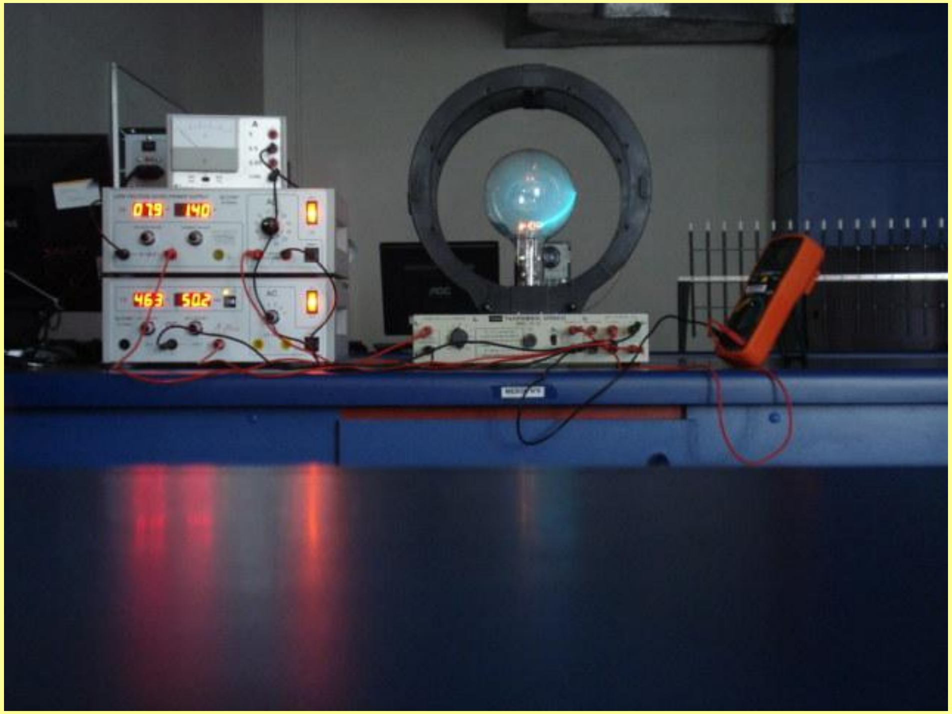
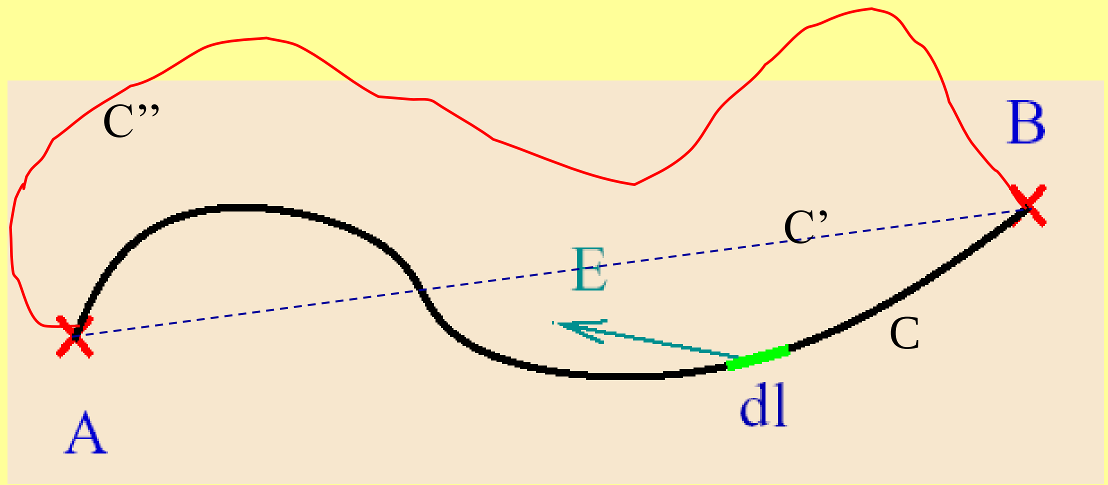
Campos Electromagnéticos
“Trabajo y Energía potencial eléctrica”



Profesor: Pedro Labraña
Departamento de Física,
Universidad del Bío-Bío

Trabajo

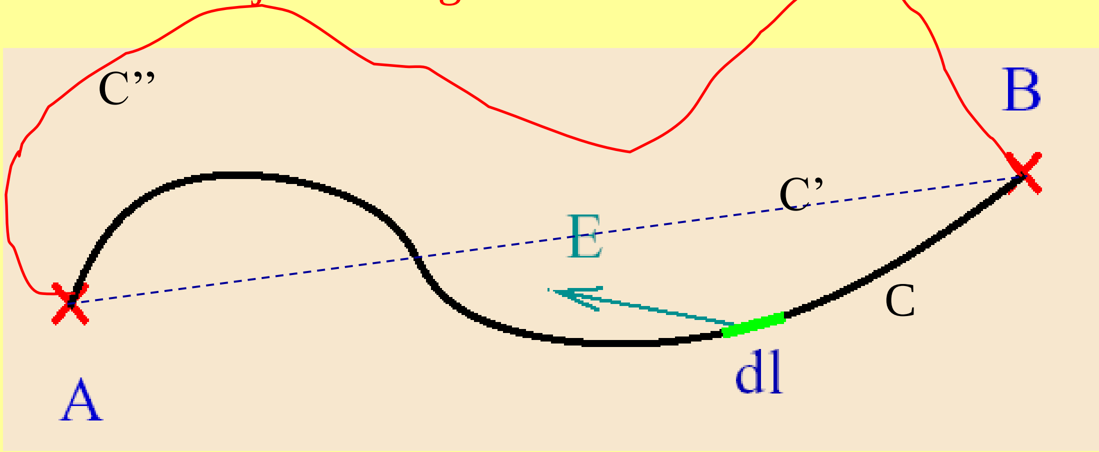
El trabajo que realiza el campo eléctrico para mover una carga q desde el punto A al punto B está dado por la siguiente expresión



(Ver pizarra)

$$W_{AB} = \int_{\substack{A\\C}}^{B} \vec{F}_E \cdot d\vec{r} = \int_{\substack{A\\C}}^{B} q\,\vec{E}(\vec{r}) \cdot d\vec{r}$$

Utilizando la relación que existe entre el potencial electrostático y el campo eléctrico podemos expresar el trabajo de la siguiente manera



$$W_{AB} = \underset{C}{\int_A^B} \vec{F}_E \cdot d\vec{r} = \underset{C}{\int_A^B} q\,\vec{E}(\vec{r}) \cdot d\vec{r}$$

$$V(B) - V(A) = -\underset{\mathbf{C}}{\int_A^B} \vec{E} \cdot d\vec{r}$$

$$\boxed{W_{AB} = -q\big[V(B) - V(A)\big]}$$

Podemos notar que al trabajo que realiza el campo eléctrico para mover la carga q desde A a B no depende del camino, sólo depende de el valor de la carga eléctrica que se está moviendo (q) y del valor del potencial electrostático en el punto inicial y en el punto final.

$$W_{AB} = -q\left[V(B) - V(A)\right]$$

Energía Potencial Eléctrica $U(\vec{r})$

En virtud del cálculo del trabajo que realiza el campo eléctrico para mover a una carga q desde A a B es que es conveniente definir la Energía Potencial Eléctrica **de una carga q** en presencia de un campo eléctrico.

La energía potencial eléctrica que siente un carga q ubicada en **r** debido a la presencia del campo eléctrico es

$$U(\vec{r}) = q\,V(\vec{r})$$

Donde la función U(**r**) sólo depende de la posición de la carga q.

La energía potencial U(r) tiene unidades de energía. Luego en el sistema MKS U(r) se mide en Joule.

En función del potencial electrostático el trabajo se expresa en función del cambio de energía potencial de la carga eléctrica

$$\boxed{W_{AB} = -q\left[V(B) - V(A)\right]}$$

$$\boxed{W_{AB} = -\left[U(B) - U(A)\right] = -\Delta_{BA} U}$$

Podemos notar, como es usual, que el trabajo es positivo si el cambio en la energía potencial de la carga q es negativo (Pierde energía potencial). Por otro lado el trabajo es negativo si el cambio en la energía potencial de la carga q es positivo (gana energía potencial).

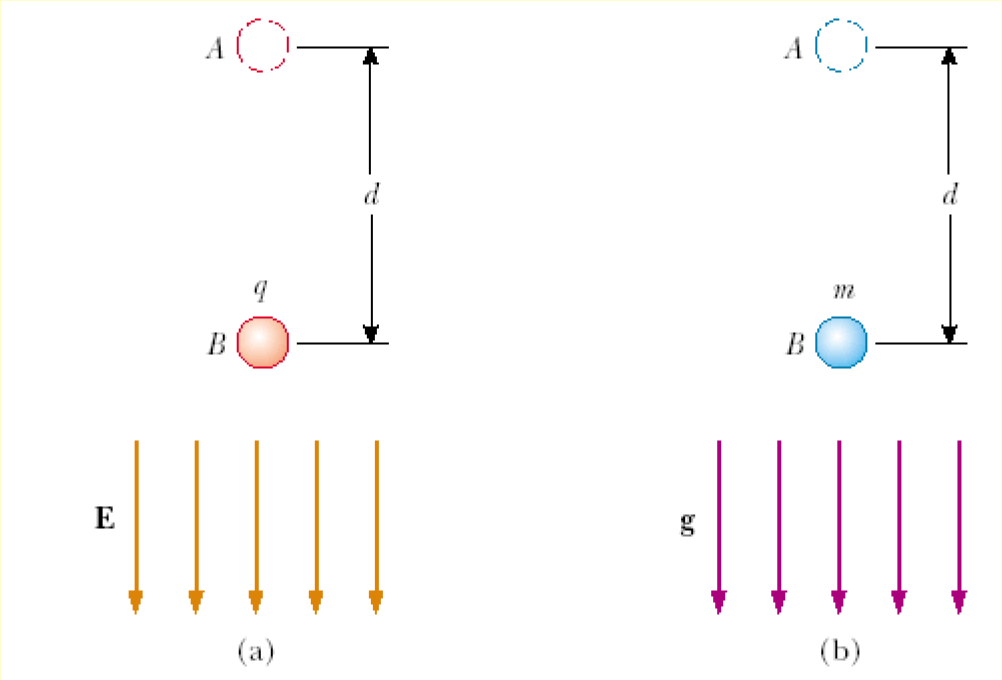
Ver pizarra

Ahora es claro porqué el potencial electrostático (V) tiene unidades de Volt que corresponde a

$$[V] = \frac{[U]}{[q]} = \frac{\text{Joule}}{\text{Coulomb}}$$

$$\frac{\text{Joule}}{\text{Coulomb}} = 1[\text{Volt}] = 1[\text{V}]$$

Ejemplo: Movimiento de una carga en un campo eléctrico constante



$$\Delta U = q_0 \, \Delta V = -q_0 E d$$

Ver pizarra

Conservación de la energía

Como hemos mencionado la fuerza electrostática es una fuerza conservativa. Esto significa que en los procesos donde está fuerza interviene la energía se conserva. Con la introducción del concepto de energía potencial electrostática ahora podemos demostrar este punto.

Para esto notemos que la fuerza electrostática se puede escribir como el gradiente de la energía potencial electrostática

$$\vec{F}_E = -\vec{\nabla} U((\vec{r})$$

Esto implica que la siguiente cantidad se conserva en el tiempo

$$E = \frac{m}{2}\left(\frac{d\vec{r}}{dt}\right)^2 + U(\vec{r})$$

(ver pizarra)

Esta cantidad es la energía de una partícula de masa m y carga q

Energía potencial electrostática almacenada en una configuración de cargas

Consideremos N partículas y el trabajo para llevar las cargas desde el infinito (partiendo del reposo) a una cierta posición final B quedando ellas finalmente quietas allí.

1. Para traer la primera partícula se hace un trabajo nulo

$$W_{BA}^{(1)} = 0$$

2. Para traer la segunda partícula se hace trabajo pues actúa sobre la segunda el campo de la primera. Se tiene:

$$W_{BA}^{(2)} = -q_2 V_{21}$$

Potencial electrostático que siente la carga q2 debido a la presencia de q1 en que $V_{21} = \frac{Kq_1}{r_{21}}$ es el potencial que siente la segunda debido a la primera. Notemos que se cumple $q_2 V_{21} = q_1 V_{12}$. Efectivamente pues

$$\begin{aligned} q_2 V_{21} &= q_1 V_{12} \\ q_2 \frac{Kq_1}{r_{21}} &= q_1 \frac{Kq_2}{r_{12}} \end{aligned}$$

luego se tiene:

$$W_{BA}^{(2)} = -\frac{1}{2}(q_2 V_{21} + q_1 V_{12})$$

3. Para traer la tercera carga se hace trabajo en presencia de la primera carga y de la segunda, se tiene:

$$W_{BA}^{(3)} = -(q_3 V_{31} + q_3 V_{32}) = -(q_1 V_{13} + q_2 V_{23})$$

Luego resulta:

$$W_{BA}^{(3)} = -\frac{1}{2}(q_1 V_{13} + q_2 V_{23} + q_3 V_{31} + q_3 V_{32})$$

4. $\ldots$

5. Para traer la N-ésima carga se hace un trabajo

$$\begin{aligned} W_{BA}^{(N)} &= -q_N(V_{N1}+V_{N2}+\ldots+V_{NN-1}) \\ &= -(q_1V_{1N}+q_2V_{2N}+\ldots+q_{N-1}V_{N-1,N}) \end{aligned}$$

de modo que queda:

$$\begin{aligned} W_{BA}^{(N)} &= -\frac{1}{2}(q_1V_{N1}+q_2V_{N2}+q_3V_{N3}+\cdots \\ &\quad +q_{N-1}V_{N,N-1}+q_NV_{N-1,N}) \end{aligned}$$

Finalmente sumando todos los trabajos se tiene:

$$\begin{aligned} W_{BA}^{\text{total}} &= W_{BA}^{(1)}+W_{BA}^{(2)}+\ldots+W_{BA}^{(N)} \\ &= -\frac{1}{2}\left[q_1(V_{12}+V_{13}+V_{14}+\ldots+V_{1N})+\right. \\ &\quad q_2(V_{21}+V_{23}+V_{24}+\ldots+V_{2N})+\ldots+ \\ &\quad \left. q_N(V_{N1}+V_{N2}+V_{N3}+\ldots+V_{NN-1})\right] \end{aligned}$$

Luego tenemos que

$$
\begin{aligned}
W_{BA}^{\text{total}} &= -\frac{1}{2}\left[q_1 \sum_{j\neq 1}^{N} V_{1j} + q_2 \sum_{j\neq 2}^{N} V_{2j} + \cdots q_N \sum_{j\neq N}^{N} V_{Nj}\right] \\
&= -\frac{1}{2}\left(q_1 V(\vec{r}_i) + q_2 V(\vec{r}_2) + \ldots + q_N V(\vec{r}_N)\right)
\end{aligned}
$$

Por lo tanto

$$
\boxed{W^{\text{total}} = -\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{N} q_i V(\vec{r}_i)}
$$

Por otro lado sabemos que dicho trabajo es conservativo, de modo que la energía potencial electrostática asociada satisface: $W^{\text{total}} = -\Delta U^{\text{total}}$. Puesto que cuando las partículas están en infinito se tiene $U = 0$ resulta la energía potencial electrostática asociada a la configuración final de cargas está dada por:

Energía potencial electrostática asociada a la configuración final de cargas

$$U_{\text{final}}^{\text{total}} = \Delta U^{\text{total}} = -W^{\text{total}} = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{N} q_i V(\vec{r}_i)$$

Para el caso de cargas distribuidas en forma continua se tiene la relación equivalente

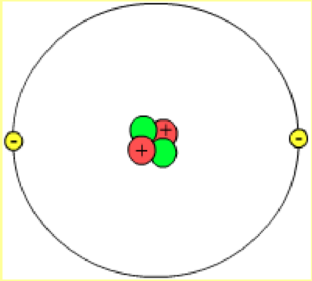
$$U^{\text{total}} = \frac{1}{2}\int dq V(\vec{r})$$

Algunos ejemplos:

14- Calcule el trabajo necesario para poner cuatro cargas de valor q en las esquinas de un cuadrado de lado a.

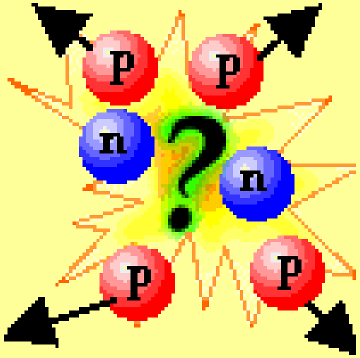
13- Considere una carga Q distribuida uniformemente en el volumen de una esfera de radio R. Calcule la energía potencial eléctrica almacenada en la esfera.

Recordemos un comentario de la primera clase:

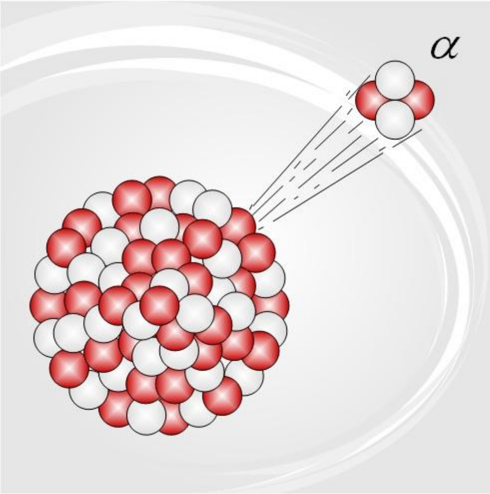


Helio

En un núcleo hay varios protones y todos son positivos. ¿Por qué no se apartan unos de otros?
Existe otro tipo de fuerza denominada Fuerza Nuclear Fuerte que es mucho más intensa que la fuerza eléctrica pero que es de corto alcance.

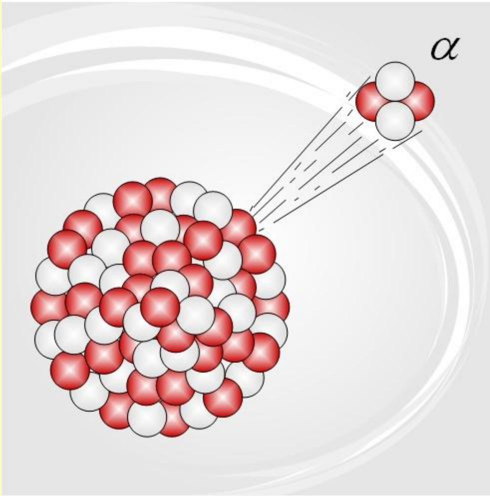


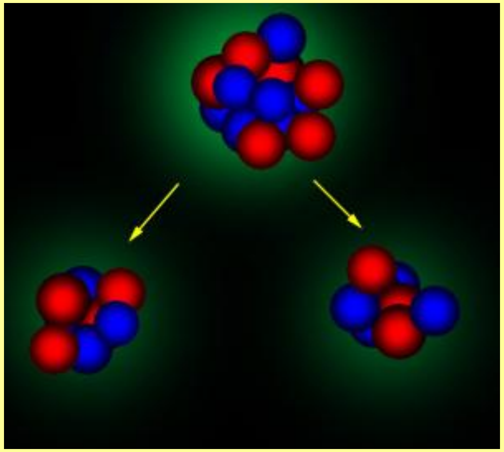
Consecuencia importante: Sí un núcleo contiene demasiados protones se hace demasiado grande y no se mantiene unido.
Un ejemplo sería el uranio con 92 protones.



Cuanto mayor cantidad de protones haya en el núcleo, mayor será la intensidad de la repulsión eléctrica y, por tanto, el equilibrio será más inestable y el núcleo estará en mayores condiciones de explotar bajo la acción de las fuerzas eléctricas de repulsión. Si se golpea ligeramente el núcleo (por ejemplo con un bombardeo con neutrones lentos) se romperá en dos partes, cada una con carga positiva, y estas partes se apartarán debido a su repulsión eléctrica.

La energía que se libera es la energía de la bomba atómica (fisión). Esta energía se llama comúnmente nuclear, pero es en realidad energía eléctrica liberada cuando las fuerzas eléctricas superan a las fuerzas de atracción nuclear.





Veamos este ejemplo en la pizarra

Fin