison between classical and quantum behavior. [1, 2]

Joint work with:

Vicente Lenz, Delft University of Technology, Delft, Netherlands.

References

- [1] DE NITTIS, G.; LENZ, V., *Spectral Theory of the Thermal Hamiltonian: 1D Case*, J. Spectr. Theory **11**, (2021). 1415-1469.
- [2] DE NITTIS, G.; LENZ, V., *Perturbation Theory for the Thermal Hamiltonian: 1D Case.*, Lett. Math. Phys. **111**, (2021). 106 .

*Partially supported by Fondecyt Regular - 1190204, e-mail: gidenittis@uc.cl



Perturbación métrica del operador de Gauss-Bonnet

Cristian Figueroa Calabrano*

Departamento de Matemática y Ciencia de la Computación

Universidad de Santiago de Chile

Santiago, Chile

Resumen

En este trabajo estudiamos el operador de Gauss-Bonnet D actuando en un grafo localmente finito. Nuestro principal objetivo es analizar el comportamiento asintótico de la función de conteo de valores propios del operador perturbado $D + W$, en una vecindad de la *flat band* $-m$ en el espectro de D . La perturbación W corresponde a una perturbación del tipo métrica, esto significa que modifica el peso de vértices y aristas, pero mantiene la estructura original del grafo. Este cambio en la métrica definida en el grafo, genera una deformación controlada del operador y podemos obtener condiciones bajo las cuales contribución de valores propios cerca de la *flat band* puede ser descrita asintóticamente.

Trabajo realizado en conjunto con:

Pablo Miranda¹, Departamento de Matemáticas, Universidad de Santiago, Santiago, Chile.

Daniel Parra, Departamento de Matemática, Universidad del Bío-Bío, Concepción, Chile.

Referencias

- [1] MIRANDA P., PARRA D., *Eigenvalue asymptotics near a flat band in the presence of a slowly decaying potential*, *Asymptotic Analysis* **142**, (2025). 527-542.

*Parcialmente financiado por FONDECYT 1241983, e-mail: cristian.figueroa.c@usach.c

¹Parcialmente financiado por FONDECYT 1241983, e-mail: pablo.miranda.r@usach.cl



Ground State Structure in Abelian Higher Gauge Theories: A Physical Interpretation of the Universal Coefficient Theorem.

J. Lorca Espiro*

Departamento de Cs. Físicas
Universidad de la Frontera
Temuco, Chile

Abstract

It has been established that the ground state space of abelian higher gauge theories on a connected spatial manifold is isomorphic to the cohomology group $H^0(C, G)$, where C is the cell complex of space and G is a chain complex of finite abelian groups. This paper provides a physical interpretation of this mathematical fact. We show that the Universal Coefficient Theorem (UCT) separates the ground states into two physically distinct classes: those detectable by measuring holonomies around n -cycles (the image of a canonical map χ), and those undetectable by such cycle holonomies (the kernel of χ). The latter, which we call torsion-locked states, correspond to the Ext^1 component of the UCT and are probed by higher-dimensional surface operators. We prove that the resulting short exact sequence splits, leading to a non-canonical decomposition of the ground state space. We show that this non-canonicity is physically manifested as a basis ambiguity in the logical operator algebra: different choices of splitting correspond to different, but physically equivalent, conventions for defining the elementary flux and charge operators. We illustrate these phenomena with concrete examples, including a detailed analysis of the lens space $L(2, 1)$ and the product manifold $S^1 \times \mathbb{RP}^2$. Finally, we extend our analysis to include the dual charge sector, revealing that the full ground state Hilbert space is $\mathbb{C}[H^0(C, G) \times H_0(C, G)]$, and show how electric-magnetic duality emerges as a consequence of Pontryagin duality for the gauge groups.

Joint work with:

Adrián Franco-Rubio, Facultad de Matemáticas, Universidad Complutense de Madrid, Madrid, España.

References

- [1] R. Costa de Almeida, J. P. Ibieta-Jimenez, J. Lorca Espiro, and P. Teotonio-Sobrinho, "Topological Order from a Cohomological and Higher Gauge Theory perspective", arXiv:1711.04186 (2017).
- [2] J. Espiro, "A dualization approach to the ground state subspace classification of abelian higher gauge symmetry models", J. Math. Phys. **66**, 021701 (2025).

*Parcialmente financiado por Proyecto Fondecyt 11241170, e-mail: javier.lorca@ufrontera.cl



Escapes y Regularidad Elíptica

Joaquín Márquez*

Departamento
Universidad
Ciudad, País

Resumen

La correspondencia Bulk-Edge consiste en una relación entre los invariantes topológicos de un material en su interior y en su borde. Este tema está bien estudiado con operadores con simetría traslacional discreta, donde mediante la transformada de Bloch se pasa a una descomposición de problema en base a un espacio subyacente compacto: La Zona de Brillouin. En el caso de simetrías traslacionales continuas, mediante la transformada de Fourier se llega a una descomposición en base a un espacio no compacto. En este caso aparecen anomalías ya reportadas en la literatura.

En este trabajo se estudian los efectos de la regularidad elíptica y su ruptura en el caso del operador de Dirac masivo regularizado en el semiespacio superior con todas las condiciones de borde que permiten que sea autoadjunto, como se trabajó en [1]. Se obtiene que la ruptura de regularidad elíptica es equivalente a la existencia de escapes en la estructura de bandas, que consisten en curvas con crecimiento asintótico estrictamente menor al del espectro del bulk.

Trabajo realizado en conjunto con:

Hanne van den Bosch¹, Departamento de Ingeniería Matemática, Universidad de Chile, Santiago de Chile, Chile.

Referencias

- [1] Jud, H. y Tauber, C., “*Classifying bulk-edge anomalies in the dirac hamiltonian*”, *Annales Henri Poincaré*, vol. 27, pp. 401–451, 2026.

*Parcialmente financiado por FONDECYT N 1250596, e-mail: joaquinmarquezd@gmail.com

¹Parcialmente financiado por FONDECYT N 1250596, e-mail: hannevdosch@gmail.com



Ecuaciones de Euler-Arnold, operadores pseudo-diferenciales, y la ecuación de Camassa-Holm

Enrique G. Reyes*

Departamento de Matemática y Ciencia de la Computación

Universidad de Santiago de Chile

Santiago, Chile

Resumen

El espacio $CT_{odd}^{0,*}(M, E)$ de operadores pseudo-diferenciales clásicos, invertibles y de "clase impar" (en la terminología de Kontsevich) que actúan sobre secciones de un fibrado vectorial E sobre una variedad compacta M , es en efecto un grupo de Lie modelado en espacios de Fréchet. Este grupo se puede equipar con métricas pseudo-Riemannianas, y estas métricas nos permiten construir ecuaciones diferenciales no-conmutativas que son análogas a las ecuaciones de Euler para un cuerpo rígido. Podemos probar que estas ecuaciones son integrables y que determinan geodésicas en $CT_{odd}^{0,*}(M, E)$. Como aplicación, podemos probar que ecuaciones clásicas, como la ecuación de Camassa-Holm, son casos particulares de nuestra ecuación de cuerpo rígido.

Trabajo realizado en conjunto con:

Jean Pierre Magnot¹, LAREMA, Université d'Angers, Angers, France.

Referencias

- [1] J.P. Magnot and E.G. Reyes RIGID BODY EQUATIONS ON SPACES OF PSEUDO-DIFFERENTIAL OPERATORS WITH RENORMALIZED TRACE, Preprint.
- [2] Arnold, V.; SUR LA GÉOMETRIE DIFFÉRENTIELLE DES GROUPES DE LIE DE DIMENSION INFINIE ET SES APPLICATIONS À L'HYDRODYNAMIQUE DES FLUIDES PARFAITS. *Ann. Institut Fourier* Vol 16, 1, 319–361 (1966).
- [3] Berezin, F.A. and A.M. Perelomov, GROUP-THEORETICAL INTERPRETATION OF THE KORTEWEG-DE VRIES TYPE EQUATIONS. *Commun. Math. Phys.* 74 (1980), 129–140.
- [4] Kontsevich, M.; Vishik, S.; DETERMINANTS OF ELLIPTIC PSEUDODIFFERENTIAL OPERATORS Max Plank Institut fur Mathematik, Bonn, Germany, preprint n. 94-30 (1994)
- [5] Kontsevich, M.; Vishik, S.; GEOMETRY OF DETERMINANTS OF ELLIPTIC OPERATORS. Functional analysis on the eve of the 21st century, Vol. 1 (New Brunswick, NJ, 1993), *Progr. Math.* **131**,173-197, (1995)

*Parcialmente financiado por FONDECYT # 1241719, e-mail: enrique.reyes@usach.cl

¹e-mail: magnot@math.univ-angers.fr



Spectral Analysis of a Periodic Jacobi Matrix Modeling XX Quantum Spins on the Circle with a Tunable Local Impurity

Andrés Soledispa Tibán*
 Instituto de Matemáticas
 Universidad de Talca
 Talca, Chile

Abstract

For $\beta, \gamma \in \mathbb{R}$ and $m \geq 3$, let $\mathbf{J}_m^{(\beta, \gamma)}$ denote the $m \times m$ matrix with positive unit entries on the superdiagonal and subdiagonal, diagonal corner entries equal to β , antidiagonal corner entries equal to γ , and zero elsewhere. We determine the eigenvalues and eigenvectors of this two-parameter family of periodic Jacobi matrices in terms of Chebyshev polynomials by employing results from [2]. This spectral analysis has several interesting applications. Our main application concerns an XX quantum spin chain on a circle, governed by the Hamiltonian

$$\mathbf{H}_m^{(\beta, \gamma)} = \frac{1}{2} \left(\sum_{l=1}^{m-1} (\sigma_l^x \sigma_{l+1}^x + \sigma_l^y \sigma_{l+1}^y) + \beta(\sigma_1^z + \sigma_m^z) + \gamma(\sigma_m^x \sigma_1^x + \sigma_m^y \sigma_1^y) \right), \quad (1)$$

which acts on the 2^m -dimensional state space

$$\mathcal{F}_m = \bigotimes_{l \in \mathbb{Z}_m} \mathbb{C}^2 \quad (2)$$

through local spin-1/2 operators built from the Pauli matrices:

$$\sigma_l^w = \underbrace{I \otimes \cdots \otimes I}_{l-1 \text{ times}} \otimes \sigma^w \otimes \underbrace{I \otimes \cdots \otimes I}_{m-l \text{ times}} \quad (w \in \{x, y, z\}).$$

Using [1] and the spectral decomposition of $\mathbf{J}_m^{(\beta, \gamma)}$, we diagonalize the Hamiltonian $\mathbf{H}_m^{(\beta, \gamma)}$ and thereby determine its spectrum and eigenstates. Here, γ represents a single bond defect that perturbs the coupling between two neighboring spins, while β gives rise to loop defects modeling a local transverse magnetic field. In the special case $\beta = 0$ and $0 \leq \gamma \leq 1$, the model interpolates between the celebrated open ($\gamma = 0$) and closed ($\gamma = 1$) XX quantum spin chains. As a further application, the same spectral decomposition of $\mathbf{J}_m^{(\beta, \gamma)}$ enables us to diagonalize a class of symmetric Toeplitz matrices with trigonometric entries of the form

$$\mathbf{T}_{m, \text{trig}} := [A \cos(\omega|l - k| + \varphi)]_{1 \leq l, k \leq m}, \quad (3)$$

where $A \neq 0$ and $\omega, \varphi \in \mathbb{R} \setminus \pi\mathbb{Z}$, under the condition $\sin((m-1)\omega + 2\varphi) \neq 0$.

Joint work with:

Jan Felipe van Diejen¹, Instituto de Matemáticas, Universidad de Talca, Talca, Chile.

*Partially supported by Beca de Doctorado Nacional ANID Scholarship No. 21241601.

¹Partially supported by Fondo Nacional de Desarrollo Científico y Tecnológico (FONDECYT) Grant No. 1250427.

References

- [1] A. Cazares and J.F. van Diejen, Exactly solvable inhomogeneous periodic quantum spin chain from q -ultraspherical polynomials at roots of unity, *Lett. Math. Phys.* **115** (2025), 127.
- [2] J.F. van Diejen, A. Soledispa Tibán, and A. Vidal, The spectrum of the finite open XX quantum spin chain with transverse magnetic boundary fields via orthogonal polynomials, *Ann. Henri Poincaré* (2025), doi:10.1007/s00023-025-01564-0.



Fermionic quantum walkers coupled to a bosonic reservoir

Dominique Spehner*

Departamento de Ingeniería Matemática

Universidad de Concepción

Chile

Abstract

We analyse the discrete-time dynamics of a model of non-interacting fermions on a finite graph coupled to an infinite reservoir formed by a bosonic quantum walk. This dynamics consists of consecutive applications of free evolutions of the fermions and bosons followed by a local coupling between them. We derive explicitly the Heisenberg dynamics of fermionic observables and obtain a systematic expansion in the large-coupling regime, which we control by using spectral methods. We also prove that the reduced Gibbs state of the fermions converges in the large time limit to a mixture of infinite-temperature Gibbs states in each particle sector.

Joint work with:

Alain Joye, Institut Fourier, Université Grenoble-Alpes, Grenoble, France.

Olivier Bourget, Pontificia Universidad Católica de Chile, Santiago, Chile

*e-mail: dspehner@ing-mat.udec.cl



Characterization of 2-soliton solutions for the KP-II equation.

Benjamín Tardy D.*

Department of Physical and Mathematical Sciences
Austral University of Chile
Valdivia, Chile

April 3rd, 2026

Abstract

This work presents a complete characterization of the 2-soliton solutions of the Kadomtsev–Petviashvili II (KP-II) equation, covering the O , P , and T types, where it is shown that the specific values of the coefficients a_j —arising from the matrices in the positive Grassmannian $\text{Gr}(2, 4)_{\geq 0}$ — are the decisive factors in determining the resulting 2-soliton type. The methodology is based on the use of differential operators to evaluate the τ -functions, thereby determining the dimension n of the cones \mathcal{W}_n to which these evaluations belong. A direct correspondence is established between the number of exponential terms in the τ -function and the dimensions of the cones that act as target spaces after the application of the operators. Through this analysis, the parameters κ are shown to be constants. The proof concludes by reconstructing the τ -function through the inversion of Vandermonde systems, linking the algebraic structure of the Grassmannian with the analytical regularity of the solutions.

Joint work with:

Felipe Poblete¹, Department of Physical and Mathematical Sciences, Austral University of Chile, Valdivia, Chile.

Claudio Muñoz², Department of Mathematical Engineering, University of Chile, Santiago, Chile.

References

- [1] Francisco Alegría, Gong Chen, Claudio Muñoz, Felipe Poblete, Benjamín Tardy. *On uniqueness of KP soliton structures*, Journal of Differential Equations 445 (2025).
- [2] Y. Kodama. *KP Solitons and the Grassmannians. Combinatorics and Geometry of Two-Dimensional Wave Patterns*. Springer Briefs in Mathematical Physics Vol. 22, Springer 2017.
- [3] Tetsu Mizumachi. *Linear stability of elastic 2-line solitons for the KP-II equation*, Quart. Appl. Math. 82 (2024), 115-226.

*Partially supported by FONDECYT 1231250, 1221076; Basal CMM FB210005 and MathAmSud 23-MATH-18, e-mail: benjamin.tardy@alumnos.uach.cl

¹Partially supported by FONDECYT 1221076 and MathAmSud 23-MATH-18, e-mail: felipe.poblete@uach.cl

²Partially supported by FONDECYT 1231250 and Basal CMM FB210005, e-mail: cmunoz@dim.uchile.cl



On quantitative chaos of rescaled states

Hagop Tossounian

Departamento de Matemática

Universidad de Concepción

Concepción, Chile

Abstract

In order to derive his equation, Boltzmann used the assumption that the probability density function $f(t, x_1, v_1, x_2, v_2, \dots, x_N, v_N)$, describing the positions and velocities of a gas of N identical particles at time t , stays close to a product $g(t, x_1, v_1)g(t, x_2, v_2) \dots g(t, x_N, v_N)$. Here g is the common 1-particle distribution.

Mark Kac introduced a probabilistic model for N particles, for which Boltzmann's assumption is valid as N goes to infinity in a specific sense, provided that it is valid at an initial time. Kac's requirement concerning the N particle density functions at some initial time is nowadays known as chaos (or molecular chaos), and Kac's result is known as propagation of chaos.

The aim of this talk is to retake the question, first asked and studied in [1] : For which density functionals g can we produce a family of symmetric densities f_N supported on the constant energy sphere $v_1^2 + v_2^2 + \dots + v_N^2 = N$ which are chaotic to g ? Using rescaled states, we show [2] that the class of admissible g , obtained in [1] using other methods, can be expanded. We also mention some new ideas in this direction.

This talk is introductory.

Joint work with:

Roberto Cortez, Departamento de Matemáticas, Universidad Andrés Bello, Santiago, Chile.

References

- [1] CARLEN, ERIC A. AND CARVALHO, MARIA C. AND LE ROUX, JONATHAN AND LOSS, MICHAEL AND VILLANI, CÉDRIC, *Entropy and chaos in the Kac model*, *Kinet. Relat. Models* **3**(1), (2010). 85-122.
- [2] CORTEZ, ROBERTO AND TOSSOUNIAN, HAGOP, *Chaos for rescaled measures on Kac's sphere*, *Electron. J. Probab.* **28**, (2023). 29pp.



Aproximación de las raíces de los polinomios de Askey–Wilson mediante una iteración de punto fijo

Adrián Vidal Delgado*
 Instituto de Matemáticas
 Universidad de Talca
 Talca, Chile

Resumen

Los polinomios de Askey–Wilson ocupan un lugar central en la teoría de polinomios ortogonales, pues contienen como casos límite o degeneraciones a muchas familias clásicas. Las raíces de los polinomios de Askey–Wilson proveen soluciones para ecuaciones de Bethe–Ansatz estudiadas para determinar el espectro de sistemas cuánticos integrables sobre reticulados [1]. En esta charla describiremos una aproximación reciente para sus raíces reales dentro del intervalo de ortogonalidad, formulada en términos de una iteración de punto fijo, [2].

Para $-1 < q < 1$ y parámetros adecuados a_1, a_2, a_3, a_4 , el polinomio de Askey–Wilson $p_n(\cos \theta)$ es autofunción de una ecuación en diferencias q y tiene n raíces simples:

$$p_n(\cos \theta) = \kappa_n \prod_{j=1}^n (\cos \theta - \cos \theta_{j,n}), \quad 0 < \theta_{1,n} < \dots < \theta_{n,n} < \pi.$$

En esta representación, κ_n es una constante de normalización y las cantidades $\theta_{j,n}$ describen la posición de las raíces dentro del intervalo de ortogonalidad. Se puede hacer una reformulación que permite obtener nuevas cotas para dichas raíces mejorando las presentadas en [1]. Además se propone una recurrencia explícita de la forma

$$\theta_{j,n}^{(l+1)} = \frac{\pi j}{n+1} - \frac{1}{2(n+1)} \left(\sum_{r=1}^4 \nu_{a_r}(\theta_{j,n}^{(l)}) + \sum_{k \neq j} (\nu_q(\theta_{j,n}^{(l)} + \theta_{k,n}^{(l)}) + \nu_q(\theta_{j,n}^{(l)} - \theta_{k,n}^{(l)})) \right),$$

que aproxima las posiciones de las raíces a partir de la configuración inicial $\theta_{j,n}^{(0)} = \pi j / (n+1)$. Aquí la función impar y suave, $\nu_\varepsilon(\theta)$, tiene la siguiente serie de Fourier:

$$\nu_\varepsilon(\theta) = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\varepsilon^k}{k} \sin(k\theta), \quad |\varepsilon| < 1.$$

Con esto se puede tener un procedimiento efectivo de aproximación.

Trabajo realizado en conjunto con:

Jan Felipe van Diejen, Instituto de Matemáticas, Universidad de Talca, Talca, Chile.
Andrés Soledispa, Instituto de Matemáticas, Universidad de Talca, Talca, Chile.

*Trabajo parcialmente financiado por FONDECYT Grant #1210015.

Referencias

- [1] J. F. VAN DIEJEN, E. EMSIZ, *Solutions of convex Bethe Ansatz equations and the zeros of (basic) hypergeometric orthogonal polynomials*, Letters in Mathematical Physics **109** (2019), 1719–1738.
- [2] J. F. VAN DIEJEN, A. SOLEDISPA, A. VIDAL, *Approximation of Askey–Wilson roots*, preprint, 2025.

ABSTRACTS: MATEMÁTICAS
DISCRETAS, ALGORITMOS Y
COMBINATORIA



Caracterización y Reconocimiento de espacios T-Robinson

Patricio Asenjo Torres*

Departamento de Ingeniería Matemática

Universidad de Concepción

Concepción, Chile

Resumen

Un *espacio Robinson* es un conjunto de elementos dotado de una función de disimilitud D que admite un *orden compatible* $<$, en el cual para cada trío de elementos $x < y < z$ se cumple que $\max\{D(x, y), D(y, z)\} \leq D(x, z)$. Dicho de otro modo, un espacio Robinson permite ordenar todos sus elementos en una línea de manera que al considerar cualquier par de elementos, todos los valores de disimilitud de los elementos intermedios en la línea no exceden el valor de la disimilitud de los extremos considerados.

Motivados por esta propiedad y considerando la gran cantidad de fenómenos que presentan estructuras arbóreas subyacentes [1], nos proponemos ampliar la noción de espacios Robinson con el objetivo de disponerlos en un conjunto de caminos interconectados, es decir, en un *árbol*. Para ello definimos a los espacios *T-Robinson* como aquellos espacios de disimilitud en donde existe la posibilidad de disponer los elementos del espacio en un *árbol compatible*, de manera que entre cada par de elementos exista un único camino que además satisfaga la propiedad de espacios Robinson. Entregaremos un teorema de caracterización de estos espacios a través de grafos e hipergrafos, además de un algoritmo cuadrático capaz de reconocer si un árbol dado es compatible con la propiedad de los espacios T-Robinson

Trabajo realizado en conjunto con:

Christopher Thraves Caro¹, Departamento de Ingeniería Matemática, Universidad de Concepción, Concepción, Chile.

Mauricio Soto Gómez², Department of Computer Science, Universitat de Miglano, Milán, Italia.

Referencias

- [1] Abu-Ata, M., y Dragan, F. F. (2016). *Metric tree-like structures in real-world networks: an empirical study*. Networks, 67(1), 49–68.
- [2] Robinson, W. S. (1951). *A method for chronologically ordering archaeological deposits*. American Antiquity, 16(4), 293–301.

* e-mail: pasenjo2018@udec.cl

¹, e-mail: cthraves@udec.cl

², e-mail: mauricio.soto@unimi.it



Inmersiones en grafos con número de independencia a lo más dos

Antonia Bermúdez Bustos Instituto de Ingeniería Matemática
Universidad de Valparaíso
, Chile

Resumen

La Conjetura de Hadwiger establece que: para todo grafo G , se tiene que G contiene a $K_{\chi(G)}$ como menor. Su análogo para inmersiones es la Conjetura de Lescure y Meyniel: todo grafo G contiene a $K_{\chi(G)}$ como inmersión.

En esta charla discutiremos sobre la historia de estas conjeturas, haciendo énfasis en grafos con número de independencia hasta 2, presentando nuevos resultados que ayuden a acercarse a la conjetura de Lescure y Meyniel.

Trabajo realizado en conjunto con:

Daniel Quiroz Brito Instituto de Ingeniería Matemática, Universidad de Valparaíso, Valparaíso, Chile.



Equivalencia dinámica en redes Booleanas disyuntivas con diferente grafo de interacción

Luis Cabrera-Crot*

Departamento Sistemas de Información

Universidad del Bío-Bío

Concepción, Chile

22 al 24 de abril de 2026

Resumen

En [1] se presentó el concepto de *equivalencia dinámica entre redes Booleanas*. Dadas dos redes Booleanas f y h y un esquema de actualización s , se dice que (h, s) es dinámicamente equivalente a f si, al actualizar la red Booleana h de acuerdo con el esquema de actualización s , el comportamiento dinámico coincide con el de la red f al actualizarse en paralelo.

En particular, [1] aborda estrategias para el caso de redes disyuntivas, cuando, conocidas la red Booleana f y el esquema de actualización s , se busca encontrar todas las posibles redes Booleanas h que satisfagan la equivalencia.

En esta presentación, también en el marco de las redes disyuntivas, abordaremos el caso inverso: dadas dos redes Booleanas h y f , encontrar todos los posibles esquemas de actualización s que satisfagan la equivalencia.

Trabajo realizado en conjunto con:

Julio Aracena¹, CI²MA and Departamento de Ingeniería Matemática, Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas, Universidad de Concepción, Concepción, Chile.

Adrien Richard², Université Côte d'Azur, CNRS, I3S, Sophia Antipolis, Francia.

Lilian Salinas³, Departamento de Ing. Informática y Cs. de la Computación and CI²MA, Universidad de Concepción, Concepción, Chile

Referencias

- [1] Julio Aracena, Luis Cabrera-Crot, Adrien Richard, and Lilian Salinas. Dynamically equivalent disjunctive networks. *Theoretical Computer Science*, 1024:114899, 2025.

*e-mail: lcabrera@ubiobio.cl

¹e-mail: jaracena@udec.cl

²e-mail: richard@i3s.unice.fr

³e-mail: lilisalinas@udec.cl



Balanceo en árboles con pesos y aplicaciones a un problema de orientación en grafos

Bastian Flores San Martín

Departamento de Ingeniería Matemática

Universidad de Concepción

Concepción, Chile

Resumen

Sea $T = (V, E)$ un árbol y $w : V \rightarrow \mathbb{N}$ una función que asigna pesos no negativos a cada vértice de T . En una extensión de la notación, para todo subconjunto de vértices $U \subseteq V$, definimos $w(U) = \sum_{u \in U} w(u)$. Al árbol T junto a la función w lo llamamos *árbol con pesos* y lo denotamos por la tripleta $T = (V, E, w)$.

Sean T_1, T_2, \dots, T_{k_v} las componentes conexas de $T - v$, el bosque que se obtiene al borrar el vértice $v \in V$. Un *centroide* en un árbol con pesos $T = (V, E, w)$ es un vértice c tal que $w(T_i) \leq w(T)/2$ para todo $i \in \{1, 2, \dots, k_c\}$. En [1] los autores muestran que todo árbol con pesos tiene al menos uno y a lo más dos centroides, que en caso de ser dos, estos son vecinos, y además dan un algoritmo polinomial que los encuentra. Por otro lado, sea $P \subseteq \{1, 2, \dots, k_v\}$ un subconjunto de índices de componentes conexas de $T - v$. Definimos los siguientes valores: $f(v, P) = \left| \sum_{i \in P} w(T_i) - \sum_{j \notin P} w(T_j) \right|$, y $f_{opt}(v) = \min_P f(v, P)$. De esta forma, un vértice que *balancea* T consiste en un vértice que entrega el menor valor de f_{opt} .

En este trabajo estudiamos la relación entre los centroides y los vértices que balancean en árboles con pesos, y su aplicación a un problema de orientación en grafos. Mostramos que en árboles donde $w(u) = 1$ para todo vértice $u \in V$, los vértices que balancean coinciden con los centroides. Mientras que en el caso general, un centroide o uno de sus vecinos es quien balancea el árbol. Demostramos además que determinar el valor de $f_{opt}(v)$ es NP-Hard.

Finalmente, aplicamos estos resultados al *problema de orientación en grafos*, que dado un grafo busca una orientación de sus aristas que maximice la cantidad de pares de vértices conectados por caminos dirigidos. Al transformar el grafo a un árbol con pesos y orientar sus aristas según el vértice que balancea, se obtiene una orientación para la cual demostramos optimalidad.

Trabajo realizado en conjunto con:

Danilo Castañeda Baquedano, Bastian Flores San Martín, Anahí Gajardo Schulz, Benjamín Mendieta Bustos, Luciano Reyes Reiher, Christopher Thraves Caro.

Departamento de Ingeniería Matemática, Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas, Universidad de Concepción.

Referencias

- [1] H. BIELAK Y M. PANCZYK, *A self-stabilizing algorithm for finding weighted centroid in trees*, *Annales Universitatis Mariae Curie-Skłodowska, sectio AI-Informatica*, 12 (2012), pp. 27–37.



Isomorfismos entre grafos aleatorios densos no homogéneos

Constanza Gacitúa Fuentes*

Departamento de Ingeniería Matemática

Universidad de Chile

Santiago, Chile

Resumen

En este trabajo estudiamos el problema de encontrar el valor de $L(G_1, G_2)$, esto es; el tamaño del subgrafo inducido en común entre dos grafos aleatorios G_1 y G_2 . Este problema tiene relevancia en distintas aplicaciones como reconocimiento de patrones, bioquímica y ciencia molecular. El estudio de $L(G_1, G_2)$ entre dos grafos aleatorios, generados por el clásico modelo homogéneo Erdős - Rényi, fue impulsado inicialmente por Chatterjee y Diaconis [1], quienes abordaron el caso donde $G_1, G_2 \sim G(n, 1/2)$. En este estudio generalizamos dicho resultado considerando otros modelos de grafos aleatorios.

Un *grafón* $W : \Omega^2 \rightarrow (0, 1)$ es una función simétrica medible, con Ω un espacio de probabilidades. Los grafones son comúnmente estudiados en la teoría de límites de grafos, y a partir de un grafón se define un modelo no homogéneo de grafos aleatorios $G(n, W)$. El modelo $G(n, W)$ coincide con el modelo homogéneo cuando el grafón es una función constante. Entonces, una pregunta natural que nos podemos hacer es *¿cuál es el tamaño del subgrafo común inducido más grande entre dos grafos aleatorios no homogéneos?* Dicha pregunta no se ha visto resuelta por completo en la literatura y en este trabajo ha sido abordada por primera vez.

Trabajo realizado en conjunto con:

Nicolás Sanhueza Matamala¹, Departamento de Ingeniería Matemática, Universidad de Concepción, Concepción, Chile.

Matías Pavez Signé², Departamento de Ingeniería Matemática, Universidad de Chile, Santiago, Chile.

Referencias

- [1] SOURAV CHATTERJEE, PERSI DIACONIS, *Isomorphisms between random graphs*, J. Combin. Theory Ser B **160**, (2023). 144-162.

*Financiado por el proyecto ANID-FONDECYT Regular 1241398, e-mail: cgacitua@dim.uchile.cl

¹Financiado por el proyecto FONDECYT Regular 1251121, e-mail: nsanhuezam@udec.cl

²Financiado por el proyecto FONDECYT Regular 1241398 y por el proyecto basal CMM FB210005, e-mail: mpavez@dim.uchile.cl



Almost Tight Approximation Algorithms for 2D Demand Strip Covering

Waldo Gálvez Verdugo*

Departamento de Ingeniería Civil Informática y en Ciencias de la Computación

Universidad de Concepción

Concepción, Chile

Abstract

Packing problems are classical Discrete Optimization problems that involve selecting or allocating items while satisfying capacity constraints. Many of them have been generalized to the two-dimensional geometric setting (e.g. Knapsack, Bin Packing, Makespan Minimization) [1], where now items are rectangles to be packed into a region in the plane, achieving interesting recent advances. On the other hand, classical Covering problems (e.g. Knapsack Cover, Bin Covering, Machine Covering) do not allow for good approximation algorithms in multidimensional geometric contexts.

Recently, motivated by Energy Management scenarios (e.g., [2]), two-dimensional packing problems with “partial” geometric constraints have been considered. In 2D Demand Packing [3, 4], instead of requiring the rectangles to be embedded in the plane so that they do not intersect, we place them along a horizontal line and account for the accumulated load at each point. In this work, we initiate the study of Covering problems in the 2D Demand Setting, considering a generalization of Machine Covering called 2D Demand Strip Covering, where we seek to allocate all the items so as to maximize the minimum load along the horizontal line. As opposed to the direct 2D geometric generalization of Machine Covering, which cannot be approximated within any factor, we prove that there exists a $(2+\varepsilon)$ -approximation for 2D Demand Covering, and also provide an almost matching lower bound. The result is achieved through computing *sheathing-based allocations*, which might be useful in other contexts.

References

- [1] CHRISTENSEN, H., KHAN, A., POKUTTA, S., AND TETALI, P., *Approximation and online algorithms for multidimensional bin packing: A survey*, Computer Science Reviews **24**, (2017). 63–79.
- [2] TANG, S., HUANG, Q., LI, X., AND WU, D., *Smoothing the energy consumption: Peak demand reduction in smart grid*, Proceedings of INFOCOM (2013). 1133–1141.
- [3] DEPERT, M., JANSEN, K., KHAN, A., RAU, M., AND TUTAS, M. *Peak Demand Minimization via Sliced Strip Packing*, In Algorithmica **85** (2023), 3649 – 3679.
- [4] EBERLE, F., HOMMELSHEIM, F., RAU, M., AND WALZER, S., *A Tight $(3/2+\varepsilon)$ -Approximation Algorithm for Demand Strip Packing*, Proceedings of SODA (2025), 641–699.

*e-mail: wgalvez@inf.udec.cl



On the spectral radius of the maximum degree matrix of graphs

Eber Lenés*

Departamento de matemática

Universidad del Sinú

Cartagena, Colombia

Abstract

Let $G_{n,d}$ be the set of simple connected graphs with n vertices and diameter d . A graph in $G_{n,d}$ that attains the largest spectral radius of the maximum degree matrix is called a maximizing graph. In this paper, we characterize the spectrum of the maximum degree matrix for graphs of the form $B_{n-i+2,i,d-i}$, where $1 \leq i \leq \lfloor \frac{d}{2} \rfloor$. For $d \geq 2$, we prove that the maximizing graph in $G_{n,d}$ is $B_{n-d+2, \lfloor \frac{d}{2} \rfloor, \lceil \frac{d}{2} \rceil}$. Finally, if $d \geq 4$ is an even integer, then the spectral radius of the maximum degree matrix of $B_{n-d+2, \lfloor \frac{d}{2} \rfloor, \lceil \frac{d}{2} \rceil}$ can be computed as the largest eigenvalue of a symmetric tridiagonal matrix of order $\frac{d}{2} + 1$ [1].

Joint work with:

María Robbiano¹, Departamento de matemática, Universidad Católica del Norte, Antofagasta, Chile.

Jonnathan Rodríguez², Departamento de matemática, Universidad de Antofagasta, Antofagasta, Chile.

Luis Medina³, Departamento de matemática, Universidad de Antofagasta, Antofagasta, Chile.

References

- [1] LENES, E., MEDINA, L., ROBBIANO M., RODRÍGUEZ JONNATHAN. *On the Spectral Radius of the Maximum Degree Matrix of Graphs*. Mathematics. 2025, 13, 1-20.

*e-mail: eber.lenes@unisinu.edu.co

¹e-mail: mrobbiano@ucn.cl

²e-mail: jonnathan.rodriguez@uantof.cl

³e-mail: luis.medina@uantof.cl



Diverse Hamiltonian Cycles

Benjamín Mendieta Bustos*

Departamento de Ingeniería Civil Matemática
Universidad de Concepción
Concepción, Chile

Abstract

In this talk, we consider a variant of the classical Hamiltonian Cycle problem that incorporates *diversity* constraints. An instance of the problem consists of a complete graph equipped with an edge coloring, and our goal is to find a Hamiltonian cycle that maximizes the cycle's diversity, meaning that we seek a fair representation of the colors from the instance in our solution. For this purpose, we employ two diversity measures from the literature: *Richness*, that accounts for the number of distinct colors in the solution, and *Hill diversity*, that balances the frequency distribution of the colors in the solution.

We study the complexity landscape of both problems, proving that finding diverse Hamiltonian cycles is NP-hard even with very low Hill diversity requirements. For the case of Richness, we prove that the problem is equivalent to finding sufficiently large *Rainbow Linear forests* in the graph, and provide NP-hardness results and parameterized algorithms to find them. In particular, our results show that the problem is no harder than the classical Longest Path problem in terms of fixed-parameter tractability [1].

We also outline future research directions for special variants of the problem, such as when the graph is equipped with a proper edge coloring, when we seek for a properly colored Hamiltonian cycle, or when edges have weights and we aim to minimize or maximize the total weight subject to diversity constraints. These versions show interesting connections with well-established results in the literature such as Andersen's conjecture [2], the characterization by Bánkfalvi and Bánkfalvi for the existence of alternating Hamiltonian cycles in 2-edge colored graphs [3], and reconfiguration of Hamiltonian cycles [4].

Joint work with:

Waldo Gálvez Verdugo¹, Departamento de Ingeniería Informática y Ciencias de la Computación, Universidad de Concepción, Concepción, Chile.

References

- [1] ALON, N., YUSTER, R., AND ZWICK, U., *Color-Coding*, Journal of the ACM **42**, (1995). 844-856.
- [2] ANDERSEN, L., *Hamilton circuits with many colours in properly edge-coloured complete graphs*, *Mathematica scandinavica* (1989). 5-14.
- [3] BÁNKFALVI, M., AND BÁNKFALVI, ZS. *Alternating hamiltonian circuit in two-coloured complete graphs*, *Proceedings of Colloq. Tihany* (1968), 11-18.

*Partially supported by XXX, e-mail: bmendieta2022@udec.cl

¹e-mail: wgalvez@inf.udec.cl

- [4] GROBLER, M., MAAZ, S., MEGOW, N., MOUAWAD, A., RAMAMOORTHY, V., SCHMAND, D., AND SIEBERTZ, S. *Solution Discovery via Reconfiguration for Problems in P*, In Proceedings of ICALP (2024), 76:1 – 76:20.



Problemas de partición en torneos y digrafos cóncavo-circulares

Pablo Opazo Salazar*

Departamento de Ingeniería Matemática

Universidad de Concepción

Concepción, Chile

Resumen

En este trabajo abordamos problemas de coloreo y partición de vértices en digrafos, con un enfoque particular en digrafos cóncavo-circulares y torneos.

- El objetivo del *coloreo mayoritario* es asignar la menor cantidad posible de colores a los vértices de un grafo, de manera que cada vértice tenga al menos la mitad de sus vecinos con un color distinto al suyo.
- Por otra parte, nos interesa estudiar otro tipo de coloreo en el cual cada vértice tiene al menos un vecino con su mismo color. En este caso, el propósito es utilizar la mayor cantidad de colores posible. Cuando se logra un coloreo de este tipo con k colores, se obtienen k ciclos vértice-disjuntos.

Estudiamos dos conjeturas: la Conjetura de Bermond-Thomassen[1], que sugiere una partición específica de los vértices basada en grados de salida, y la Conjetura del Coloreo Mayoritario[2], la cual dice que para todo digrafo existe un 3-coloreo mayoritario.

Trabajo realizado en conjunto con:

Constanza Gacitúa Fuentes¹, Departamento de Ingeniería Matemática, Universidad de Chile, Santiago, Chile.

Nikolas Jara Cádiz², Departamento de Ingeniería Informática y Ciencias de la Computación, Universidad de Concepción, Concepción, Chile.

Nicolás Sanhueza-Matamala³, Departamento de Ingeniería Matemática, Universidad de Concepción, Concepción, Chile.

Christopher Thraves Caro⁴, Departamento de Ingeniería Matemática, Universidad de Concepción, Concepción, Chile.

Referencias

- [1] BERMOND, J.-C. AND THOMASSEN, C., *Cycles in digraphs—a survey*, *J. Graph Theory*, vol. 5, no. 1, pp. 1–43, 1981.
- [2] KREUTZER, S., OUM, S.-I., SEYMOUR, P., VAN DER ZYPEN, D. AND WOOD, D. R., *Majority colourings of digraphs*, *Electron. J. Combin.*, vol. 24, no. 2, Paper No. 2.25, 9 pp., 2017.

*e-mail: pablopazo2021@udec.cl

¹e-mail: cgacitua@dim.uchile.cl

²e-mail: njara2019@udec.cl

³e-mail: nsanhuezam@udec.cl

⁴e-mail: cthraves@udec.cl



Toolbox de binSMART: estudio de velocidad de su dinámica

Reynaldo Andrés Rivas Oliva*
Departamento de Sistemas de Información
Universidad del Bío-Bío
Concepción, Chile

Abstract

La máquina de Turing *SMART* (Small Minimal Aperiodic Reversible Turing machine) es un sistema dinámico topológico notable por su simplicidad estructural —cuatro estados y tres símbolos— y la riqueza de sus propiedades dinámicas: aperiodicidad, minimalidad, transitividad, reversibilidad y simetría temporal. En trabajos previos se demostró que *SMART* es topológicamente *weak mixing* en su modelo TMT [2], y se introdujo *binSMART*, una versión binaria que preserva la aperiodicidad, la minimalidad topológica y la transitividad, aunque pierde la simetría temporal [1].

En este trabajo se presenta una *Toolbox* analítica y computacional para *binSMART*, consistente en funciones de conteo de pasos que formalizan las operaciones fundamentales de la máquina: el cruce de lagunas de ceros, el llenado de la cinta y el reemplazo de símbolos positivos. Estas funciones permiten cuantificar con precisión el tiempo que toma alcanzar configuraciones finitas específicas. Además, mediante simulaciones computacionales exhaustivas que exploran todas las 2^t configuraciones de cinta y los ocho estados posibles, se identifican las configuraciones más rápidas para que el cabezal alcance una posición objetivo t . Los resultados experimentales no solo revelan patrones consistentes —donde ciertas configuraciones iniciales, en particular aquellas con cinta vacía desde los estados $3G'$ y $1G'$, alcanzan sistemáticamente los tiempos mínimos— sino que además permiten estimar la velocidad de propagación de la dinámica de *binSMART*, proporcionando una caracterización cuantitativa del ritmo al cual la máquina recorre su cinta. Aunque la propiedad de *weak mixing* no se aborda directamente, la *Toolbox* desarrollada y la estimación de velocidad obtenida sientan las bases formales para su estudio futuro en *binSMART*.

Trabajo realizado en conjunto con:

Rodrigo Torres-Avilés¹, Departamento de Sistemas de Información, Universidad del Bío-Bío, Concepción, Chile.

References

- [1] CONCHA-VEGA, P., TORRES-AVILÉS, R., *A Binary Complete and Aperiodic Turing Machine*, Int. Journ. of Unconventional Computing **16**, (2020). 19–39.
- [2] TORRES-AVILÉS, R., *Topological mixing notions on Turing machine dynamical systems*, Information and Computation **285**, (2022). 104915.
- [3] HOOPER, P.K., *The undecidability of the Turing machine immortality problem*, J. Symbolic Logic **31**, (1966). 219–234.

*e-mail: reynaldo.rivas2001@alumnos.ubiobio.cl

¹e-mail: rtorres@ubiobio.cl

XXXVIII JORNADA DE MATEMÁTICA DE LA ZONA SUR

22–24 de abril de 2026 · Facultad de Ciencias · Universidad del Bío-Bío · Concepción, Chile

Codegree positivo y ciclos hamiltonianos

Camila Zárate-Guerén*
School of Mathematics
University of Birmingham

Resumen

Un problema en teoría extremal de grafos que ha sido estudiado por décadas es el de encontrar condiciones de grado mínimo que aseguren la existencia de ciclos hamiltonianos en hipergrafos k -uniformes. Entre los tipos de grados a considerar se encuentra el *codegree*. Esta condición, aún cuando nos da mucha información, puede ser muy fuerte, evitando que configuraciones comunes en grafos tengan codegree mayor a cero. Este obstáculo motiva el estudio del *codegree positivo*, el cual solo considera aquellos conjuntos de $k - 1$ vértices contenidos en alguna arista. En otras palabras, tener codegree positivo d significa que cualquier conjunto de $k - 1$ vértices está contenido en al menos d aristas o en exactamente cero.

En esta charla presentaré condiciones asintóticamente óptimas en el codegree positivo que aseguran la existencia de ℓ -ciclos hamiltonianos en grafos k -uniformes, para todo $k \geq 3$ y $1 \leq \ell \leq k - 1$.

Palabras clave: hipergrafos, ciclos hamiltonianos, codegree

Trabajo realizado junto a:

Coautor: Richard Mycroft
University of Birmingham.

* e-mail: ciz230@student.bham.ac.uk

ABSTRACTS: MODELIZACIÓN Y
APLICACIONES DE LA MATEMÁTICA



Cardy Entropy of Charged and Rotating Asymptotically AdS and Lifshitz Black Holes with a Generalized Chern-Simons term, a mathematical modelling

MOISÉS FELIPE BRAVO GAETE*

Departamento de Matemática, Física y Estadística
Universidad Católica del Maule
Talca, Chile

Abstract

In this talk, we will explore a three-dimensional gravity model that includes (non-linear) Maxwell and Chern-Simons-like terms, allowing for the existence of electrically charged rotating black hole solutions with a static electromagnetic potential. We verify that a Cardy-like formula, based not on central charges but on the mass of the uncharged and non-spinning soliton, obtained via a double Wick rotation of the neutral static black hole solution, accurately reproduces the Bekenstein-Hawking entropy. Furthermore, we show that a slight generalization of this model, incorporating a dilatonic field and extra gauge fields, admits charged and rotating black hole solutions with asymptotic Lifshitz behavior. The entropy of these solutions can likewise be derived using the Cardy-like formula, with the Lifshitz-type soliton serving as the ground state. Based on these results, we propose a generalized Cardy-like formula that successfully reproduces the semiclassical entropy in all the studied cases [1].

Joint work with:

Adolfo Cisterna¹, Institute of Theoretical Physics, Faculty of Mathematics and Physics, Charles University, Prague, Czech Republic.

Mokhtar Hassaine², Instituto de Matemática, Universidad de Talca, Talca, Chile.

David Kubizňák³, Institute of Theoretical Physics, Faculty of Mathematics and Physics, Charles University, Prague, Czech Republic.

References

- [1] M. Bravo-Gaete, A. Cisterna, M. Hassaine and D. Kubiznak, Phys. Lett. B **868** (2025), 139721 doi:10.1016/j.physletb.2025.139721 [arXiv:2506.04854 [hep-th]].

*e-mail: mbravo@ucm.cl

¹e-mail: adolfo.cisterna@mff.cuni.cz

²e-mail: mokhtar.hassaine@gmail.com

³e-mail: david.kubiznak@matfyz.cuni.cz



Modeling unobserved variables to characterize model discrepancy

Juan M. Cardenas

Institute of Mathematics

Pontificia Universidad Católica de Valparaíso

Valparaíso, Chile

Abstract

Consider a physical phenomenon described by two models: an experimental and a simulation model. The first model measures a Quantity of Interest (QoI) or the solution of the model, but it is expensive to obtain data from it. The second model approximates the ground truth model but is cheaper to compute. The experimental model depends on known and unknown variables, and the simulation depends on the known variables. Modeling the discrepancy between these two models using the same input parameters is the main goal in this scenario. Recent works have used Bayesian modeling and invertible neural networks to model the influence of unknown parameters but have struggled to learn a map from the simulation to the experimental model. In this presentation, we develop a general framework that models the discrepancy between these two models by adding unknown variables drawn from a known prior distribution to construct a probabilistic map between experiments and simulation. There are several challenges: First, the number and the distribution of unobserved variables is unknown. Second, obtaining samples from the first model is expensive. Finally, the measurements of the experimental data are sensitive to its input. Since we know a reduced number of unobserved variables for a given set of known variables, we can have a family of measurements. Hence, we learn a non-linear probabilistic map from the simulation map and random variables to the experimental model. We construct this map by learning a neural network using known and hidden parameters. The learning strategy considers multiple sets of data drawn by simulation and random variables minimizing the MSE-loss function and the Maximum Mean Discrepancy (MMD) between the distribution on the experimental and simulation model. Our contributions are threefold: First, we develop a method to find the number of hidden variables between the models. Second, we construct a learning kernel method to find the best kernel for learning via MMD. Third, This map models the uncertainty presented by the hidden variables given the simulation model that approximates the experimental model. We present several numerical results that show the method performs better than similar methods to measure discrepancy between models.

Joint work with:

Tony Zahtila Mechanical Engineering Department, Stanford University, Stanford, US.

Gianluca Iaccarino Mechanical Engineering Department, Stanford University, Stanford, US.

Alireza Doostan Ann and H. J. Smead Department of Aerospace Engineering Sciences, University of Colorado, Boulder, Boulder, US.

References

- [1] LYNTON, ARDIZZONE, AND JAKOB, KRUSE, AND SEBASTIAN, WIRKERT AND DANIEL, RAHNER AND ERIC W., PELLEGRINI AND RALF, KLESSEN AND LENA, MAIER-HEIN AND CARSTEN, ROTHER AND ULRICH, KÖTHE, *Analyzing inverse problems with invertible neural networks*, International Conference on Learning Representations, (2019). 1-20.



Statistical Learning Techniques Applied to Detection and Classification in Digitized Core Needle Biopsies of Prostate Cancer

Miguel Carrasco*

Facultad de Ingeniería y Ciencias Aplicadas

Universidad de los Andes

Santiago, Chile

Abstract

In this talk, we will present several approaches to addressing a medical image classification problem related to prostate cancer. We will outline the main challenges involved in developing a decision-support tool, from the initial conception of the method to the construction of a prototype.

In particular: We will provide background information on the disease. We will explain why an automatic cancer detection tool can be useful in this context. We will review the computational models in the literature used for this purpose, mainly deep learning models based on convolutional neural networks. We will present an ongoing case study focused on implementing models for cancer detection and aggressiveness classification. We will also discuss the future objectives we aim to achieve.

*Partially supported by FONDECYT 1251860 and Project FONDEF ID23I10198, e-mail: macarrasco@miuandes.cl



Recent results for carrier-borne epidemic spread control

Anibal Coronel*

Dpto. de Ciencias Básicas-Centro de Ciencias Exactas,

Fac. de Ciencias, U. del Bío-Bío,

Campus Fdo-May, Chillán 3780000, Chile.

Abstract

In this paper, we simultaneously study reaction identification and the optimal control problem for a reaction-diffusion system modeling carrier-borne epidemics with a general transmission function and vaccination. The state equations are given by a susceptible-infected-recovered reaction-diffusion system with zero-flux boundary conditions and initial conditions. The reaction is modeled by three terms: a general transmission function modeling the force of the infection or the effective contact between susceptible and infected individuals, a linear function for transition between susceptible and infected individuals, and a function for control of vaccination of susceptible individuals. The cost function consists of two parts: two terms related to parameter identification, comprising a regularized least squares cost function, and five terms related to the control of the population through vaccination. The optimal control problem is analyzed by applying the Dubovitskii and Milyutin formalism. In the main results, we deduce the well-posedness of the state equation, the existence of the optimal control problem, the existence of solutions of the adjoint state, and a first-order optimality condition. We develop a numerical approximation for the optimal control problem by employing an IMEX method to approximate the state equations. In this approach, the coefficients of the reaction terms and the control functions depend on a finite set of parameters. We provide two numerical examples to demonstrate the agreement of our numerical solution with the measurement observations.

Joint work with:

Fernando Huancas¹, Departamento de Matemática, Facultad de Ciencias Naturales, Matemáticas y del Medio Ambiente, Universidad Tecnológica Metropolitana, Las Palmeras No. 3360, Ñuñoa-Santiago 7750000, Chile,

Camila Isoton², FACET, Universidade Federal da Grande Dourados, Brasil.

Alex Tello³, Departamento de Matemática, Facultad de Ciencias Básicas, Universidad de Antofagasta, Antofagasta1270300, Chile.

References

- [1] A. CORONEL, F. HUANCAS, C. ISOTON, A. TELLO. *Optimal control problem and reaction identification term for carrier-borne epidemic spread with a general infection force and diffusion*. Electronic Research Archive, **33**(7) (2025), 4435–4467.

*Partially supported by Universidad del Bío-Bío through the Regular Research Project RE2547710, e-mail: acoronel@ubiobio.cl

¹Partially supported by Competition for Research Regular Projects, year 2023, code LPR23-03, Universidad Tecnológica Metropolitana, e-mail: huancas@utem.cl

²e-mail: camilaisoton@ufgd.edu.br

³Partially supported by DGI-UA and MINEDUC-UA project, code ANT2355, e-mail: alex.tello@uantof.cl

- [2] J. JAHN, *Introduction to the Theory of Nonlinear Optimization*, Springer Nature, Cham, Switzerland, 2020.
- [3] B. LEE, L. MARKUS, *Foundations of Optimal Control Theory*, John Wiley and Sons, Inc., New York, 1967.
- [4] H. BEHNCKE, *Optimal control of deterministic epidemics*, Optim. Control Appl. Methods, **21** (2000), 269–285.
- [5] A. CORONEL, F. HUANCAS, M. SEPÚLVEDA, *Identification of space distributed coefficients in an indirectly transmitted diseases model*, Inverse Probl., **35** (2019), 115001.
- [6] I. GAYTE, F. GUILLÉN-GONZÁLEZ, M. ROJAS-MEDAR, *Dubovitskii-Milyutin formalism applied to optimal control problems with constraints given by the heat equation with final data*, IMA J. Math. Control. Inf., **27** (2010), 57–76.
- [7] N. C. APREUTESEI, *Necessary optimality conditions for a lotka-volterra three species system*, Math. Modell. Nat. Phenom., **1** (2006), 120–132.

XXXVIII JORNADA DE MATEMÁTICA DE LA ZONA SUR

22–24 de abril de 2026 · Facultad de Ciencias · Universidad del Bío-Bío · Concepción, Chile

Modelamiento de la dinámica actitudinal en órbitas circulares. Aplicaciones a satélites y asteroides:

Francisco Crespo Cutillas *
Aerospace Engineering Department
Embry-Riddle Aeronautical University

Resumen

En este trabajo se presenta un modelo matemático para describir la dinámica rotacional de un cuerpo rígido en órbita circular alrededor de un cuerpo central, con aplicaciones tanto a satélites artificiales como a asteroides. El punto de partida es una formulación Hamiltoniana del problema roto–orbital, en la que el acoplamiento entre la dinámica orbital y rotacional se modela mediante la aproximación de MacCullagh, capturando los efectos del torque gravitacional de gradiente.

El modelo permite identificar claramente el papel de los parámetros físicos que distinguen distintos regímenes dinámicos. En particular, las propiedades de inercia del cuerpo, el radio orbital y la velocidad angular determinan la intensidad del acoplamiento roto–orbital y, por ende, las características cualitativas del movimiento. Esta dependencia paramétrica permite diferenciar de manera natural entre configuraciones típicas de satélites y de pequeños cuerpos del sistema solar.

Con el objetivo de obtener un sistema analíticamente tratable, se aplican técnicas de perturbación basadas en normalización de Lie–Deprit para eliminar términos de corto período y derivar un modelo secular reducido. Este sistema simplificado conserva la estructura geométrica esencial del problema y reduce la dinámica a un sistema integrable de baja dimensión, lo que permite un análisis eficiente tanto cualitativo como cuantitativo.

* e-mail: crespocf@erau.edu

Desde una perspectiva geométrica, la dinámica puede describirse mediante variables asociadas a proyecciones del momento angular, lo que restringe la evolución del sistema a una región acotada del espacio de fases. Esta representación proporciona una interpretación clara de los regímenes de nutación, precesión y rotación, así como de las transiciones entre comportamientos de libración y circulación.

Finalmente, se presentan resultados numéricos que muestran que, a pesar de las simplificaciones introducidas, el modelo intermedio reproduce con alta fidelidad la dinámica del sistema completo. En particular, se observa que las discrepancias permanecen acotadas y presentan una estructura bien organizada en el espacio de parámetros, lo que respalda el uso de estos modelos reducidos como herramientas eficientes para el análisis de sistemas roto-orbitales.



Effects of exogenous variations on the selling price of a exploited resource in an open-access fishery

Alejandro Rojas-Palma*

Departamento de Matemática, Física y Estadística
Facultad de Ciencias Básicas
Universidad Católica del Maule
Talca, Chile

Abstract

Open-access bioeconomic models have long been used as examples to study the interaction between population dynamics and human exploitation. In their classical formulation, these models assume a constant market price for the harvested resource, leading to autonomous dynamical systems whose long-term behavior is governed by a stationary bioeconomic equilibrium. While analytically convenient, this assumption neglects the fact that real-world resource prices are often subject to external temporal fluctuations driven by seasonal demand, macroeconomic conditions, or institutional factors, which may significantly alter exploitation patterns.

In this work, we investigate the dynamical consequences of introducing exogenous, time-dependent price fluctuations into a classical open-access fishery model of Smith type. From a mathematical biology perspective, the resulting framework can be interpreted as a population system subject to external non-autonomous forcing, where economic variability acts as an environmental driver that modulates the intensity of harvesting pressure.

We show that when price fluctuations are bounded and damped in time, the system is asymptotically autonomous and inherits both local and global stability properties of the bioeconomic equilibrium of the associated autonomous model. This result provides a rigorous justification for the robustness of equilibrium exploitation regimes under transient external perturbations. In contrast, when price oscillations persist, the system no longer converges to a stationary state. Instead, we prove the existence of stable periodic solutions induced by the external forcing, and, under multi-frequency incommensurate oscillations, the emergence of quasiperiodic dynamics supported on normally hyperbolic invariant tori.

Furthermore, we show that the mean price level acts as a bifurcation parameter, organizing qualitative transitions between null effort, stationary exploitation, and oscillatory regimes. Our results highlight that complex population dynamics, often attributed to intrinsic biological mechanisms, may arise solely from external economic forcing, with important implications for the interpretation of observed cycles in exploited biological populations.

Joint work with:

Eduardo González-Olivares¹, Pontificia Universidad Católica de Valparaíso, Chile.

Jaime Mena-Lorca², Pontificia Universidad Católica de Valparaíso, Chile.

*e-mail: amrojas@ucm.cl

¹e-mail: eduardo.gonzalez@pucv.cl

²e-mail: jaime.mena@pucv.cl

References

- [1] V. L. SMITH, *On models of commercial fishing*, Journal of Political Economy, **77(2)**, (1969), 181-198.
- [2] C. W. CLARK, *Mathematical Bioeconomics: The Mathematics of Conservation*, Wiley, 2nd edition, (1990).
- [3] PIERRE AUGER, RACHID MCHICH, NADIA RAÏSSI, AND BOB W. KOOI, *Effects of market price on the dynamics of a spatial fishery model: Over-exploited fishery/traditional fishery*, Ecological Complexity, **7(1)**, (2010), 13-20.
- [4] H.K. KHALIL, *Nonlinear Systems*, Always learning. Pearson Education Limited, (2013).
- [5] ALEJANDRO ROJAS-PALMA AND EDUARDO GONZÁLEZ-OLIVARES, *Optimal harvesting in a predator-prey model with allee effect and sigmoid functional response*, Applied Mathematical Modelling, **36(5)**, (2012), 1864-1874.
- [6] ALEJANDRO ROJAS-PALMA AND EDUARDO GONZÁLEZ-OLIVARES, *Open access fisheries model considering depensatory growth functions in the exploited resource*, In International Conference on Mathematics and its Applications in Science and Engineering, Springer, (2024), 171-181.

ABSTRACTS: OPTIMIZACIÓN

XXXVIII JORNADA DE MATEMÁTICA DE LA ZONA SUR

22–24 de abril de 2026 · Facultad de Ciencias · Universidad del Bío-Bío · Concepción, Chile

Variable stepsize splitting methods as relocated fixed-point iterations

Felipe Atenas*Center for Mathematical Modeling
Universidad de Chile
Santiago, Chile**Resumen**

Splitting methods exploit model structures to decompose complex optimisation problems into simpler pieces, easier to handle. A prominent instance in this family is the Douglas-Rachford algorithm, which stands out due to its simplicity and numerical stability. Traditional convergence guarantees assume constant stepsizes, while the theory with variable stepsizes is scarce, limiting the improvement of numerical performance. Including the latter, several optimisation algorithms can be recast as fixed-point iterations using constant parameters, and thus share the same practical limitation. The fundamental challenge in varying the stepsize parameter stems from the stepsize-dependence of the fixed-point set of the iteration operator, thus preventing the use of classical arguments to guarantee convergence. To address this issue, we propose a novel convergence framework of parametrised fixed-point iterations called *relocated fixed-point iterations*. As a byproduct, we obtain a variant of the Douglas-Rachford algorithm that allows updating the stepsize between iterations by composing the original Douglas-Rachford iteration with a *fixed-point relocater* operator. For finding a zero of the sum of two maximally monotone operators in a Hilbert space, we show that the resulting relocated Douglas-Rachford method converges weakly to a solution under mild assumptions on the asymptotic behaviour of the sequence of stepsizes. We also examine the improvement in the numerical performance when using the relocated fixed-point variant, and extensions to distributed settings and to methods of forward-backward type.

*Partially supported by the Australian Research Council grant DP230101749, e-mail: fatenas@cmm.uchile.cl

Joint work with:

Heinz H. Bauschke¹, Mathematics, University of British Columbia, Kelowna, Canada.

Minh N. Dao², School of Science, RMIT University, Melbourne, Australia.

Matthew K. Tam³, School of Mathematics & Statistics, The University of Melbourne, Melbourne, Australia.

Referencias

- [1] F. ATENAS, H. H. BAUSCHKE, M. N. DAO, M. K. TAM, *Relocated fixed-point iterations with applications to variable stepsize resolvent splitting*. Accepted in SIAM Journal on Optimization, 2026 (arXiv preprint arXiv:2507.07428).
- [2] F. ATENAS, F. A. SIMI, M. K. TAM, *Linear convergence of relocated fixed-point iterations*. arXiv preprint arXiv:2512.12954, 2025.
- [3] F. ATENAS, M. N. DAO, M. K. TAM, *Variable stepsize distributed forward-backward splitting methods as relocated fixed-point iterations*. arXiv preprint arXiv:2601.15531, 2026.

¹E-mail: heinz.bauschke@ubc.ca

²E-mail: minh.dao@rmit.edu.au

³E-mail: matthew.tam@unimelb.edu.au

XXXVIII JORNADA DE MATEMÁTICA DE LA ZONA SUR

22–24 de abril de 2026 · Facultad de Ciencias · Universidad del Bío-Bío · Concepción, Chile

Lipschitz Gradient Guarantees for Probability Functions and a New Algorithm for Probability Maximization

Carolina Chiu *

Departamento de Ingeniería Matemática
Universidad de Chile

Resumen

This talk focuses on probability functions that appear in stochastic programming models. Although their differentiability has been widely investigated, the Lipschitz continuity of their gradients, crucial for the design and analysis of modern optimization algorithms, has received little attention. We develop a general framework that ensures differentiability and gradient Lipschitz continuity under practical conditions. Our framework unifies and extends existing results and applies to a broad class of continuous distributions. Building on this theory, we propose a specialized method for a class of probability maximization problems. Our approach handles general distributions and enjoys convergence guarantees. Numerical experiments against state-of-the-art methods demonstrate clear gains in accuracy, efficiency, and scalability.

Palabras clave: probability function, probability maximization problems, $C^{1,1}$ regularity

Trabajo realizado junto a:
Wim van Ackooij
OSIRIS EDF Lab Paris-Saclay

* e-mail: cchiu@dim.uchile.cl

Wellington de Oliveira

MINES Paris-PSL, CMA – Centre de Mathématiques Appliquées

Pedro Pérez-Aros

Centro de Modelamiento Matemático, Universidad de Chile

XXXVIII JORNADA DE MATEMÁTICA DE LA ZONA SUR

22–24 de abril de 2026 · Facultad de Ciencias · Universidad del Bío-Bío · Concepción, Chile

Cuándo el subdiferencial clásico de una función no-convexa no es vacío

Fabián Flores-Bazán*

Departamento de Ingeniería Matemática
Universidad de Concepción
Concepción, Chile; SENTINET, Santiago, Chile

Resumen

Se introduce una variante de la condición “propia” introducida por Mas-Colell en el contexto de economía matemática, la cual está relacionada con la noción de cuasi interior relativo, en la misma línea que el cuasi interior lo está con la idea original de Mas-Colell. Nuestra variante permite caracterizar cuando el subdiferencial clásico (de Fenchel) de una función, posiblemente no-convexa, en puntos que pertenecen al cuasi interior relativo de la cápsula convexa de su dominio efectivo, no es vacío. Bajo condiciones ligadas a cuasiconvexidad, se establece la no-vacuidad del tal subdiferencial. Finalmente, como una aplicación, se muestra cuándo se tiene “dualidad fuerte” para una clase de problemas de optimización no-convexa en dimensión infinita.

Palabras clave: Subdiferencial de Fenchel, cuasiconvexidad, dualidad fuerte, cuasi interior relativo, propiedad de Mas-Colell.

*Parcialmente financiado por ANID-Chile a través de los Grants: FONDECYT 1252131, BASAL FB210005 y CIN250062, SENTINET, e-mail: fflores@ing-mat.udec.cl; faflores@udec.cl

XXXVIII JORNADA DE MATEMÁTICA DE LA ZONA SUR

22–24 de abril de 2026 · Facultad de Ciencias · Universidad del Bío-Bío · Concepción, Chile

Comportamiento Asintótico de Inclusiones Diferenciales Estocásticas Monótonas

Juan Guillermo Garrido*

Departamento de Ingeniería Matemática
Universidad de Chile

Resumen

En esta charla se presentarán algunos resultados sobre el comportamiento asintótico de inclusiones diferenciales estocásticas gobernadas por operadores maximalmente monótonos. En primer lugar, abordamos la buena formulación del problema y mostramos que la existencia y unicidad pueden establecerse sin el requisito habitual de que el dominio del operador tenga interior no vacío, adoptando una noción de solución apropiada. A continuación, analizamos las propiedades asintóticas de la dinámica estocástica resultante, extendiendo las garantías de convergencia más allá de los marcos previamente estudiados, vale decir, gradientes de funciones convexas diferenciables, subdiferenciales definidos en todo el dominio u operadores monótonos Lipschitzianos. Además, consideramos una regularización de tipo Tikhonov de la inclusión estocástica y demostramos los correspondientes resultados de buena formulación y convergencia asintótica.

Palabras clave: Stochastic differential inclusion, Maximal monotone operator, Asymptotic analysis, Convergence rates, Tikhonov regularization

Trabajo realizado junto a:

- Pedro Pérez-Aros, Departamento de Ingeniería Matemática, Universidad de Chile
- Mathias Staudigl, Institute of Mathematics, Universität Mannheim

* e-mail: jgarrido@dim.uchile.cl

XXXVIII JORNADA DE MATEMÁTICA DE LA ZONA SUR

22–24 de abril de 2026 · Facultad de Ciencias · Universidad del Bío-Bío · Concepción, Chile

Superposition Principle for Sweeping Processes

Aldo Gutiérrez Concha *

Departamento de Ingeniería Matemática
Universidad de Chile

Resumen

In this talk we prove a Superposition Principle for Sweeping Processes. The classic Superposition Principle [1][Theorem 8.2.1] establishes a bridge between Eulerian and Lagrangian descriptions of optimal control problems. In this work, we extend the Superposition Principle for Differential Inclusions [2]. We prove an analogous result for a class of perturbed sweeping processes. On one hand, we show that every superposition measure, concentrated on admissible trajectories of a sweeping process, generate a solution of the corresponding continuity equation. On the other hand, we prove that every Eulerian solution with admissible velocity field admits a probabilistic representation concentrated on absolutely continuous trajectories satisfying the sweeping dynamics.

Palabras clave: superposition principle, sweeping process, continuity equation, optimal transport.

Trabajo realizado junto a:

Emilio Vilches, Universidad de O’ Higgins.

Francisco Silva, XLIM, Université de Limoges.

*e-mail: agutierrez@dim.uchile.cl

Referencias

- [1] Ambrosio, L., Gigli, N. & Savaré, G. Gradient flows in metric spaces and in the space of probability measures. (Birkhäuser Verlag, Basel,2008)
- [2] Cavagnari, G., Marigonda, A. & Piccoli, B. Superposition principle for differential inclusions. *Large-scale Scientific Computing*. **10665** pp. 201-209 (2018)

XXXVIII JORNADA DE MATEMÁTICA DE LA ZONA SUR

22–24 de abril de 2026 · Facultad de Ciencias · Universidad del Bío-Bío · Concepción, Chile

Teoría de contratos con múltiples jugadores y algoritmos

Nicolás Hernández-Santibáñez*

Departamento de Matemática
Universidad Técnica Federico Santa María

Resumen

Una interacción Principal–Agente surge cuando una entidad (el principal, ella) contrata a otra (el agente, él) para realizar algún trabajo o acción en su nombre. En presencia de riesgo moral, dicha acción no puede ser observada y ambas partes juegan un juego de Stackelberg con información asimétrica. Matemáticamente, el problema del Principal se formula como un problema de optimización bi-nivel.

En esta charla, estudiamos problemas estáticos de Principal–Agente con múltiples agentes y múltiples principales por separado. Definimos los problemas de interés, proporcionamos algunas caracterizaciones teóricas de los equilibrios y, basándonos en el trabajo de Renner y Schmedders [1], presentamos algoritmos para encontrarlos en el caso de funciones racionales. La charla se basa en trabajos conjuntos con Luis Briceño, María José Núñez y Vicente Moreno, de la Universidad Técnica Federico Santa María.

Palabras clave: Teoría de contratos, Optimización bi-nivel, algoritmos numéricos.

Coautores: Luis Briceño, Vicente Moreno y María José Núñez

* e-mail: nicolas.hernandezs@usm.cl

Referencias

- [1] P. RENNER, AND KARL SCHMEDDERS, A polynomial optimization approach to principal–agent problems, *Econometrica*, **83**, 729 – 769, (2015).

XXXVIII JORNADA DE MATEMÁTICA DE LA ZONA SUR

22–24 de abril de 2026 · Facultad de Ciencias · Universidad del Bío-Bío · Concepción, Chile

On Nonsmooth Quasar-Convex Functions and the Proximal Point Algorithm

Felipe Lara*

Instituto de Alta Investigación (IAI)
Universidad de Tarapacá, Arica, Chile.

Resumen

We study the class of (strongly) quasar-convex functions in the nonsmooth setting. We provide the standard properties and calculus rules, as well as characterizations in both the nonsmooth and smooth cases. Furthermore, we develop the usual properties of the proximity operator for this class of functions. In particular, we show that the set of fixed points of the proximity operator coincides with the set of minimizers of the quasar-convex function. Moreover, we implement the proximal point algorithm and prove that the generated sequence converges: linearly when the function is strongly quasar-convex with modulus $\gamma > 0$, and sublinearly when the function is quasar-convex ($\gamma = 0$). Finally, we present illustrative examples.

Palabras clave: Nonconvex optimization; Generalized convexity; proximal point algorithms; linear convergence; quasar-convexity

Trabajo realizado junto a:

Coautor/a(s): José Marcio Machado de Brito (Instituto Federal do Piauí, São Raimundo Nonato, Piauí, Brazil) and Di Liu (Instituto Nacional de Matemática Pura e Aplicada (IMPA), Rio de Janeiro, Brazil).

* e-mail: felipelaraobreque@gmail.com; flarao@academicos.uta.cl

Referencias

- [1] DE BRITO, J., LARA, F., LIU, D., (2025). *Extending linear convergence of the proximal point algorithm: the quasar-convex case*, arXiv: 2509.04375.

XXXVIII JORNADA DE MATEMÁTICA DE LA ZONA SUR

22–24 de abril de 2026 · Facultad de Ciencias · Universidad del Bío-Bío · Concepción, Chile

Nonconvex ℓ_p -SOCP for Sparse and Robust Classification

Julio López *

Instituto de Ciencias Básicas
Facultad de Ingeniería y Ciencias
Universidad Diego Portales

Resumen

We propose a novel second-order cone programming (SOCP) problem based classification model that combines the nonconvex ℓ_p quasi-norm ($0 < p < 1$) with second-order moment constraints, leading to classifiers that are both sparse and robust. A key theoretical contribution is the derivation of explicit positive lower bounds on the magnitude of each nonzero component of any local minimizer, providing the first analytical sparsity guarantee for ℓ_p -SOCP models. We also develop an iteratively reweighted ℓ_1 algorithm tailored to this framework and establish its convergence properties, including monotonic descent and convergence to first-order stationary points. Numerical experiments on benchmark datasets illustrate the effectiveness of the proposed approach.

Palabras clave: Second-order cone programming, Feature selection, Reweighted ℓ_1 -Algorithm, Convergence Analysis

Trabajo realizado junto a:

Coautor/a(s): Miguel Carrasco

* e-mail: julio.lopez@udp.cl

Facultad de Ingeniería y Ciencias Aplicadas, Universidad de los Andes.
Benjamin Ivorra & Angel M. Ramos
Universidad Complutense de Madrid
Matthieu Marechal
Facultad de Ingeniería y Ciencias, Universidad Diego Portales

Referencias

- [1] CARRASCO, M., IVORRA, B., LÓPEZ, J., AND RAMOS, M.A. (2025), *Robust SVM Classification with ℓ_0 -Norm Feature Selection*, to appear in Journal of Convex Analysis, vol. 33, no. 3, pp. xx.
- [2] FUNG, G. AND MANGASARIAN, O. L., *A feature selection Newton method for support vector machine classification* (2004) , Comp. Optim. Applic., 28(2):185-202.
- [3] LI, L., *Selected Applications of Convex Optimization* (2015), Springer Berlin, Heidelberg.
- [4] LÓPEZ, J., MALDONADO, S. AND CARRASCO, M. (2018), *Double regularization methods for robust feature selection and svm classification via dc programming*, Info. Sci., 429:377-389.
- [5] MALDONADO, S. AND LÓPEZ, J. (2014) *Alternative second-order cone programming formulations for support vector classification*. Information Sciences 268: 328-341.

XXXVIII JORNADA DE MATEMÁTICA DE LA ZONA SUR

22–24 de abril de 2026 · Facultad de Ciencias · Universidad del Bío-Bío · Concepción, Chile

Convergence notions for vector functions: theory and applications

Rubén López*

Departamento de Matemática
Universidad de Tarapacá
Arica, Chile

Resumen

In this talk, we develop a unified convergence theory for vector functions. To this end, we adopt a suitable, generalized, extended structure of the image space selecting appropriate notions of continuity, convexity, lsc regularization, and asymptotic functions for vector functions. We revisit variational convergence notions and split epi- and coepi-convergence into their lower and upper parts in order to carry out our approach. We then establish the properties of these notions, characterizing them geometrically and metrically. Total epi- and coepi-convergence are defined to determine the asymptotic properties of sequences of vector functions. We apply our results to derive stability results for multiobjective optimization problems. Our results organize, extend, and complement those in the existing literature. Finally, we compare the convergence notions with other existing ones.

Palabras clave: coepi-convergence, epi-convergence, gamma-convergence, multiobjective optimization, stability results, total convergence.

Trabajo realizado junto a:

Coautor: César Gutiérrez

*Partially supported by Fondecyt 1260800, e-mail: rlopezm@academicos.uta.cl

e-mail: cesargv@uva.es, Universidad de Valladolid, Valladolid, Spain.

Referencias

- [1] DOVZHENKO A.V. , KOGUT P.I. & MANZO R., *On the concept of Γ -convergence for locally compact vector-valued mappings*, Far East J. Appl. Math. **60**, (2011). 1-39.
- [2] FLORES-BAZÁN F., LÓPEZ R. & VERA C., *Asymptotic functions of vector functions and their application to multiobjective optimization problems*, SIAM J. Optim. **34**, (2024). 1826-1851.
- [3] GUTIÉRREZ C. & LÓPEZ R., *Convergence notions for vector functions: A unified theory and its application to multiobjective optimization*, submitted for publication, (2026).
- [4] HUANG X.X., *Stability in vector-valued and set-valued optimization*, Math. Meth. Oper. Res. **52**, (2000). 185-193.
- [5] LEMAIRE B., *Approximation in multiobjective optimization*, J. Global Optim. **2**, (1992). 117-132.
- [6] LÓPEZ R. & VERA C., *On the set of weakly efficient minimizers for convex multiobjective programming*, Oper. Res. Lett. **36**, (2008). 651-655.
- [7] LÓPEZ R., *Variational convergence for vector valued-functions and its applications to convex multiobjective programming*, Math. Meth. Oper. Res. **78**, (2013). 1-34.
- [8] MANZO R., *On Γ -convergence of vector-valued mappings*, Positivity **18**, (2014). 709-731.
- [9] OPPEZZI P. & ROSSI A.M., *A convergence for vector valued functions*, Optimization **57**, (2008). 435-448.
- [10] ROCKAFELLAR R.T. & WETS R.J., *Variational Analysis*, Springer, New York, (2009).

XXXVIII JORNADA DE MATEMÁTICA DE LA ZONA SUR

22–24 de abril de 2026 · Facultad de Ciencias · Universidad del Bío-Bío · Concepción, Chile

Filippov's Theorem for Volterra Sweeping processes

Diana Narváez *

Instituto de Ciencias de la Ingeniería
Universidad de O'Higgins
Rancagua, Chile

Resumen

In this talk, we focus on stability theorems of Filippov's kind addressed by Donchev and Farkhi [2] in the convex and nonconvex case, in which the authors replace the Lipschitz condition on the right-hand side of differential inclusions at the famous Filippov's theorem [1] with a weaker one-sided Lipschitz (OSL) condition. This theorem gives approximation and stability properties of the solutions and reachable sets of a differential inclusion with compact right-hand side, with respect to perturbations on the right-hand side and on the initial condition of the inclusion. Based on a reduction result for Volterra sweeping processes, together with a existence results of solutions for the integro-differential sweeping process with outer multivalued perturbation and a selection result proved in [4], we have obtained a new extension of the Filippov theorem for Volterra Sweeping Processes under an outer multivalued perturbation satisfying the one-sided Lipschitz (OSL) condition [3].

Palabras clave: Volterra sweeping processes, Filippov's theorem, one-sided Lipschitz condition

Trabajo realizado junto a:

- Abderrahim Jourani, Institut de Mathématiques de Bourgogne (IMB).
- Emilio Vilches, Instituto de Ciencias de la Ingeniería, Universidad de O'Higgins.

*Partially supported by ANID-Chile FONDECYT Postdoctorado 2024 N° 3240146, e-mail: diana.narvaez@postdoc.uoh.cl

Referencias

- [1] A. FILIPPOV, *Classical solutions of differential equations with multi-valued right-hand side*, SIAM Journal on Control 5, No. 4, 609–621, 1967.
- [2] T. DONCHEV, E. FARKHI, *Stability and Euler Approximation of One-sided Lipschitz Differential Inclusions*, SIAM Journal on Control and Optimization, 1998.
- [3] A. JOURANI, D. NARVÁEZ, E. VILCHES, *Filippov's Theorem for Volterra Sweeping processes*, In preparation, 2025.
- [4] PÉREZ-AROS PEDRO, TORRES-VALDEBENITO MANUEL, VILCHES EMILIO, *Galerkin-like method for integro-differential inclusions with application to state-dependent sweeping processes*, J. Differential Equations, 2024.

XXXVIII JORNADA DE MATEMÁTICA DE LA ZONA SUR

22–24 de abril de 2026 · Facultad de Ciencias · Universidad del Bío-Bío · Concepción, Chile

Algoritmos de separación: Resolvente Deformada, Inercia, Monotonía, Aplicaciones en TC

Fernando Roldán*

Departamento de Ingeniería Matemática y CI²MA,
Universidad de Concepción
Concepción, Chile

Resumen

En esta charla se presentarán resultados clásicos y recientes sobre algoritmos de separación para resolver inclusiones monótonas y, como consecuencia, problemas de optimización. En particular, se discutirán algoritmos forward-backward no lineales, que consideran como paso implícito una resolvente deformada (*warped resolvent*). Además, se expondrán estrategias de aceleración de estos métodos, aplicaciones en tomografía computacional y nuevos desafíos, como la relajación de hipótesis de monotonía.

Palabras clave: splitting algorithms, warped resolvent, inertial Methods, monotonicity.

Referencias

- [1] Bui MN, Combettes PL (2020) Warped proximal iterations for monotone inclusions. *J. Math. Anal. Appl.* 491:124,315.
- [2] Combettes P.L. (2024), The geometry of monotone operator splitting methods. *Acta Numerica*, vol. 33, 487–632.

*Parcialmente financiado por ANID-Chile FONDECYT iniciación 11250164, e-mail: fernandoroldan@udec.cl

- [3] Giselsson P (2021) Nonlinear forward-backward splitting with projection correction. *SIAM J. Optim.* 31:2199–2226. <https://doi.org/10.1137/20M1345062>
- [4] Morin M, Banert S, Giselsson P (2023) Nonlinear Forward-Backward Splitting with Momentum Correction. *Set-Valued Var. Anal.* 31:37.
- [5] Roldán F, (2024) Forward primal-dual half-forward algorithm for splitting four operators. *J Optim Theory Appl* 204, 11 (2025). <https://doi.org/10.1007/s10957-024-02560-w>

XXXVIII JORNADA DE MATEMÁTICA DE LA ZONA SUR

22–24 de abril de 2026 · Facultad de Ciencias · Universidad del Bío-Bío · Concepción, Chile

Estimaciones del error para una discretización por elementos finitos de un problema multiobjetivo de control óptimo con restricciones en el estado

Miguel Sama *

Departamento Matemática Aplicada
Universidad Nacional de Educación a Distancia (Madrid, España)

Resumen

En esta charla estudiamos un problema de control elíptico multiobjetivo con restricciones de estado. En concreto, se desarrolla un marco abstracto para derivar estimaciones de error para una aproximación de dimensión finita de optimización multiobjetivo en espacios de Banach bajo restricciones lineales. Se demuestra la aplicación de este marco para obtener estimaciones de error numérico para una discretización completa por elementos finitos del problema, respaldada por ejemplos numéricos.

Palabras clave: Optimización multiobjetivo, problemas de control óptimo elípticos, restricciones en el estado, discretización por elementos finitos, estimaciones del error

Trabajo realizado junto a:

Coautor/a(s): Akhtar Khan

Rochester Institute of Technology, (Rochester, EEUU).

* e-mail: msama@ind.uned.es

Referencias

- [1] Khan, A. and Sama, M. (2026). Numerical error estimates for infinite dimensional linearly constrained convex multiobjective optimization problems with application to state-constrained control problems. *Mathematical Control and Related Fields*, 17, 346–374. doi: 10.3934/mcrf.2025041.

XXXVIII JORNADA DE MATEMÁTICA DE LA ZONA SUR

22–24 de abril de 2026 · Facultad de Ciencias · Universidad del Bío-Bío · Concepción, Chile

Block Descent type Methods for Quasar-Convex Minimization

Cristian Vega*Instituto de Alta investigación (IAI)
Universidad de Tarapacá**Resumen**

We propose a randomized block coordinate descent methods for solving a class of nonconvex minimization problems in which the decision variables are partitioned into multiple blocks. Under various block sampling strategies, we establish the almost sure convergence of the generated sequence of iterates. Specifically, for objectives that are quasar-convex or strongly quasar-convex and have Lipschitz continuous gradients, we derive non-asymptotic convergence rates: sublinear in the quasar-convex case, and linear under strong quasar-convexity. We also extend these results to constrained optimization settings. We also consider a Lipschitz condition restricted for each block that leads bigger step-sizes. Finally, we validate our theoretical findings through numerical experiments on both applied and synthetic problems, including training support vector machines on the breast cancer dataset and minimizing the so-called “hard function”, all of which confirm the convergence guarantees presented.

Palabras clave: Nonconvex optimization; Block descent methods; Randomized algorithms; (Strongly) Quasar-convexity; Linear convergence.

Trabajo realizado junto a: Felipe Lara, Instituto de Alta investigación (IAI), Universidad de Tarapacá y Amir Beck, School of Mathematical Sciences, Tel Aviv University.

* e-mail: cristianvegaceren06@gmail.com

XXXVIII JORNADA DE MATEMÁTICA DE LA ZONA SUR

22–24 de abril de 2026 · Facultad de Ciencias · Universidad del Bío-Bío · Concepción, Chile

A Generalized Distance Induced by p -Convexity**Cristian Vera Donoso***Facultad de Ciencias
Universidad Arturo Prat
Iquique, Chile**Resumen**

In this work we investigate geometric and analytical properties of p -convexity for sets in \mathbb{R}^n , with $0 < p < 1$. We introduce a generalized notion of distance associated with p -convex structures and analyze its fundamental properties, including lower semicontinuity, coercivity, existence and uniqueness of minimizers, and Lipschitz-type continuity with respect to the base point. This generalized distance recovers the classical Euclidean distance in the limiting case $p = 1$ and provides a natural extension to nonconvex configurations governed by a p -convex geometry. As an application, we consider an obstacle-avoiding version of the generalized p -distance, where admissible curves are constrained to remain outside a prescribed closed set.

Joint work with:

Stephanie Caro¹, Facultad de Ciencias, Universidad Arturo Prat, Iquique, Chile.**Referencias**

- [1] Alexander S.: The Riemannian obstacle problem. *Illinois J. Math.* **31**(2), 167-184 (1987)
- [2] Bayoumi A.: *Foundations of Complex Analysis in Non Locally Convex Spaces*. Elsevier, Amsterdam (2003)
- [3] Bayoumi A., Fathy Ahmed A.: p -convex functions in discrete sets. *Int. J. Eng. Appl. Sci.* **4**(10) (2017)
- [4] Bastero J., Bernués J., Peña A.: The theorems of Carathéodory and Gluskin for $0 < p < 1$. *Proc. Am. Math. Soc.* **123**(1), 141-144 (1995)
- [5] Bloch A., Camarinha M., Colombo L.: Variational obstacle avoidance on Riemannian manifolds. In: *Proc. Eur. Control Conf. (ECC)*, pp. 737-742 (2017)

* e-mail: cristver@nap.cl

¹e-mail: stcaro@unap.cl

- [6] Chen D., Hershberger J., Wang H.: Computing shortest paths amid convex obstacles. *SIAM J. Comput.* **42**(3), 1158-1184 (2013)
- [7] Eken Z., Kemali S., Tinaztepe G., Adilov G.: The Hermite-Hadamard inequalities for p -convex functions. *Hacettepe J. Math. Stat.* **50**(5), 1268-1279 (2021).
- [8] Goodman J.: Optimal trajectory planning with obstacle avoidance constraints. *J. Geom. Mech.* (2023)
- [9] Guedon O., Litvak A.E.: Euclidean projections of a p -convex body. In: *Geometric aspects of functional analysis*, pp. 95-108. Springer, Berlin, Heidelberg (2000)
- [10] Gholizadeh L., Karapnar E., Roohi M.: Some fixed point theorems in locally p -convex spaces. *Fixed Point Theory Appl.* **2013**, Article ID 312 (2013)
- [11] Hershberger J., Kumar N., Suri S.: Shortest paths in the plane with obstacle violations. *Algorithmica* **82**, 1813-1832 (2020)
- [12] Huang H., Zhu J.: Quasi-error bounds for p -convex set-valued mappings. *J. Optim. Theory Appl.* **198**, 805-829 (2023)
- [13] Sezer S., Eken Z., Tinaztepe G., Adilov G.: p -convex functions and some of their properties. *Numer. Funct. Anal. Optim.* **42**(4), 443-459 (2021)
- [14] Vera C.: Some properties of sets, functions, and multi-objective optimization problems using p -convexity. Unpublished manuscript (2024)
- [15] Wang H.: Shortest paths among obstacles in the plane revisited. In: *Proc. ACM-SIAM Symp. Discrete Algorithms (SODA)*, pp. 810-821 (2021)

ABSTRACTS: PROBABILIDAD Y
ESTADÍSTICA



A general and unified class of gamma regression models

Diego I. Gallardo*

Departamento de Estadística

Universidad del Bío-Bío

Concepción, Chile

Abstract

The usual mean linear regression provides the average relationship between a response variable and explanatory variables, but it is not always the best metric for modeling right-skewed data in regression. In this paper, we extend the usual mean gamma regression model using a general and unified parameterization of this distribution that is indexed by some central tendency measure. Unlike the traditional gamma regression model, which focuses on the arithmetic mean, this new parameterization accommodates different measures of central tendency, including the median, mode, and geometric and harmonic means, as well as a precision parameter. We consider a regression structure for both components. The model provides a robust framework for regression, enabling greater adaptability to diverse data characteristics. Estimation is performed by maximum likelihood. Furthermore, we discuss residuals. A Monte Carlo experiment is conducted to evaluate the performance of these estimators and residuals in finite samples with a discussion of the obtained results. The methods developed are applied to two real data sets from minerals and nutrition.

Joint work with:

Marcelo Bourguignon¹, Departamento de Estatística, Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal, Brasil.

References

- [1] BOURGUIGNON, M., GALLARDO, D.I., *A general and unified class of gamma regression models*, Chemometrics and Intelligent Laboratory Systems **261**, (2025). 105382.

*e-mail: dgallardo@ubiobio.cl

¹e-mail: marcelo.bourguignon@ufrn.br



A new proportional hazard model with applications to breastfeeding data

Yolanda Gómez Olmos*

Departamento de Estadística

Universidad del Bío-Bío

Concepción, Chile

Abstract

This paper introduces a new proportional hazards model based on the transformer-transformer method [1]. The Weibull and piecewise exponential distributions [2] are used as baseline models. Several properties of the proposed model, including monotonicity and quantile functions, are discussed in detail. Additionally, a regression model for censored data is presented. The parameters of the proposed distribution are estimated using the maximum likelihood method. Finally, two applications related to breastfeeding in Brazil and the United States are used to illustrate the usefulness of the proposed approach.

Joint work with:

John L. Santibáñez¹, Departamento de Matemática, Universidad de Atacama, Copiapó, Chile.

Rocío Zúñiga², Facultad de Enfermería, Universidad Andrés Bello, Concepción, Chile.

Diego I. Gallardo³, Departamento de Estadística, Universidad del Bío-Bío, Concepción, Chile.

Marcelo Bourguignon⁴, Departamento de Estatística, Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal, Brasil.

Wilson Caimanque⁵, Departamento de Matemática, Universidad de Atacama, Copiapó, Chile.

References

- [1] ALZAATREH, A., LEE C., FAMOYE F. *A new method for generating families of continuous distributions*, *Metron*, **71(1)**, (2013). 63.
- [2] FEIGL P., ZELEN M. *Estimation of exponential survival probabilities with concomitant information*, *Biometrics* **21**, (1980). 1.

*Partially supported by Fondecyt 11230397, e-mail: ygomez@ubiobio.cl

¹e-mail: john.santibanez@uda.cl

²e-mail: rozunigatapia@gmail.com

³e-mail: dgallardo@ubiobio.cl

⁴e-mail: m.p.bourguignon@gmail.com

⁵e-mail: wilson.caimanque@uda.cl



Joint modelling of a primary response and heteroscedastic longitudinal data using the SAEM algorithm, with applications to predicting pregnancy outcomes

Maritza Márquez*

Facultad de Matemática
Pontificia Universidad Católica de Chile
Santiago, Chile

Abstract

Joint models provide a flexible framework to model longitudinal data. Their hierarchical structure facilitates the study of association between longitudinal trajectories and the primary response of interest. In addition, the use of mixed effects models in this hierarchical structure improves the estimation by accounting for features such as correlation and heterogeneity often present in more complex data. For instance, such characteristics are commonly found in medical studies where the main goal is to determine the presence (or severity) of a disease (or condition) given a set of indirect measurements obtained over a time period. Here, we propose a joint modelling approach consisting of a (non)linear mixed-effects (LME/NLME) model for the heteroscedastic-longitudinal observations and a generalized linear model (GLM) for the primary response of interest. By including fixed and random effects in the model, we are able to incorporate relevant covariates while accounting for complex error structures, improving the fit of the model. Unlike previous work in which Bayesian or semi-parametric methods have been considered, we propose a frequentist approach that relies on a stochastic approximation version of the expectation-maximization (EM) algorithm (known as the SAEM algorithm) to obtain maximum likelihood estimators (MLE) of the parameters of two different data sets that have been previously considered in the literature.

Joint work with:

Cristian Meza¹, CIMFAV-INGEMAT, Facultad de Ingeniería, Universidad de Valparaíso.

Claudio Fuentes², Department of Statistics, Oregon State University.

Rolando De la Cruz³, Facultad de Ingeniería y Ciencias, Universidad Adolfo Ibáñez.

References

- [1] DE LA CRUZ, R., MARSHALL, G., AND QUINTANA, F.A.: *Logistic regression when covariates are random effects from a non-linear mixed model*, Biometrical journal, 53(5):735-749 (2011).
- [2] DE LA CRUZ, R., MEZA, C., ARRIBAS-GIL, A., AND CARROLL, R. J.: *Bayesian regression analysis of data with random effects covariates from nonlinear longitudinal measurements*, Journal of multivariate analysis, 143:94-106 (2016).

*Partially supported by UC, e-mail: maritza.marquez@uc.cl

¹Partially supported by UV, e-mail: cristian.meza@uv.cl

²Partially supported by Oregon State University, e-mail: claudio.fuentes@oregonstate.edu

³Partially supported by UAI - Data Observatory Foundation - ANID, e-mail: rolando.delacruz@uai.cl



Modelos basados en transformaciones para el modelamiento estadístico de distribuciones: aplicaciones e impacto en el ajuste de datos

Héctor J. Gómez

Departamento de Ciencias Matemáticas y Físicas
Universidad Católica de Temuco
Temuco, Chile

Abstract

En muchas áreas aplicadas, el modelamiento estadístico de datos continuos requiere distribuciones capaces de adaptarse a distintos tipos de soporte, asimetría, comportamiento en las colas y modalidad. En esta exposición se presenta una visión unificada de varios modelos flexibles generados mediante mecanismos de transformación aplicados a la distribución normal truncada positiva y a sus extensiones. Más que considerar cada modelo como una construcción aislada, se enfatiza el papel de las transformaciones como una herramienta sistemática para obtener estructuras distribucionales más ricas.

El marco propuesto incluye transformaciones que preservan el soporte positivo, inducen colas más pesadas, extienden el soporte al intervalo unitario o permiten comportamiento bimodal sobre la recta real. En particular, estas construcciones conducen a modelos como la familia truncada positiva simétrica, el modelo normal truncado positivo generalizado, el modelo slash normal truncado positivo, modelos unitarios con estructura de regresión cuantílica y extensiones bimodales. Cada transformación modifica características distribucionales específicas, tales como asimetría, curtosis, comportamiento de la función de riesgo o modalidad, mejorando así la capacidad del modelo para representar patrones complejos observados en la práctica. Los procedimientos inferenciales asociados se basan principalmente en máxima verosimilitud, y su implementación computacional se encuentra disponible en R.

La relevancia práctica de estos modelos se ilustra mediante aplicaciones en datos ambientales, de confiabilidad, supervivencia y respuestas acotadas. Los resultados muestran que las construcciones basadas en transformaciones proporcionan una estrategia flexible e interpretable para extender distribuciones clásicas, logrando un mejor ajuste y una mayor capacidad de modelamiento en comparación con alternativas estándar. Esta perspectiva permite destacar el impacto de las transformaciones no solo como herramientas matemáticas, sino también como un puente entre la construcción teórica de distribuciones y las aplicaciones estadísticas en problemas reales.

Joint work with:

Yolanda M. Gómez¹, Departamento de Estadística, Facultad de Ciencias, Universidad del Bio-Bio, Concepción 4081112, Chile

Diego I. Gallardo², Departamento de Estadística, Facultad de Ciencias, Universidad del Bio-Bio, Concepción 4081112, Chile

Oswaldo Venegas³, Departamento de Ciencias Matemáticas y Físicas, Universidad Católica de Temuco, Temuco, Chile.

¹E-mail: ygomez@ubb.cl

²E-mail: dgallardo@ubb.cl

³E-mail: ovenegas@uct.cl

References

- [1] GÓMEZ, H.J., OLMOS, N.M., VARELA, H., BOLFARINE, H., *Inference for a truncated positive normal distribution*, Applied Mathematics Journal of Chinese Universities, **33** (2018), 163–176.
- [2] GÓMEZ, H.J., GALLARDO, D.I., GÓMEZ, Y.M., *Truncated positive symmetrical distributions*, Mathematics, **11** (2023), 4431.
- [3] GÓMEZ, H.J., GALLARDO, D.I., VENEGAS, O., *Generalized truncation positive normal distribution*, Symmetry, **11** (2019), 1361.
- [4] SANTORO, K.I., GÓMEZ, Y.M., GÓMEZ, H.J., GALLARDO, D.I., *A new class of unit models with a quantile regression approach applied to contamination data*, Chemometrics and Intelligent Laboratory Systems, **258** (2025), 105322.



Probabilidad de los errores no forzados en el problema de concordancias

Ignacio Vidal García*

Instituto de Matemáticas

Universidad de Talca

Talca, Chile.

Resumen

La solución al problema de concordancias de Montmort (Montmort's matching problem) puede verse como la función de probabilidad del número de coincidencias en un experimento para evaluar la correcta clasificación de variables nominales. Adicionalmente al número de coincidencias, [1] presentaron una generalización de este problema que considera el orden cronológico en que se realizan las asignaciones y el conteo del número de errores no forzados. En esa oportunidad los autores llevaron a cabo un análisis Bayesiano del problema, pero en el trabajo [2] se aborda el problema desde un punto de vista frecuentista. Encontramos la función de probabilidad bivariada del número de coincidencias y el número de errores no forzados. Además, encontramos la distribución marginal del número de errores no forzados y la expresamos en términos de los números de Stirling de segunda especie. En esta oportunidad veremos su demostración.

Referencias

- [1] VIDAL, I. AND DE CASTRO, M., *A Bayesian analysis of the matching problem*, Journal of Statistical Planning and Inference, **212**, (2021). 194-200.
- [2] VIDAL, I., *Unforced Errors in the Matching Problem*, Statistics. **57**, (2023). 496-514.

*E-mail: ividal@utalca.cl

ABSTRACTS: SISTEMAS DINÁMICOS Y
ECUACIONES FUNCIONALES

Limit cycles of isochronous cubic centers with three zones

María Elisa Anacleto Hoyos

Dpto. de Matemática, Universidad Técnica Federico Santa María, Valparaíso, Chile

Email: maria.anacleto@usm.cl

Resumen. We study the maximum number of limit cycles that bifurcate from the periodic annulus of the isochronous cubic centre of discontinuous piecewise differential systems with three zones formed by the discontinuity set $\Sigma = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : (y = 0) \vee (x = 0 \wedge y \geq 0)\}$. More precisely, we consider the following perturbed systems

$$\dot{x} = -y + x^2y + \epsilon p_i(x, y), \quad \dot{y} = x + xy^2 + \epsilon q_i(x, y), \quad i = 1, 2, 3,$$

where p_i and q_i are polynomials of degree m . Using the averaging theory of first order, we prove that for $m = 1, 2, 3$, at most 3, 9 and 15 limit cycles bifurcate from the periodic annulus of the isochronous cubic centre in the discontinuous case, respectively. (See [1])

Trabajo realizado en conjunto con:

Dr. Claudio Vidal, Dpto. de Matemática, Universidad del Bío - Bío, Concepción, Chile.

Referencias

- [1] Anacleto, M.E., Vidal, C., Limit cycles bifurcating of discontinuous and continuous piecewise differential systems of isochronous cubic centers with three zones. *Qual. Theory Dyn. Syst.*, **23**, no. 4 (2024), Paper No. 173, 37 pp.

Precession–Nutation Regimes in the Attitude Dynamics of a Rigid Body in Circular Orbit

Jorge Luis Zapata Hernández

Programa de Formación Pedagógica en Matemática, Universidad San Sebastián, Concepción,
Chile

Email: jorge.zapata@uss.cl

Abstract We develop a geometric-perturbative Hamiltonian framework for the long-term attitude dynamics of an axisymmetric rigid body in a circular Keplerian orbit. Starting from the gravity gradient Hamiltonian, a Lie-Deprit normalization is performed to eliminate fast angular variables and construct an integrable secular approximation governing the reduced rotational motion. Exploiting underlying symmetries, the system is reduced and expressed in terms of non-canonical projections of angular momentum. This representation provides explicit algebraic limits for the nutation amplitude and a geometric criterion that delineates the transition between circulation and libration regimes, for both precession and spin. Numerical examples for Sun-asteroid and Earth-satellite configurations illustrate the phase-space organization of the reduced dynamics. [1].

This project was developed in conjunction with:

Abdulahman Abdrabou, Aerospace Engineering Department, Embry-Riddle Aeronautical University. Daytona Beach, FL 32114, USA.

Surabhi Bhadauria, Aerospace Engineering Department, Embry-Riddle Aeronautical University. Daytona Beach, FL 32114, USA.

Francisco Crespo, Aerospace Engineering Department, Embry-Riddle Aeronautical University. Daytona Beach, FL 32114, USA.

Edward A. Turner, Universidad Viña del Mar, Facultad de Ciencias Jurídicas, Sociales y de la Educación. Diego Portales 90, Viña del Mar, Chile.

Referencias

- [1] Jorge L. Zapata, Edward A. Turner, Surabhi Bhadauria, Francisco Crespo, Abdulrahman Abdrabou, Attitude dynamics of a rigid body in circular orbit. Nutation and precession regimes, *Preprint*, (2026),1-15.



Sobre la existencia de soluciones tipo anillo en el problema de N -cuerpos en \mathbb{S}^2

Jaime Andrade*

Departamento de Matemática, Universidad del Bío-Bío, Concepción, Chile.

Resumen

En esta charla estudiamos la existencia de soluciones tipo anillo en el problema de n -cuerpos sobre \mathbb{S}^2 , parametrizadas por el circunradio $a \in (0, 1)$ (ver [1]).

Para masas idénticas, mostramos que la estructura de bifurcaciones depende de la paridad de n : si n es par, existe un único valor crítico de ω^2/m , mientras que si n es impar aparecen dos. En ambos casos, pueden existir cero, uno o dos valores admisibles de a .

Además, probamos que para ciertos valores de n existe un radio especial $a_* \in (0, 1)$ que permite soluciones con masas no idénticas, para las cuales se obtiene una parametrización explícita.

Finalmente, destacamos diferencias esenciales con el caso Newtoniano plano, estudiado en [2], debidas a la curvatura del espacio.

Trabajo realizado en conjunto con:

Claudio Vidal Díaz¹, Departamento de Matemática, Universidad del Bío-Bío, Concepción, Chile.

Referencias

- [1] ANDRADE, J., VIDAL, C., *On the Existence of Ring Solutions in the N -Body Problem on \mathbb{S}^2* , Qual. Theory Dyn. Syst. **25**, 31 (2026). <https://doi.org/10.1007/s12346-026-01461-9>
- [2] L. M. Perko and E. L. Walter, *Regular polygon solutions of the N -body problem*, Proceedings of the American Mathematical Society, **94** (1985), no. 2, 301–309. <https://doi.org/10.2307/2045395>

*Parcialmente financiado por Proyecto de Investigación Regular 2023 RE2320113, e-mail: jandrade@ubiobio.cl

¹Parcialmente financiado por Dirección de Investigación GI2310532-UBB, e-mail: c1vidal@ubiobio.cl



Optimal Transport of Maps from the Gromov-Hausdorff Point of View

Carrasco-Olivera, Dante*

Department of Mathematic

University of Bío-Bío

Concepción, Chile

Abstract

Many dynamical aspects have been and continue to be developed in classical metric spaces; for example, properties such as expansiveness, shadowing, and topological stability ([3, 4]). Results on the optimal transport of maps for metric spaces are obtained in [1]. In this talk, we address this problem using the Gromov–Hausdorff approach, following [2].

References

- [1] W. JUNG; C.A. MORALES; X. WEN, *Optimal Transport of Maps*, Journal of Optimization Theory and Applications, **204**, (2025). pp. 25.
- [2] J. LEE AND C.A. MORALES, *Gromov-Hausdorff Stability of Dynamical Systems and Applications to PDEs*. Springer Nature Switzerland GA, (2022).
- [3] K. SONG YAN; F. PING ZENG, *Topological Stability and Pseudo-orbit Tracing Property for Homeomorphisms on Uniform Spaces*, Acta Mathematica Sinica, English Series. **38**(2), (2022). 431–442.
- [4] P. WALTERS, *On the pseudo-orbit tracing property and its relationship to stability*, in: *The Structure of Attractors in Dynamical Systems*, Proc. Conf. North Dakota State Univ., Fargo, N.D., 1977, in: Lecture Notes in Math. **668**, (1978). 231–244.

*Partially supported by ANID-Chile, Fondecyt Project 1181061, e-mail: dcarrasc@ubiobio.cl



A Triaxial Intermediary for Roto-Orbital Dynamics: Relative Equilibria and Numerical Validation

Carlos Gallegos Lastra*

Departamento de Matemática y Ciencias de la Computación
Universidad de Santiago de Chile / Facultad de Educación Universidad Central
Santiago, Chile

Abstract

We present a complete geometric reduction of the triaxial intermediary model introduced in [4] for the roto-orbital dynamics of a rigid body orbiting a spherical primary. The model is derived from the MacCullagh gravitational truncation [1] and is formulated on $T^*SE(3)$, using canonical variables adapted to the total angular momentum following the Ferrándiz–Sansaturio parametrization [2].

To eliminate the singularities inherent to classical angular coordinates, a global double-quaternionic chart is introduced following [3]. Within this framework, Poisson invariants (ρ, σ, τ) expose the symmetry structure of the system, generating $\mathfrak{so}(3)$ and $\mathfrak{su}(1, 1)$ Lie algebras that drive the reduction.

The reduction proceeds by stages, extending the geometric framework of [7]. Fixing the total angular momenta (M_K, M_E) and three additional $SO(3)$ -type first integrals reduces the effective phase space to $\mathcal{C}_{\tau, K}^2 \times S_{\rho, E}^2$, together with its explicit Poisson structure.

On this reduced space, the relative equilibria of the intermediary are computed and classified, extending the results of [5, 6] to the fully triaxial case without axial symmetry. Twelve relative equilibria (E_1, \dots, E_{12}) are identified, grouped into six families according to the alignment of the rigid body's angular momentum with its principal axes of inertia.

Numerical validation is carried out by comparing trajectories reconstructed from the intermediary's relative equilibria against the full MacCullagh dynamics [1], using physical parameters of the asteroid system (87) Sylvia–Romulus. The results show that the intermediary model reliably predicts the slow variables (r, θ, ψ) , while displaying superior numerical robustness compared to the full model.

Joint work with:

Edward A. Turner, Facultad de Ciencias Jurídicas, Sociales y de la Educación, Universidad Viña del Mar, Viña del Mar, Chile.

Carlos Lizama, Departamento de Matemática y Ciencias de la Computación, Universidad de Santiago de Chile, Santiago, Chile.

Jorge L. Zapata¹, Facultad de Educación, Programa de Formación Pedagógica, Universidad San Sebastián, Concepción, Chile.

Francisco Crespo², Aerospace Engineering Department, Embry-Riddle Aeronautical University, Daytona Beach, FL, USA.

*e-mails: carlos.gallegos@usach.cl, carlos.gallegos@ucentral.cl

¹Partially supported by ANID–FONDECYT Iniciación 11250703, e-mail: jorge.zapata@uss.cl

²Partially supported by P.J93258

References

- [1] MACCULLAGH, J., *On the rotation of a solid body*, Proceedings of the Royal Irish Academy **2** (1840), 520–545.
- [2] FERRÁNDIZ, J. M. AND SANSATURIO, M. E., *Elimination of the nodes when the satellite is a non-spherical rigid body*, Celestial Mechanics **46** (1989), 307–320.
- [3] CRESPO, F., *Hopf fibration reduction of a quartic model: an application to rotational and orbital dynamics*, Ph.D. thesis, Universidad de Murcia (2015).
- [4] CANTERO, A., CRESPO, F. AND FERRER, S., *The triaxiality role in the spin-orbit dynamics of a rigid body*, Applied Mathematics and Nonlinear Sciences **3** (2018), 187–208.
- [5] CRESPO, F., MOLERO, F. J., FERRER, S. AND SCHEERES, D. J., *A radial axial-symmetric intermediary model for the roto-orbital motion*, Journal of Astronautical Sciences **65** (2018), 1–28.
- [6] ZAPATA, J. L., CRESPO, F., FERRER, S. AND MOLERO, F. J., *Relative equilibria of an intermediary model for the roto-orbital dynamics. The low rotation regime*, Advances in Space Research **64** (2019), 1317–1330.
- [7] CRESPO, F., FERRER, S. AND VAN DER MEER, J. C., *$(SO(3) \times T^4)$ -reduction and relative equilibria for a radial axisymmetric intermediary model for roto-orbital motion*, Journal of Geometry and Physics **150** (2020), 1–28.



Dinámica matemática de *Wolbachia* en mosquitos *Aedes aegypti*: Estrategias de liberación para el control del dengue

Claudio Peña Belmar

Departamento de Matemática

Universidad Técnica Federico Santa María

Valparaíso, Chile

Resumen

El control del dengue mediante la introducción de mosquitos *Aedes aegypti* infectados con la bacteria endosimbiótica *Wolbachia* constituye una estrategia biológica de gran impacto poblacional. La dinámica de propagación de esta bacteria está fuertemente condicionada por factores críticos tales como la incompatibilidad citoplasmática, la transmisión materna imperfecta y la pérdida de infección inducida por el estrés térmico ambiental. En este trabajo se estudia un modelo matemático poblacional no lineal que incorpora simultáneamente estos mecanismos, el cual presenta regímenes de biestabilidad donde el éxito de la invasión depende de las condiciones iniciales. Se realiza un análisis cualitativo y numérico del sistema, caracterizando la estructura global del espacio de fases y, en particular, la separatriz que determina las cuencas de atracción. Desde un punto de vista aplicado, estos resultados permiten identificar umbrales poblacionales críticos que determinan el éxito o fracaso de estrategias de control. En este contexto, se analizan esquemas de liberación impulsiva, modelados como perturbaciones instantáneas, y se comparan con estrategias de control continuo densodependiente, mostrando cómo estas últimas modifican la dinámica global del sistema y favorecen la persistencia de la bacteria. Finalmente, se presenta un estudio numérico comparativo del esfuerzo mínimo de liberación requerido para distintas cepas de *Wolbachia* ($wAlbB$, $wMel$ y $wMelPop$), evaluando la eficiencia de las estrategias de control bajo diversas condiciones ambientales.

Trabajo realizado en conjunto con:

Pablo Aguirre Olea, Departamento de Matemática, Universidad Técnica Federico Santa María, Valparaíso, Chile.

Olga Olegovna Vasilieva, Departamento de Matemáticas, Universidad del Valle, Cali, Colombia.

Referencias

- [1] H. HUGHES AND N. F. BRITTON, *Modelling the use of Wolbachia to control dengue fever transmission*, Bulletin of Mathematical Biology **75**(5), (2013), 796–818.
- [2] Y. A. KUZNETSOV, *Elements of Applied Bifurcation Theory*, 4ta edición. Applied Mathematical Sciences, Springer, Cham, 2023.
- [3] L. LOPES, C. P. FERREIRA, AND S. M. OLIVA, *Exploring the impact of temperature on the efficacy of replacing a wild Aedes aegypti population by a Wolbachia-carrying one*, Applied Mathematical Modelling **123**, (2023), 392–405.
- [4] S. OGUNLADE, A. ADEKUNLE, M. MEEHAN, D. ROJAS, AND E. MCBRYDE, *Modeling the potential of wAu-Wolbachia strain invasion in mosquitoes to control Aedes-borne arboviral infections*, Scientific Reports **10**(1), (2020), 16812.
- [5] J. L. OROZCO-GONZALES, A. DOS SANTOS BENEDITO, D. CARDONA-SALGADO, C. P. FERREIRA, H. DE OLIVEIRA FLORENTINO, L. S. SEPULVEDA-SALCEDO, AND O. VASILIEVA, *Comparing the long-term persistence of different Wolbachia strains after the release of bacteria-carrying mosquitoes*, Mathematical Biosciences **372**, (2024), 109190.
- [6] B. ZHENG, W. GUO, L. HU, M. HUANG, AND J. YU, *Complex Wolbachia infection dynamics in mosquitoes with imperfect maternal transmission*, Mathematical Biosciences & Engineering **15**(2), (2018), 523–541.

Existencia de conexiones heteroclinas para el modelo de Nicholson con término de cosecha

César Guayasamín

Departamento de Matemática, Universidad del Bío-Bío, Concepción, Chile

Email: caguayasamin@outlook.com

Resumen.

Consideramos la ecuación de Nicholson con término de cosecha lineal

$$x'(t) = \rho x(t-r)e^{-x(t-r)} - \delta x(t) - Hx(t-\sigma). \quad (1)$$

Este modelo involucra dos retardos diferentes correspondientes a los procesos de maduración y captura. En este trabajo se demuestra la existencia de conexiones heteroclinas monótonas de la ecuación (1) entre los equilibrios no negativos. Realizamos una adaptación de la técnica desarrollada por Wu y Zou [1] usada, en principio, para probar existencia de frentes de ondas viajera para sistemas de reacción-difusión con retardo. Dicha técnica requiere que la no linealidad cumpla la llamada condición de cuasi-monotonía y la construcción de super y sub soluciones adecuadas, que nos permite obtener condiciones sobre los parámetros δ , H y ρ y los retardos σ , r para formar un esquema de iteración monótona sobre un conjunto de perfiles con un ordenamiento no estándar y establecer la convergencia de este esquema a una solución deseada.

Trabajo realizado en conjunto con:

Adrián Gómez, Departamento de Matemática, Universidad del Bío-Bío, Concepción, Chile.

Referencias

- [1] J. WU, X. ZOU, Traveling wave fronts of reaction-diffusion systems with Delay. *J. Dyn. Diff. Eq.* **13** (2) (2001), 651-687. .



Hiperbolicidad no uniforme de endomorfismos en \mathbb{T}^2

Kendry Vivas Ferrer*

Departamento de Matemáticas

Universidad Católica del Norte

Antofagasta, Chile

Resumen

Diremos que un sistema dinámico (f, μ) , donde $f : \mathbb{T}^2 \rightarrow \mathbb{T}^2$ es un endomorfismo y μ es una medida invariante para f , es No Uniformemente Hiperbólico (NUH) si los exponentes de Lyapunov $\chi_\mu^-(x)$ y $\chi_\mu^+(x)$ son distintos de cero para μ -c.t.p. $x \in \mathbb{T}^2$. En esta charla mostraremos que existe un conjunto abierto \mathcal{U} (en la topología C^1) de endomorfismos conservativos que son NUH, el cual intersecta a cada clase de homotopía de transformaciones lineales T_E , cuya matriz inducida $E \in M_{2 \times 2}(\mathbb{Z})$ satisface $|\det E| > 2$. Además, mostraremos que ciertos elementos en \mathcal{U} son también C^2 establemente ergódicos. Estos resultados proporcionan respuestas parciales a algunas interrogantes planteadas en [1].

Trabajo realizado en conjunto con:

Sebastián Ramírez¹, Facultad de Matemáticas

Pontificia Universidad Católica de Chile, Santiago - Chile.

Referencias

- [1] M. ANDERSSON, P. CARRASCO AND R. SAGHIN, *Non-uniformly hyperbolic endomorphisms*, *Compositio Mathematica* **161**, (2025). 1313-1356.

*Financiado por ANID Proyecto FONDECYT Inicicación 11250633, Chile, e-mail: kendry.vivas01@ucn.cl

¹Financiado por ANID, Proyecto FONDECYT Postdoctorado 3240422, e-mail: sramired@uc.cl



Número de rotación y dinámica de contracciones λ -afines a trozos de 3 intervalos.

Mario Hernández*

Tesista

Consorcio de Doctorado en Matemática
Valparaíso, Chile

Resumen

En [1] estudiamos una familia paramétrica de contracciones a trozos con una o dos discontinuidades en el intervalo que admiten un número de rotación. Determinamos explícitamente el número de rotación y la dinámica asintótica de estos mapas en función de las discontinuidades. Esto nos da un control muy preciso sobre la dinámica: podemos construir contracciones a trozos con un número concreto de órbitas periódicas, del período que queramos, o bien atractores de tipo Cantor con dinámica simbólica de cualquier complejidad. Esto se logra a partir de la construcción de una función que relaciona las rotaciones rígidas con nuestros mapas a partir de una ecuación de conjugación permitiendo demostrar que la dinámica simbólica de nuestros mapas es tan rica como la de las rotaciones rígidas con respecto a una partición en dos o tres intervalos en el espacio de fase.

Trabajo realizado en conjunto con:

Pierre Guiraud¹, Instituto de Ingeniería Matemática y Centro de Investigación y Modelamiento de Fenómenos Aleatorios Valparaíso, Universidad de Valparaíso, Chile.

Arnaud Meyroneinc², Instituto de Ingeniería Matemática y Centro de Investigación y Modelamiento de Fenómenos Aleatorios Valparaíso, Universidad de Valparaíso, Chile.

Arnaldo Nogueira³, Institut de Mathématiques de Marseille, Aix Marseille Université, CNRS, France.

Referencias

- [1] P. Guiraud, M. Hernández, A. Meyroneinc and A. Nogueira. *Rotation number and dynamics of 3-interval piecewise λ -affine contractions*, Nonlinearity **39** (2026) 025005.

*Parcialmente financiado por FONDECYT Reg. 1230569, BECAS Doctorado Nacional 2024-21240193 y UTFSM/DP Programa de Iniciación a la Investigación Científica 051/2025, e-mail: mariof.hernandezh@gmail.com

¹Parcialmente financiado por MATH-AmSud TOMCAT 22-MATH-10 y FONDECYT Reg. 1230569, e-mail: pierre.guiraud@uv.cl

²Parcialmente financiado por MATH-AmSud TOMCAT 22-MATH-10 y FONDECYT Reg. 1230569, e-mail: arnaud.meyroneinc@uv.cl

³Parcialmente financiado por MATH-AmSud TOMCAT 22-MATH-10 y FONDECYT Reg. 1230569, e-mail: arnaldo.nogueira@univ-amu.fr



Characterization of h -dichotomies in terms of Lyapunov functions

David Ignacio Urrutia Vergara*

Departamento de Matemáticas, Facultad de Ciencias
 Universidad de Chile
 Las Palmeras 3425, Ñuñoa, Chile

Abstract

Given an upper unbounded interval $J \subseteq \mathbb{R}$, a **growth rate** over J is an increasing homeomorphism $h : J \rightarrow]0, +\infty[$. Let us consider a continuous function $A : J \rightarrow M_n(\mathbb{R})$ and a growth rate h . It is said that a linear system

$$x' = A(t)x \quad \text{with } t \in J \quad (1)$$

has an h -**dichotomy** over an interval $J_0 \subseteq J$ if there exists an invariant projector $t \mapsto P(t)$ over J_0 and constants $K, \alpha > 0$ such that

$$\begin{cases} \|\Phi(t, s)P(s)\| \leq K (h(t)/h(s))^{-\alpha} & \text{for all } t, s \in J_0 \text{ with } t \geq s, \\ \|\Phi(t, s)(I - P(s))\| \leq K (h(s)/h(t))^{-\alpha} & \text{for all } t, s \in J_0 \text{ with } s \geq t, \end{cases} \quad (2)$$

where $(t, s) \mapsto \Phi(t, s) := \Phi(t)\Phi(s)^{-1}$ is the transition matrix of (??). For example, the linear system (??) has an *exponential dichotomy* over J_0 if it has an h -dichotomy with $t \mapsto h(t) = e^t$.

If h is a differentiable growth rate over J and $t \mapsto H(t)$ is an hermitian, continuously differentiable matrix-valued function, the quadratic form $(t, \xi) \mapsto \xi^* H(t) \xi$ is a *h -Lyapunov function of the linear system (??)* if there exists $\gamma > 0$ such that

$$x(t)^* \{H'(t) + A^*(t)H(t) + H(t)A(t)\}x(t) \leq -\gamma \{h'(t)/h(t)\} |x(t)|^2 \quad \text{for all } t \in J_0$$

for every solution $t \mapsto x(t)$ of (??). In the other hand, the quadratic form $(t, \xi) \mapsto \xi^* H(t) \xi$ is a *Lyapunov function of the linear system (??)* if it is an h -Lyapunov function of the linear system (??) where $h(t) = e^t$. Note that the positive definiteness condition is not imposed but if it does, it allows to recover the classical Lyapunov stability results when $P(t) = I$.

A distinguished result of W.A. Coppel [?, Ch.7] states that, under the condition of bounded growth, the existence of a Lyapunov function is equivalent to the property of exponential dichotomy over $[0, +\infty[$. Additionally, in [?] it is proved that the linear system (??) has a non-singular Lyapunov function over \mathbb{R} if and only if the linear system (??) has an exponential dichotomy over the whole line \mathbb{R} .

The goal of this work is to generalize the above mentioned Coppel's results for a generic growth rate and h -dichotomy. By defining $e_* := h^{-1}(1)$ and $J_+ := [e_*, +\infty[$, we will establish sufficient conditions under the linear system (??) to prove the equivalence between the h -dichotomy property over J_+ (resp, J) and the existence of an h -Lyapunov function J_+ (resp, J).

The main tool employed in our proof is the group $(J, *)$ with $t * s = h^{-1}(h(t)h(s))$, whose topological and ordering properties, detailed in [?, ?], allows to carry out a creative reinterpretation of the Coppel's methods.

*Partially supported by ANID (Chilean Agency of Research and Development) under the doctoral scholarship 21241939, e-mail: david.urrutia@ug.uchile.cl

References

- [1] W.A. COPPEL. *Dichotomies in Stability Theory*. Lecture Notes in mathematics, Springer-Verlag, Berlin, 1978.
- [2] W.A. COPPEL. *Dichotomies and Lyapunov Functions*. J. Differential Equations **52**. 58–65 (1984).
- [3] H. ELORREAGA, J. PEÑA, G. ROBLEDO, *Noncritical uniformity and expansiveness for uniform h -dichotomies*, Math. Ann. **393** 1769–1795, (2025).
- [4] J.F. PEÑA and S. RIVERA-VILLAGRÁN, *On uniform asymptotic h -stability for linear nonautonomous systems*, Electron. J. Qual. Theory Differ. Equ. (2025), Article 19, 13 pp.
- [5] D. URRUTIA-VERGARA, *Characterization of h -dichotomies in terms of Lyapunov functions*. (In preparation)



On valuations of the k -Pell, k -Fibonacci, and k -Metallic languages

Víctor F. Sirvent*

Departamento de Matemáticas
Universidad Católica del Norte
Antofagasta, Chile

Abstract

Given a language generated by an automaton over an alphabet of real (or complex) numbers, and a complex number β in the open unit disk, we consider the β -direct valuation and reversed valuation sets of this language. For the k -Pell, k -Fibonacci and k -Metallic languages, we compute and describe the topological properties of these valuation sets when β is the smaller root of the polynomial associated with these languages. Furthermore, we introduce the connectivity locus for the valuations of these languages, establish bounds for these sets, and exhibit some points in their boundary.

*e-mail: victor.sirvent@ucn.cl



Hyperbolic components in a one parameter family of rational maps

Juan Bobenrieth H.*

Departamento de Matemáticas

Universidad del Bío-Bío

Concepción, Chile

Abstract

This work makes a study of hyperbolic components in the family of rational maps $\mathcal{F}_d := \{z \mapsto f_w(z) = 1 + 1/wz^d : w \in \mathbb{C} \setminus \{0\}\}$. These families admit a simple combinatorial characterization: up to Möbius conjugacy, they are the unique bicritical rational maps which send one critical point to the other critical point. If W is a hyperbolic component of period k , $k \geq 3$, of the family \mathcal{F}_d , the multiplier map $\lambda : W \rightarrow \mathbb{D} \setminus \{0\}$ is a $(d^2 - 1)$ -sheeted holomorphic covering map, and W is simply connected. For the cases of periods one or two, we conclude: if $W = A_1$ is the hyperbolic component of period one, the multiplier map $\lambda : A_1 \rightarrow \mathbb{D} \setminus \{0\}$ is conformal, if $W = A_2$ is the hyperbolic component of period two, the multiplier map $\lambda : A_2 \rightarrow \mathbb{D} \setminus \{0\}$ is a $(d - 1)$ -sheeted holomorphic covering map, which is unbranched. We calculate the number of hyperbolic components of period k , for each k . Furthermore, if W is a hyperbolic component of period k , $k \geq 2$, then for each $w \in W$, the boundary of every Fatou component of f_w is a Jordan curve. Preliminary results can be founded in [1], [2], [3].

Joint work with:

Dante Carrasco O.¹,

Departamento de Matemáticas

Universidad del Bío-Bío

Concepción, Chile

References

- [1] BOBENRIETH, J., *The multiplier map on hyperbolic components of a family of rational maps*, manuscript, (2000).
- [2] EPSTEIN, A., *Integrality and rigidity for postcritically finite polynomials*, Bulletin of the London Mathematical Society, **44**(1), (2012). 39-46.
- [3] WANG, Y., AND F. YANG, *Julia sets as buried Julia components*, Transactions of the American Mathematical Society **373**(10), (2020). 7287-7326.

*e-mail: jbobenri@ubiobio.cl

¹e-mail: dcarrasc@ubiobio.cl

XXXVIII JORNADA DE MATEMÁTICA DE LA ZONA SUR

22–24 de abril de 2026 · Facultad de Ciencias · Universidad del Bío-Bío · Concepción, Chile

Estabilidad de ecuaciones diferenciales funcionales lineales en medida a través de ecuaciones lineales generalizadas.

Claudio Carrasco Gómez ^{*}
Facultad de Ciencias
Universidad de Chile.

Resumen

En esta charla abordamos la estabilidad de ecuaciones diferenciales funcionales lineales en medida (MFDEs) a través de su relación con ecuaciones diferenciales lineales generalizadas (GLDEs), ver [1]. Aprovechando avances recientes en la teoría de estabilidad de ecuaciones diferenciales ordinarias generalizadas [2] se conecta la dinámica de ambas clases de ecuaciones. En particular, se caracterizan diversas nociones de estabilidad para las MFDEs lineales en términos de propiedades de acotación y decaimiento de los operadores de evolución asociados.

Palabras clave: Ecuaciones diferenciales lineales funcionales en medida; Ecuaciones diferenciales lineales generalizadas; Estabilidad.

Trabajo realizado junto a:
Fernanda Andrade Da Silva,
Universidade de São Paulo.

Claudio A. Gallegos,
Universidad de Chile.

^{*}e-mail: claudio.carrasco.g@ug.uchile.cl

Referencias

- [1] F. Andrade da Silva, M. Federson, R. Grau, E. Toon (2021). *Converse Lyapunov theorems for measure functional differential equations*. J. Differential Equations.
- [2] C. A. Gallegos, G. Robledo (2024) *On stability for generalized linear differential equations and applications to impulsive systems*. Proc. Roy. Soc. Edinburgh.



Lag-Induced Critical Transitions to Extinction in Replicating Systems

Edward A. Turner*

Departamento de Educación

Universidad Viña del Mar

Viña del Mar, Chile

Abstract

Replicating systems sustained by error-prone enzymatic amplification can undergo critical transitions between persistence and extinction. In RNA viruses, such transitions are classically governed by mutation rates and fitness landscapes, giving rise to error thresholds and lethal mutagenesis. Motivated by experimental evidence that polymerase-targeting antivirals constrain replication, we analyze replicating systems with explicit delays in replication-enzyme availability. We identify a lag-induced (dynamical) critical transition driven by the loss of temporal coordination between genome translation and replication. At a fixed mutation rate and replicative fitness landscape, populations cross an extinction threshold solely due to time delays. Within the quasispecies framework, replication-translation timing emerges as an independent control parameter, defining a distinct dynamical route to extinction and suggesting new antiviral strategies based on modulating replicase availability. We show that increasing replication lags destabilizes coexistence equilibria and redirects trajectories toward extinction. This mechanism cannot be reduced to classical mutation-driven transitions, as it arises from dynamical desynchronization rather than informational degradation. The results extend the canonical quasispecies theory by incorporating intrinsic temporal constraints of viral life cycles. Our findings highlight replication timing as a fundamental dimension of control in replicating populations and provide a theoretical foundation for therapeutic strategies targeting the kinetics of polymerase production and activation.

Joint work with:

Josep Sardanyés, Centre de Recerca Matemàtica, Barcelona, España.

Francisco Crespo, Embry-Riddle Aeronautical University, Daytona Beach, USA.

Joan Gimeno, Departament de Matemàtiques i Informàtica, Universitat de Barcelona, España.

Ernest Fontich, Departament de Matemàtiques i Informàtica, Universitat de Barcelona, España.

Santiago F. Elena, The Santa Fe Institute, Santa Fe, USA. Institute for Integrative Systems Biology (I²SysBio), CSIC-Universitat de València, València, Spain.

References

- [1] M. EIGEN, *Selforganization of matter and the evolution of biological macromolecules*. *Naturwissenschaften* **58**, (1971). 465–523.
- [2] M. EIGEN, J. MCCASKILL AND P. SCHUSTER, *Molecular quasi-species*. *J. Phys. Chem.* **92(24)**, (1988). 6881–6891.
- [3] J. SARDANYÉS AND S. ELENA, *Error threshold in RNA quasispecies models with complementation*. *J. Theor. Biol.* **265**, (2010). 278–286.

*e-mail: edward.turner@uvm.cl



On some continuous functions which may substitute asymptotically additive sequences

Yuki Yayama*

Departamento de Ciencias Básicas

Universidad del Bio-Bio

Chillan Chile

Abstract

In this talk, I will present a result from [2] with the proof. Given a sequence of continuous functions \mathcal{F} on subshift over finitely many symbols and an invariant Gibbs measure μ for \mathcal{F} , there is a way to construct continuous function f which is equivalent to \mathcal{F} by using μ , under some conditions. The Gibbs measure μ for \mathcal{F} is not always a Gibbs measure for f . Starting with some background of the research topic, I will present how to make such f using by μ and give a proof of one of the main results from [2]. Some examples of f are given. I also discuss some additional results/comments in terms of constructing continuous functions which substitute sequences of continuous functions under certain conditions.

References

- [1] N. CUNEO, *Additive, almost additive and asymptotically additive potential sequences are equivalent*. *Comm. Math. Phys.* **37** (2020), 2579–2595.
- [2] Y. YAYAMA, *On Gibbs measures for almost additive sequences associated to some relative pressure functions*, *Ergodic Theory and Dynamical Systems*, **46**, (2026). 1106-1124.

*e-mail: yyayama@ubiobio.cl

Comité Organizador JMZS 2026

Departamento de Matemática – Facultad de Ciencias

Universidad del Bío-Bío, Concepción

JMZS2026@ubiobio.cl