Campos Electromagnéticos

“El Campo Magnético”

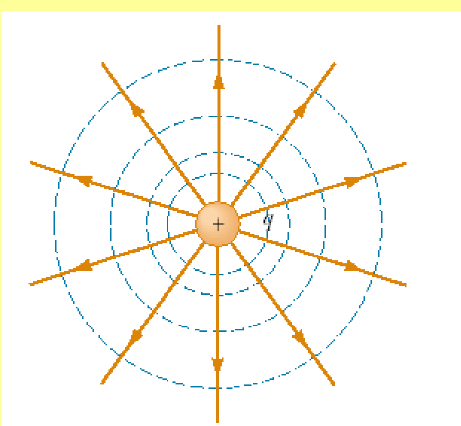
Profesor: Pedro Labraña
Departamento de Física,
Universidad del Bío-Bío

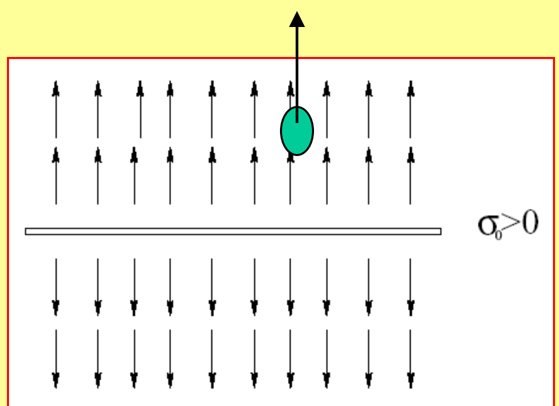
El Campo Magnético

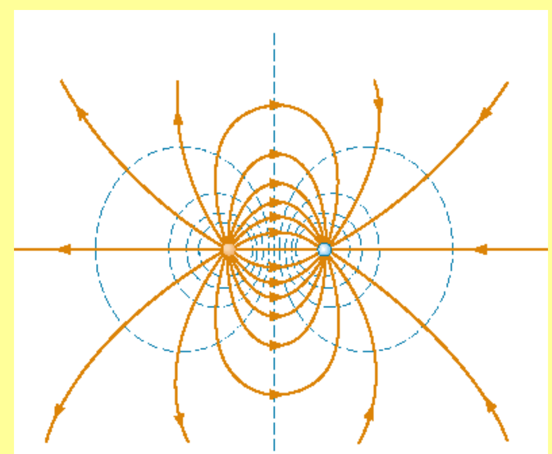
El Magnetismo, El Campo Magnético, Fuerza de Lorentz, Ley de Biot-Savart, Ley de Ampere

El Magnetismo

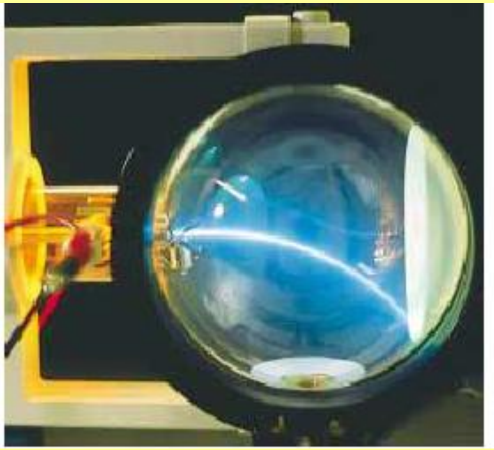
Recordemos: Hasta ahora, hemos hablado del campo eléctrico. La imagen mental que induce el campo eléctrico es bastante clara: actúa sobre las cargas atrayéndolas o empujándolas. El campo eléctrico tal como lo conocíamos también tenía un origen claro: es emanado y absorbido por las cargas eléctricas. Las líneas de campo eléctrico nacían y morían en cargas eléctricas. Todo era claro y directo

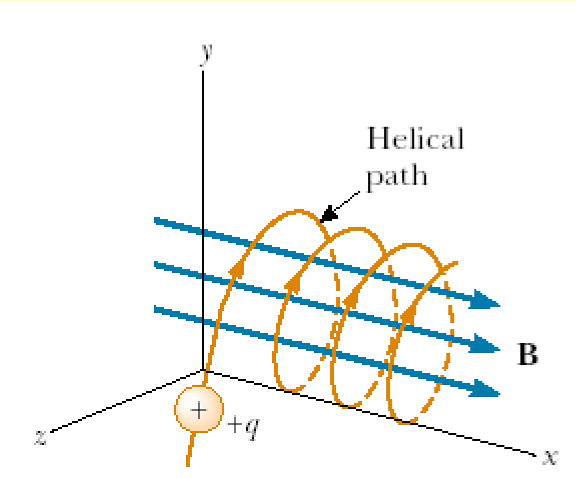


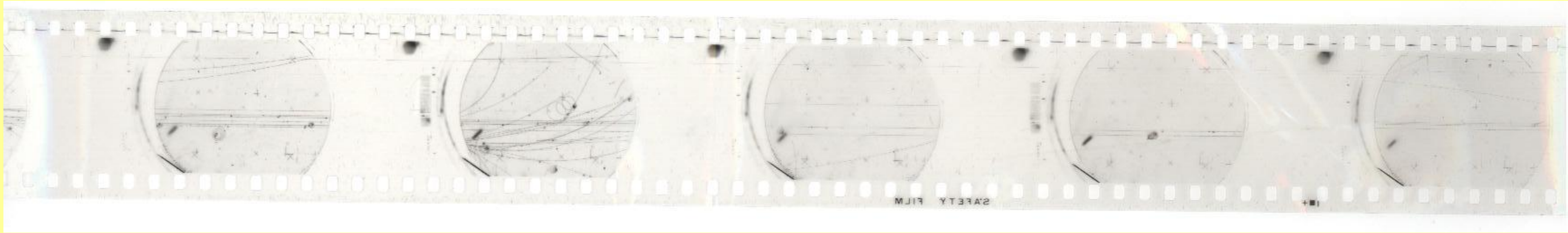




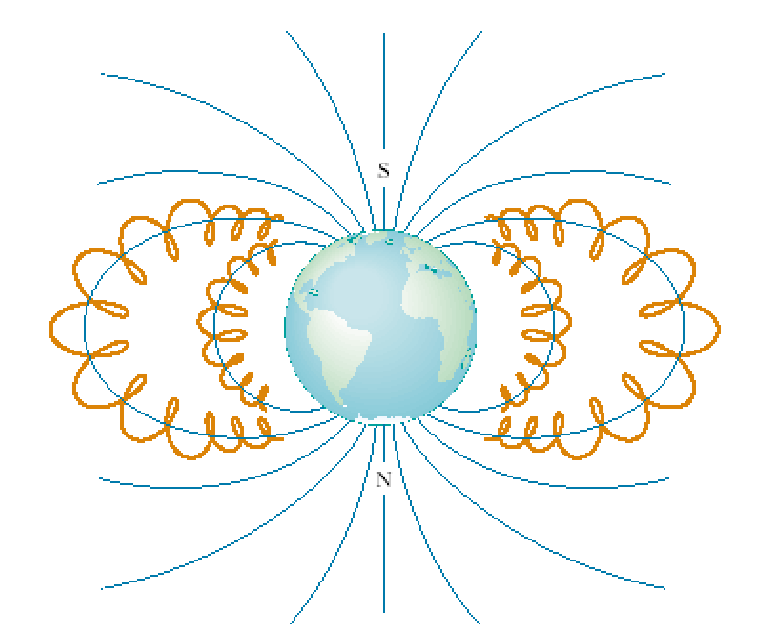
Ahora todo se volverá fantástico, curioso y móvil. El campo magnético actúa sólo sobre cargas en movimiento de una forma mucho más curiosa. Las líneas de campo magnético son como cuerdas elásticas, entre las cuales las cargas en movimiento se enredan, de la misma forma como una enredadera se enrolla sobre su guía.





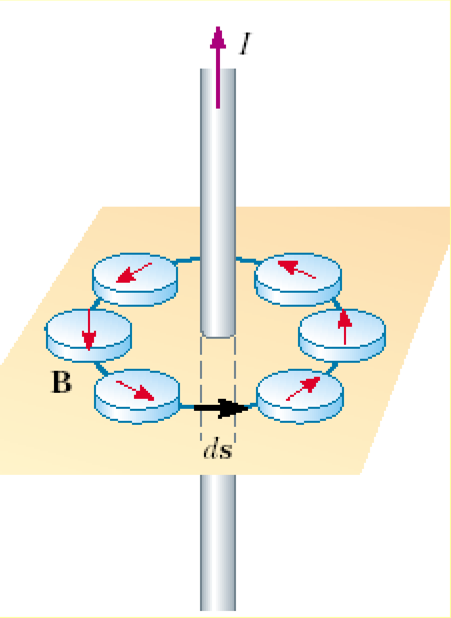


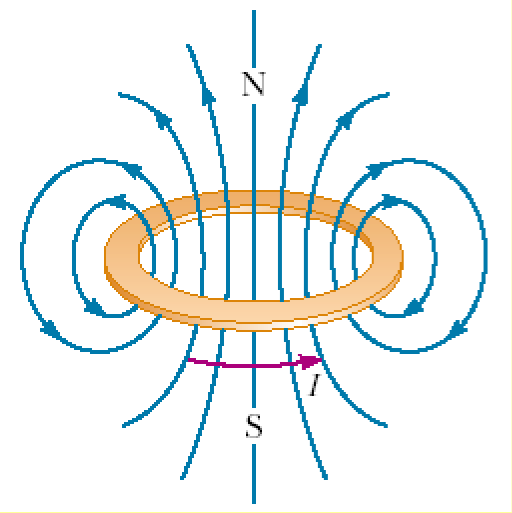
Este hecho es fundamental para nuestra existencia: el campo magnético de la Tierra atrapa y "enreda" las partículas del viento solar, protegiendo así las formas de vida que habitan nuestro planeta. El viento solar puede cambiar radicalmente el rostro de un mundo: cuando la actividad geológica de Marte se detuvo, y el planeta perdió su campo magnético, el viento solar arrancó a girones la atmósfera de ese mundo, transformándolo en un lugar seco, frío y desolado. El que estas partículas sean atrapadas por nuestro campo magnético da origen a uno de los más hermosos espectáculos naturales: las auroras boreal y austral.

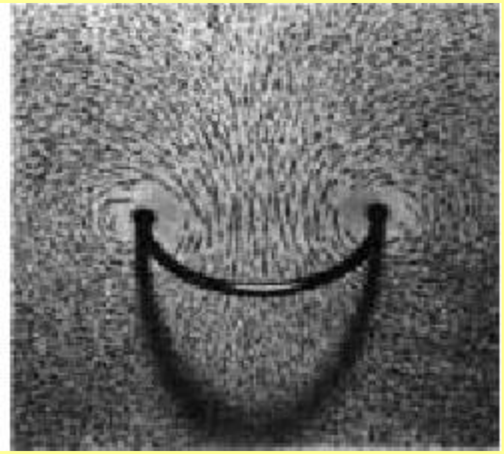


Ver videos

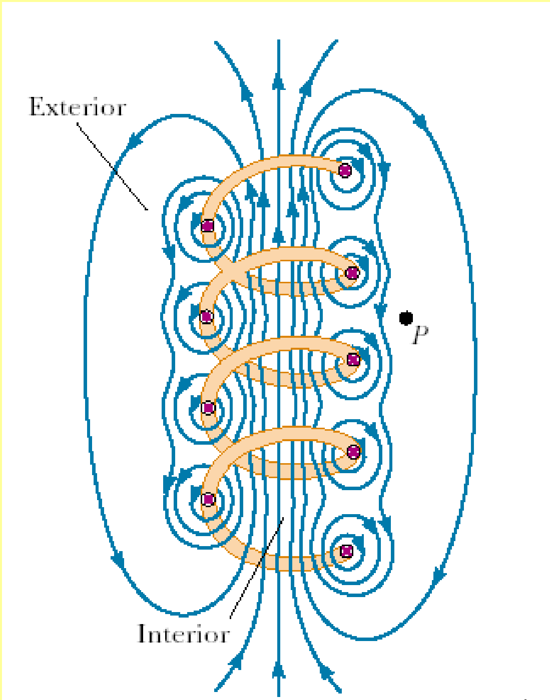
En una hermosa simetría, el campo magnético mismo es producido por cargas en movimiento, enrollándose en torno de las corrientes eléctricas.

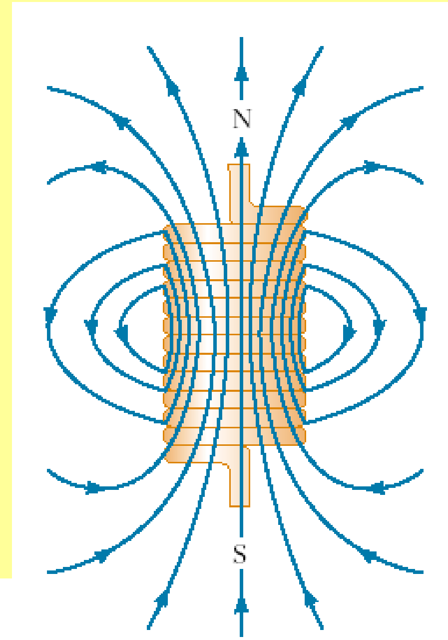


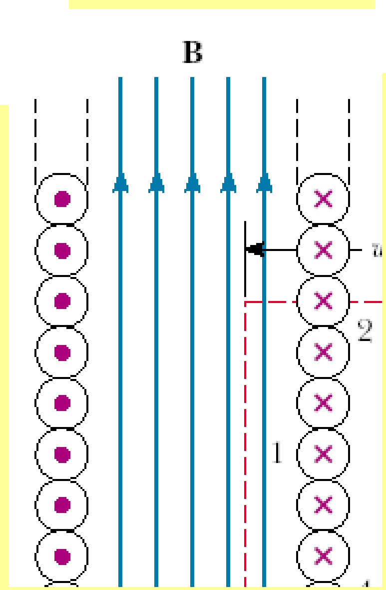




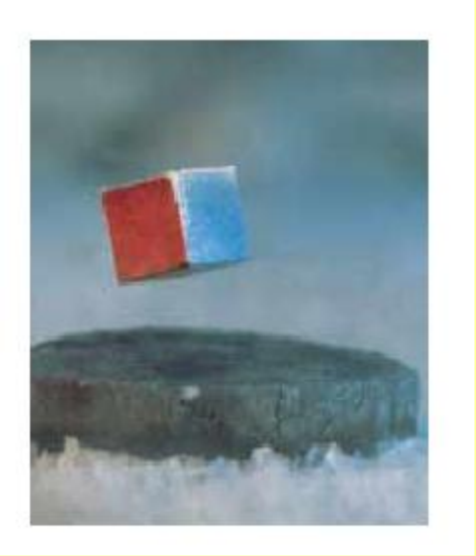
Esto nos permite construir cosas como el **Solenoide**



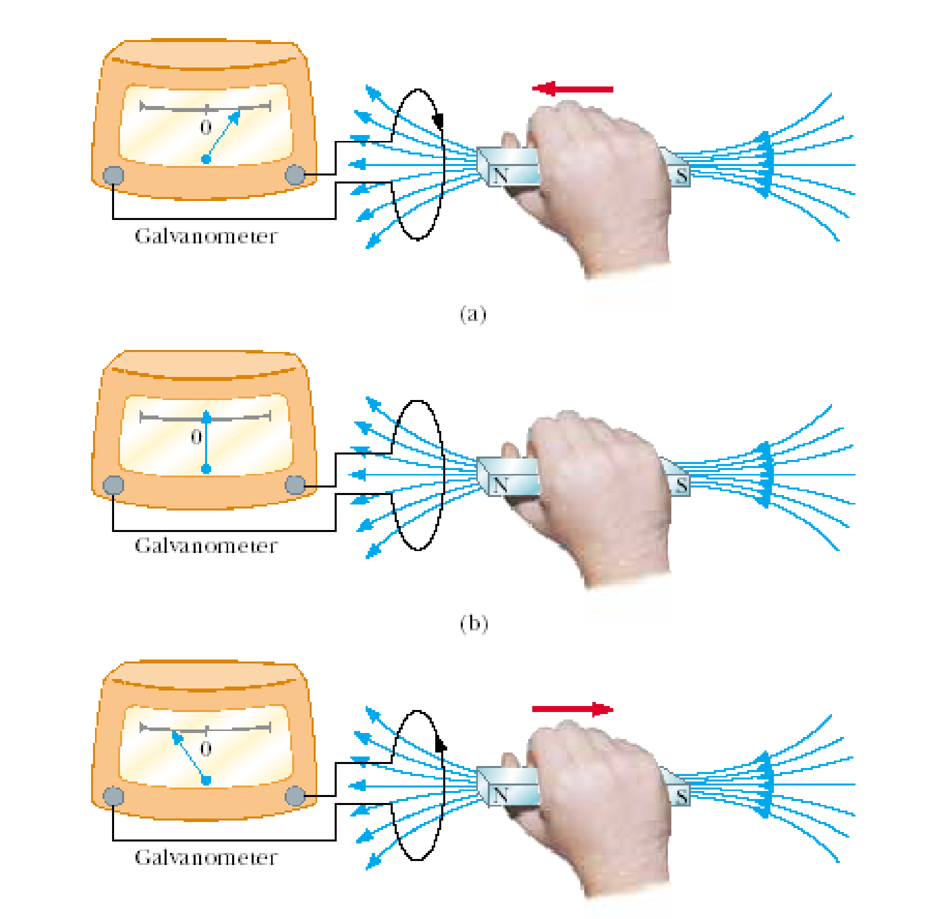




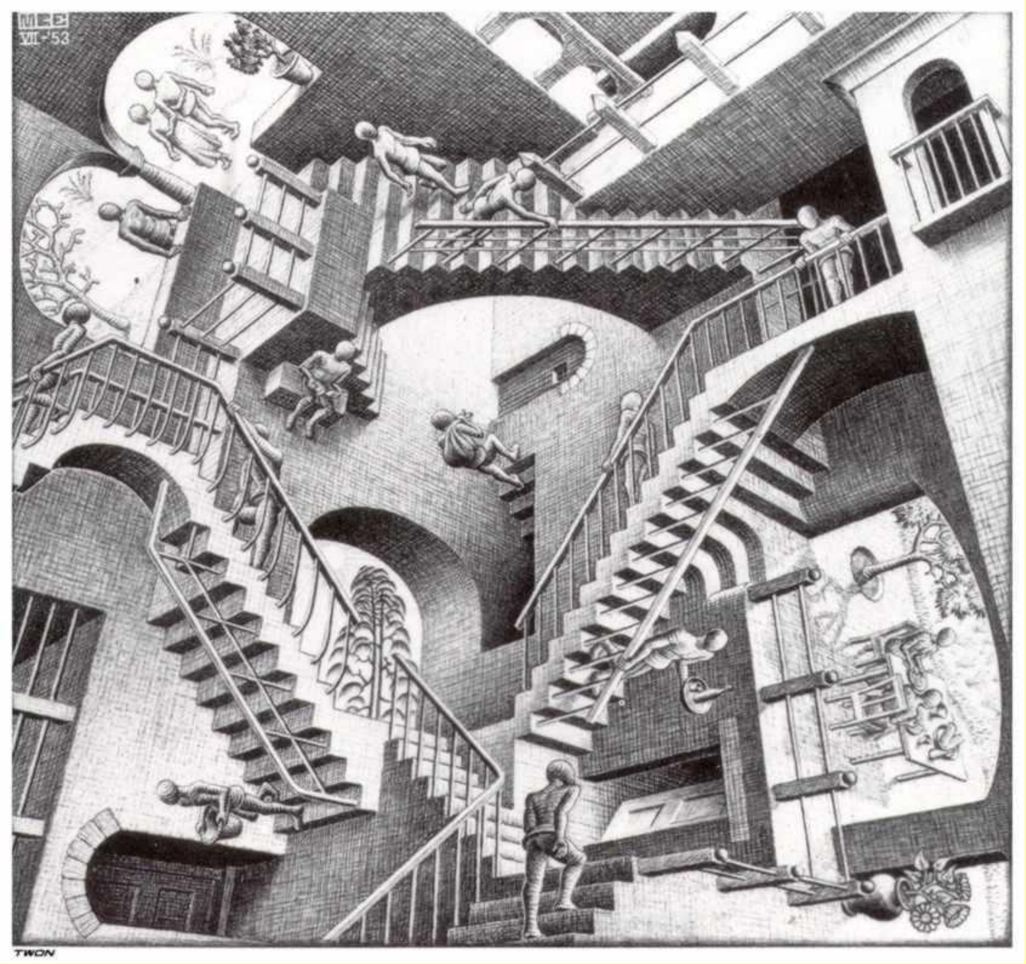
Por otra parte, la materia se comporta de formas curiosas bajo la influencia de los campos magnéticos. Hay materiales que son a atraídos por el campo magnético (Ferromagnéticos y Paramagnéticos), otros que son repelidos (Diamagnéticos) y por último, otros que se pueden magnetizar y generar un campo magnético ellos mismos (Ferromagnéticos). Los superconductores son materiales perfectamente diamagnéticos, el campo magnético no puede penetrarlos. Esto tiene aplicaciones asombrosas ver video. Otro ejemplo de un material diamagnético es el agua (ver video):



Finalmente y para continuar con las simetrías debemos mencionar que no es posible hablar del campo eléctrico sin hablar del campo magnético una ves que consideramos campos que pueden variar en el tiempo. Como veremos más adelante no solo una corriente eléctrica puede generar un campo magnético también una campo magnético puede generar una corriente (un campo eléctrico), situación descrita por la Ley de Faraday.

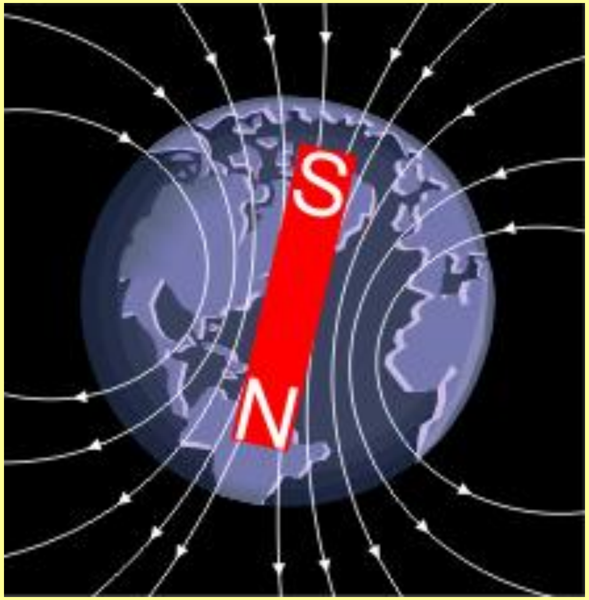


Además el electromagnetismo es el punto de partida y motivación principal para la teoría de la Relatividad Especial, ver ejemplo en la pizarra

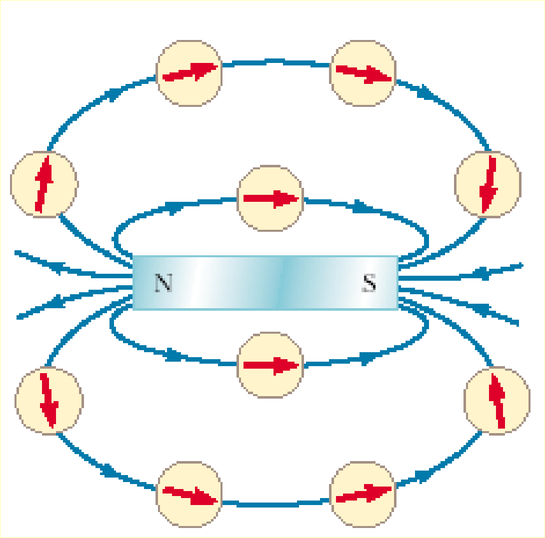


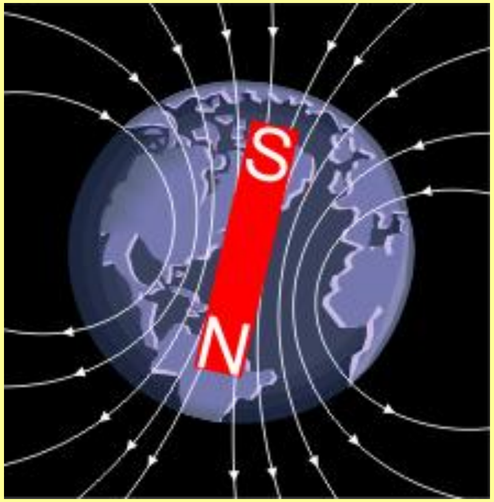
El Campo Magnético

La ciencia del magnetismo nació con la observación de que ciertas piedras (magnetita) atraían pedazos de hierro. La palabra magnetismo viene de la región de magnesia en el Asia Menor, que es uno de los lugares en donde se encontraban estas piedras. La foto de la izquierda muestra un imán permanente, un descendiente directo de esos imanes naturales (piedras de magnetita). La tierra también es un imán natural (Brújula y auroras).



El campo magnético **B** es un campo vectorial (a cada punto del espacio le asigna un vector). La dirección en la cual apunta el campo magnético en un punto dado del espacio se define según la dirección el la cual apunta la punta de una brújula en ese punto





Notar que las líneas del campo magnético salen del polo norte y entran en el polo sur. Un hecho importante es que no existe un polo magnético aislado. No existe un monopolo magnético, esto es un hecho experimental!!!

Una manera practica de definir al campo magnético es en función de la fuerza magnética que este ejerce sobre una carga en movimiento.

La Fuerza de Lorentz

Se puede demostrar experimentalmente que las partículas cargadas experimentan una fuerza en presencia de un campo magnético. Esta fuerza depende no sólo de la posición de la carga (como ocurre en el caso de la fuerza electrostática), si no que también depende de la velocidad de la carga. Además depende en forma lineal de la magnitud de la carga y de la magnitud del campo magnético. Un punto importante respecto a esta "nueva fuerza" es que no realiza trabajo.

Ley de Fuerza Magnética

¿Cuál es la ley de dicha fuerza? . Es claro que tiene que ser:

- un vector
- lineal en la carga q
- una función lineal en el vector velocidad $\vec{v}$, lo que ya sugiere que la forma de la fuerza es

$$\vec{F} \sim q\vec{v}$$

- pero, a la vez no debe hacer trabajo, es decir la integral

$$W = \int \vec{F} \cdot d\vec{r} = 0$$

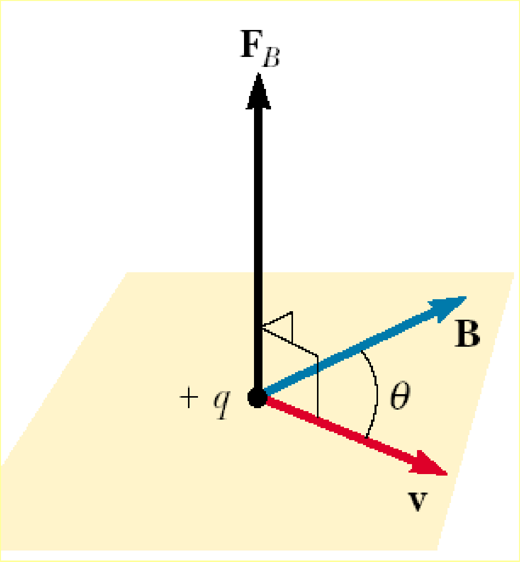
para cualquier camino de integración. Esto excluye la posibilidad que dicha fuerza sea colineal con $\vec{v}$, pero admite que dicha fuerza sea perpendicular a la velocidad $\vec{v}$.

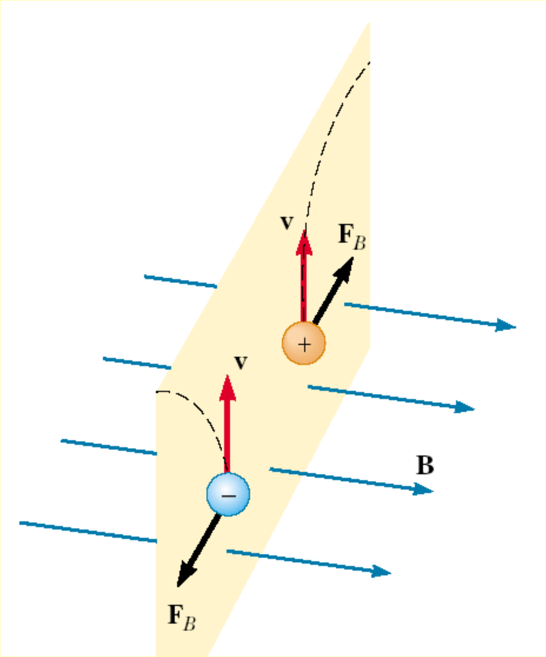
Fuerza magnética:

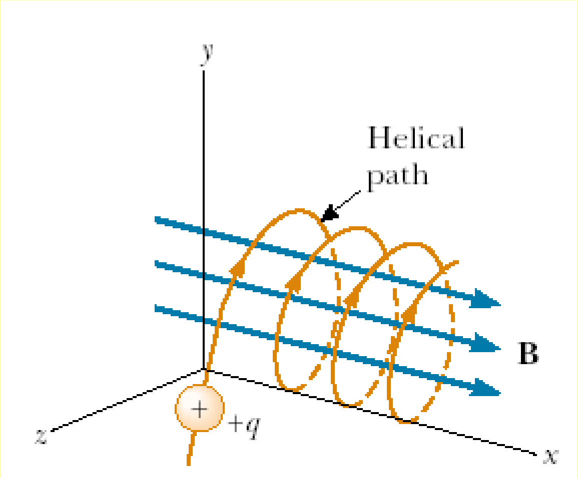
$$\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}$$

Donde q es el valor de la carga eléctrica, **v** es el vector velocidad de la carga eléctrica y **B** es un campo vectorial denominado Campo Magnético o campo de inducción magnético.

$$\boxed{\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}}$$



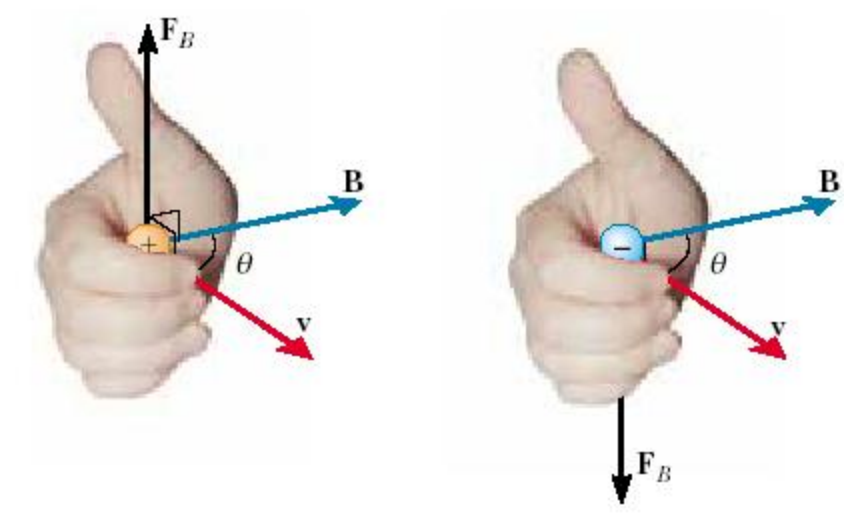




Ver video UBB

No olviden las propiedades del producto cruz (ver apuntes de las primeras clases).

La regla de la mano derecha:



$$\boxed{\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}}$$

Fuerza de Lorentz

El efecto conjunto de la fuerza eléctrica y del campo magnético se denomina *fuerza de Lorentz*:

$$\boxed{\vec{F} = q(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B})}$$

Unidades del Campo de Inducción Magnética

De esta ultima expresión se ve que, en el sistema internacional de unidades, puesto que las unidades de $\vec{E}$ son [N/C]=[V/m], entonces las unidades de $\vec{B}$ son [V seg/m^2]=1 [Weber/m^2]= 1[Tesla] que se abrevia [T].

La conección con el sistema CGS de unidades es 1 [T] = 10^4 [Gauss]. Magnitudes típicas son:

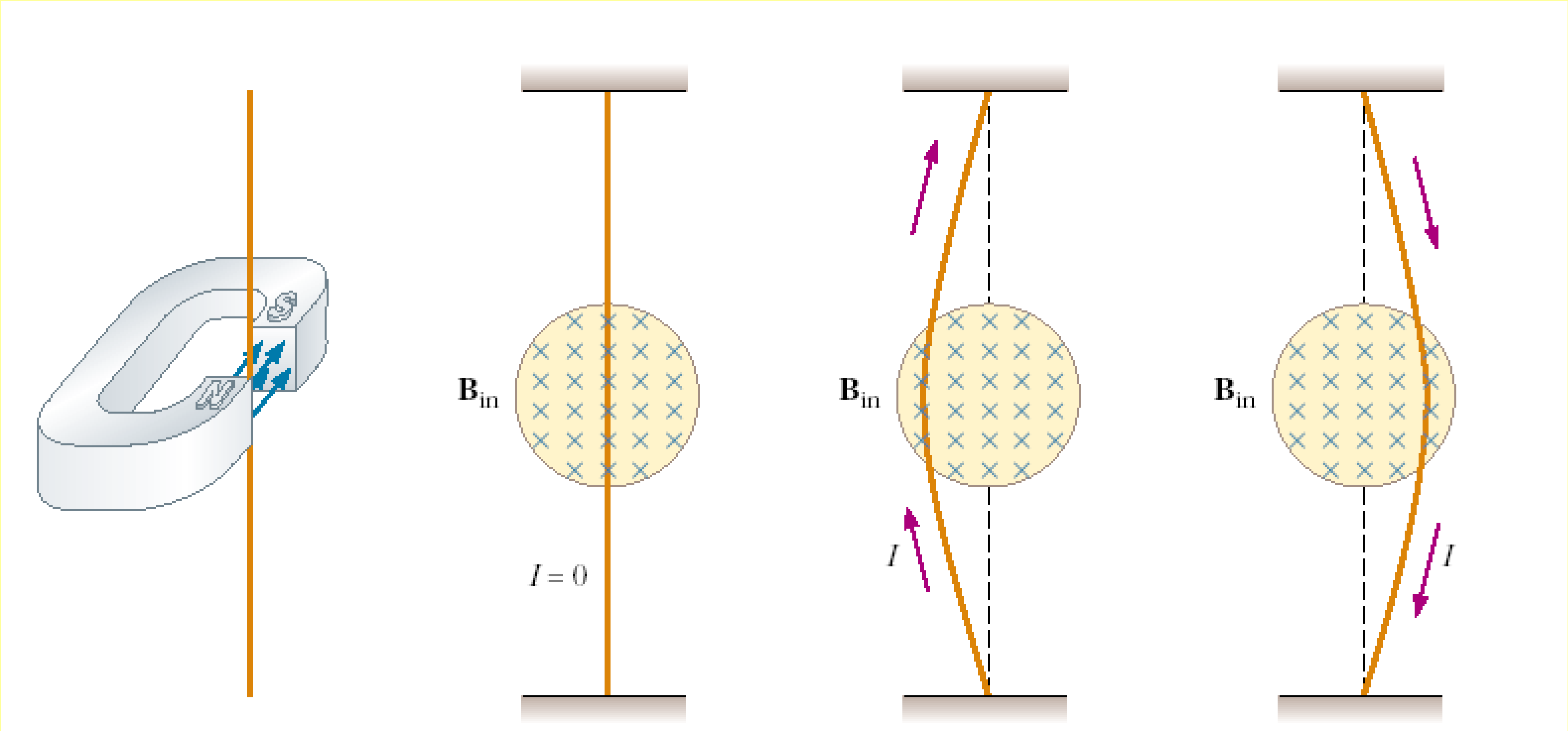
Algunos ejemplos

- imanes de laboratorio: 2.5 [T] = 25000 [Gauss],
- imanes superconductores: 25 [T] = 250000 [Gauss]
- campo magnetico de la Tierra: 0.5×10^{-4} [T] = 0.5 [Gauss].

LHC

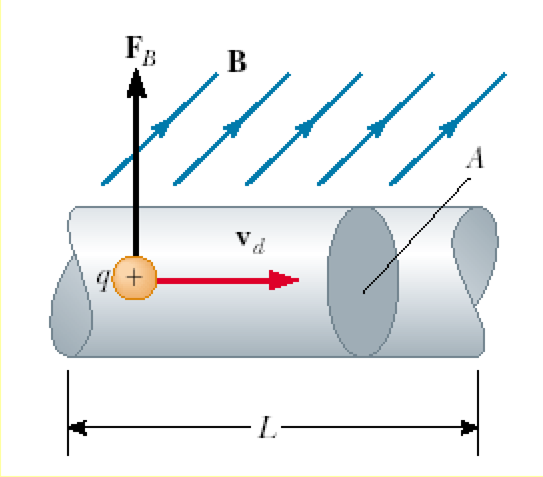
Fuerza magnética sobre un cable que conduce una corriente I

Observamos:



Cable recto de largo L:

Consideremos un segmento recto de cable de área A largo L, por el cual circula una corriente I en presencia de un campo magnético uniforme **B**.



La fuerza magnética que siente un portador de carga q será $q\mathbf{v}_d \times \mathbf{B}$.

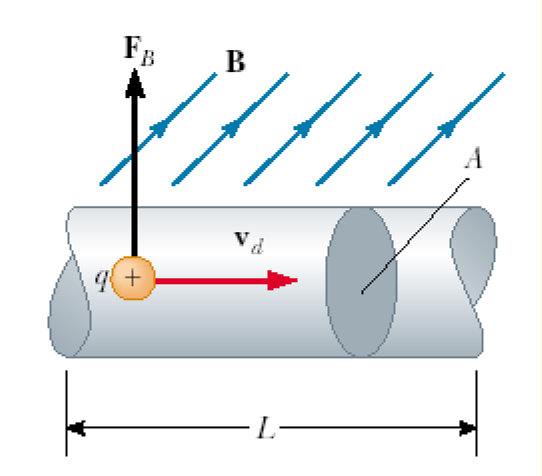
Luego la fuerza sobre todo el segmento será:

$$\vec{F}_m = (q\,\vec{v}_d \times \vec{B})nAL$$

Utilizando la definición para la corriente I podemos escribir:

$$\vec{F}_m = (q\,\vec{v}_d \times \vec{B})nAL$$

$$\boxed{\vec{F}_m = I\,\vec{L} \times \vec{B}}$$

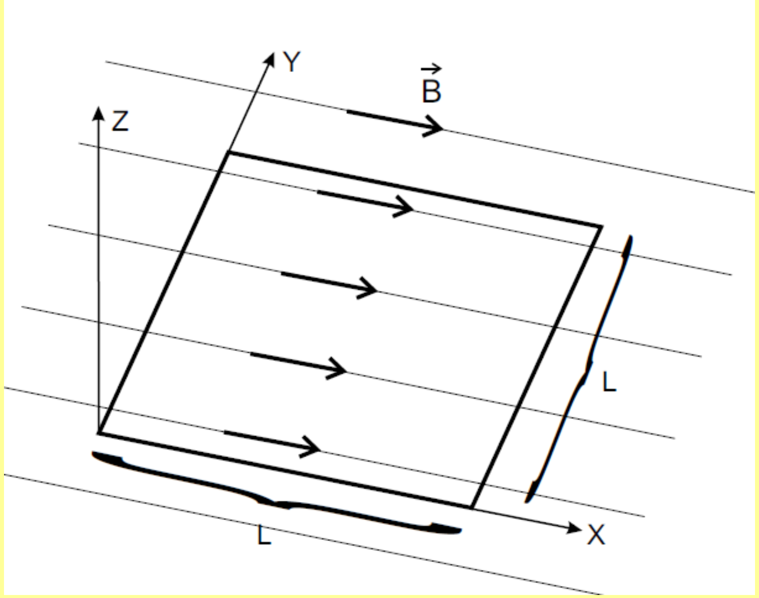


Donde el vector L es un vector que apunta en la dirección en la cual circula la corriente y que tiene una magnitud igual al largo del segmento L.

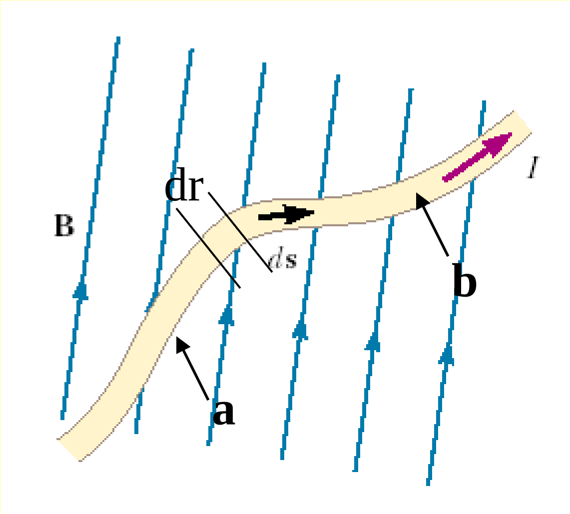
Ejemplo

Tarea

Se introduce una espira cuadrada de largo L en una región con campo magnético uniforme de magnitud B y paralelo a la superficie que contiene la espira (ver figura). Determinar la fuerza sobre cada segmento de la espira.



Cable de forma arbitraria:



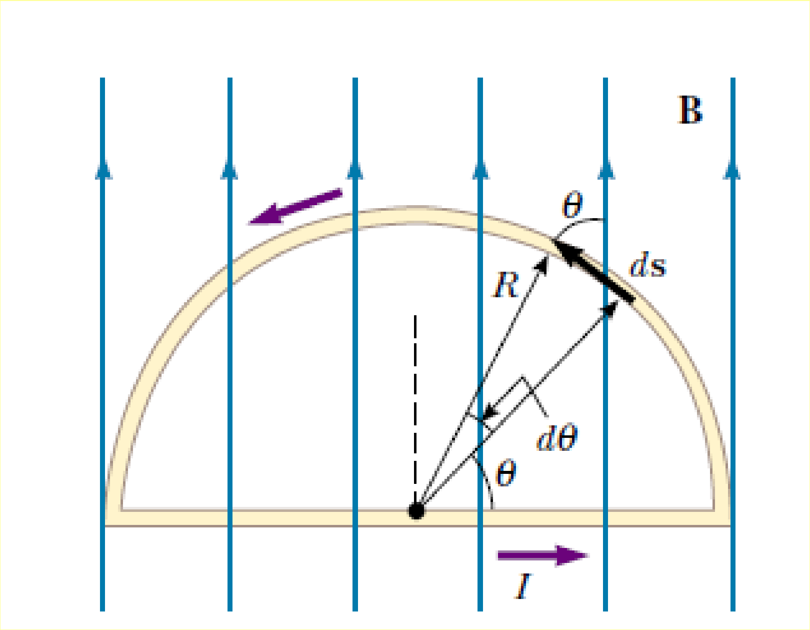
Consideramos la fuerza sobre un segmento de un cable por el cual circula una corriente I.
Para calcular la fuerza total primero calculamos la fuerza sobre un trozo de este cable de largo dr

$$d\vec{F}_m = I\, d\vec{r} \times \vec{B}$$

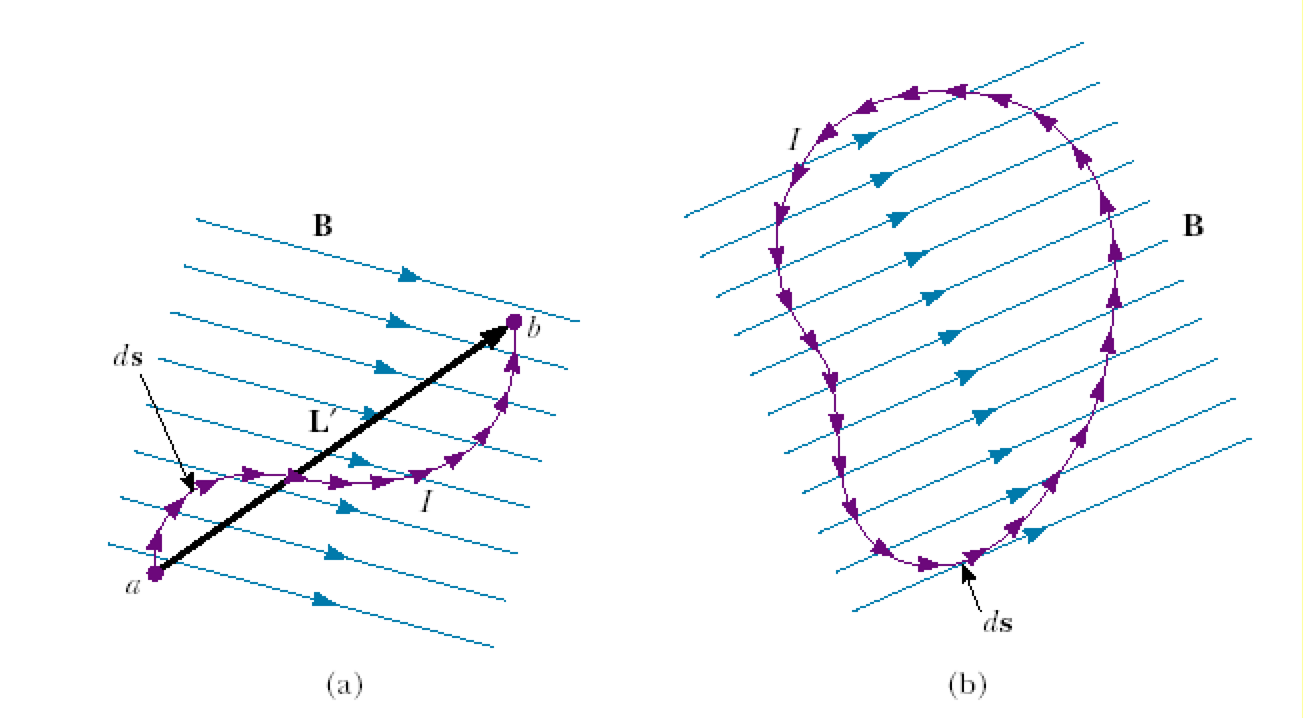
Para calcular la fuerza sobre todo el segmento sumamos las fuerzas sobre todos los trozos de largo dr que componen al segmento. Luego obtenemos

$$\vec{F}_m = \int_a^b d\vec{F}_m = \int_a^b I\, d\vec{r} \times \vec{B} = I \int_a^b d\vec{r} \times \vec{B}$$

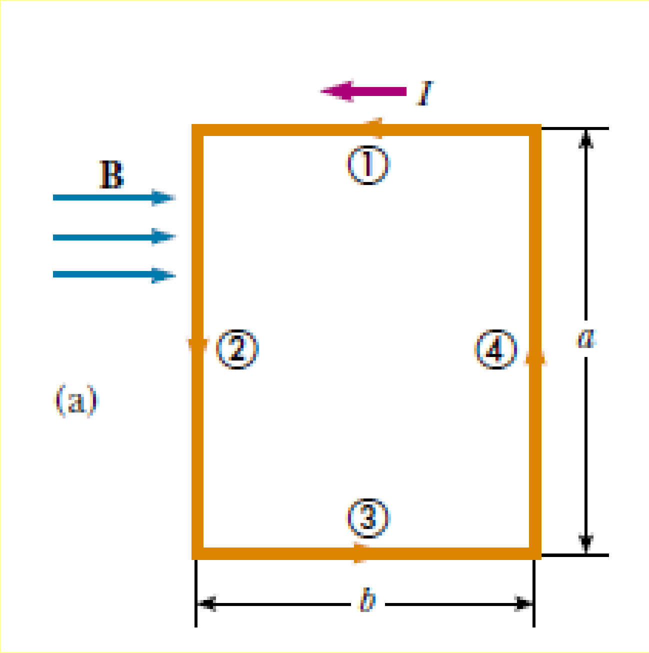
Ejemplo 2: Calcule la fuerza total sobre el siguiente cable por el cual circula una corriente I



Ejemplo: Calcule la fuerza sobre estos dos alambres curvos por los que circula una corriente I



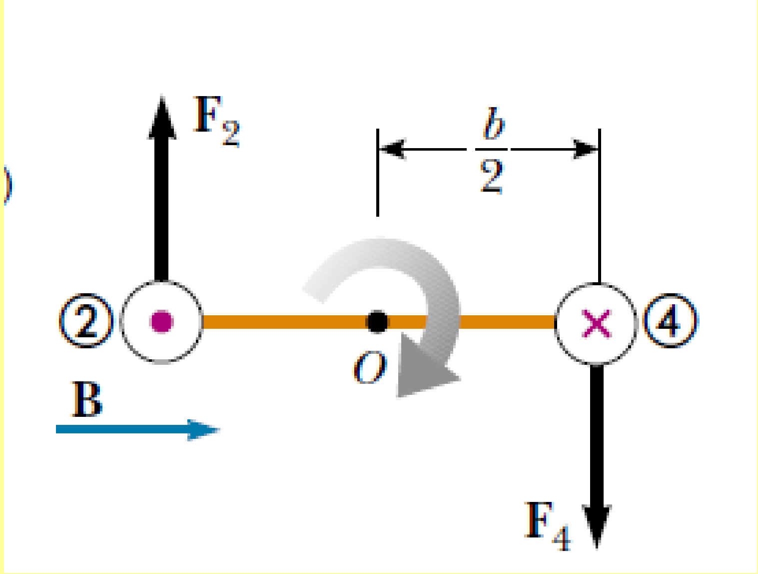
Torque sobre una espira cerrada y plana



Si tenemos una espira cerrada por la cual circula una corriente I, entonces la fuerza total que esta siente en presencia del campo magnético **B** es cero. Ver los dos ejemplo anteriores, pero este es un resultado general.

Sin embargo el hecho de que la sumatoria de fuerzas sobre la espira sea cero esto no significa que la espira no hará nada interesante en presencia de un campo magnético (Por ahora consideraremos que el campo magnético es uniforme).

Podemos notar que la sumatoria de torques sobre la espira **no es cero.** Esto provocará que la espira rote. (Ver figura)
En este caso la magnitud del torque total sobre la espira es:



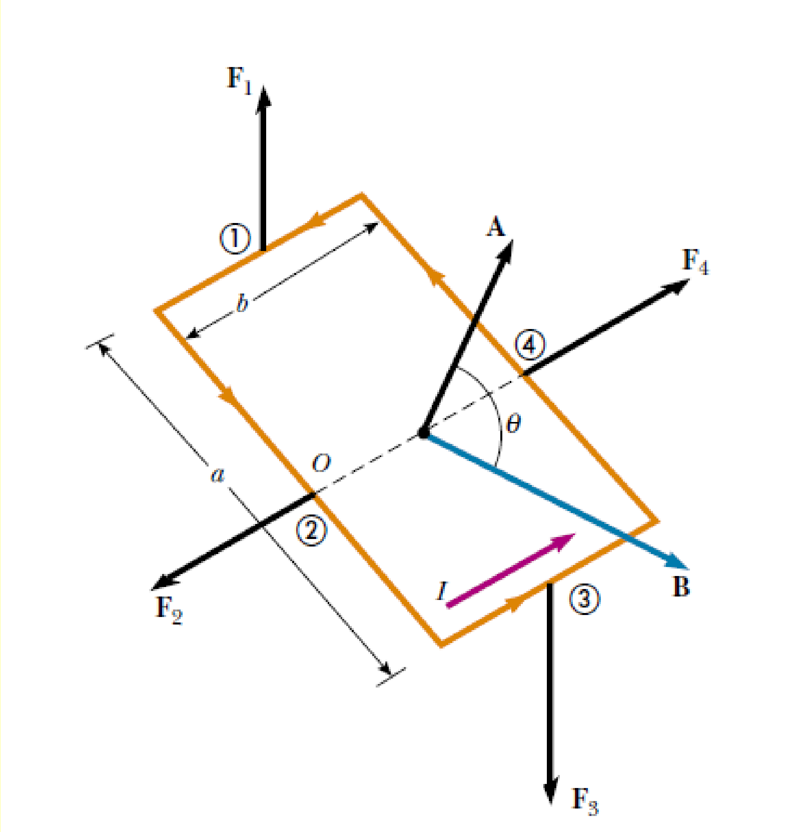
$$\tau_{\max} = F_2 \frac{b}{2} + F_4 \frac{b}{2} = (IaB)\frac{b}{2} + (IaB)\frac{b}{2} = IabB$$

Además el torque total apunta hacia adentro de la pantalla (ver pizarra). Este torque es denominado el torque máximo que puede sentir la espira en presencia de **B**. Utilizando que ab es el área de la espira podemos escribir

$$\tau_{\max} = IAB$$

¿Qué pasa si el campo magnético **B** forma un angulo θ respecto al vector **n** ortogonal al plano de la espira?

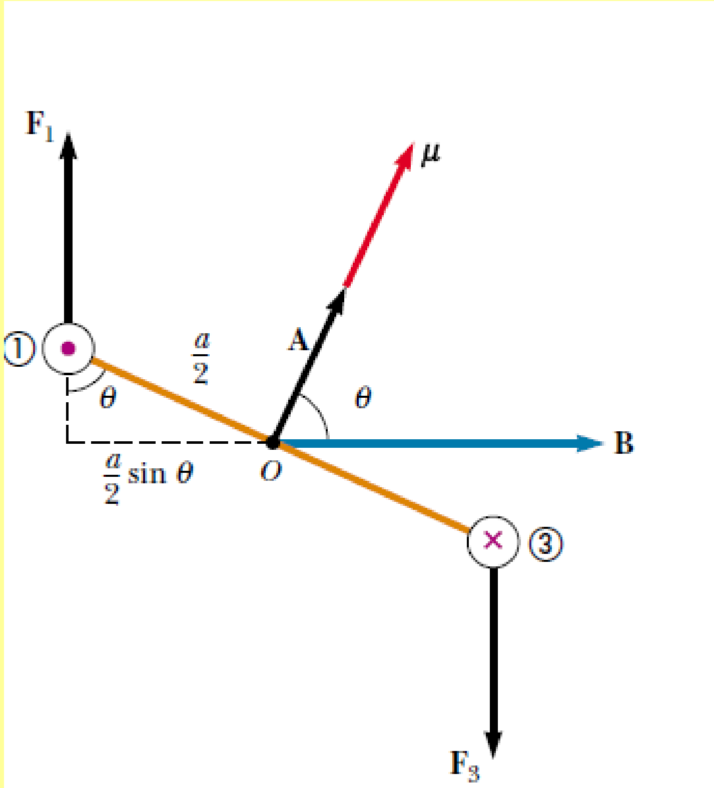
$$\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}$$



Calculamos el torque respecto al origen, que en este caso está ubicado en el centro de la espira. Podemos notar que las fuerzas F2 y F4 no realizan torque debido a que la dirección en la cual apuntan estas fuerzas y los vectores que indican donde se aplica estas fuerzas son paralelos (Ver pizarra)

$$\vec{\tau} = \vec{\tau}_1 + \vec{\tau}_2 + \vec{\tau}_3 + \vec{\tau}_4$$

Las otras dos fuerzas sí generan torques sobre la espira (ver dibujo y la pizarra)



El torque generado por ambas fuerzas apunta hacia adentro de la pantalla de modo que la magnitud del torque total sobre la espira será

$$\begin{aligned}\boldsymbol{\tau} &= F_1\frac{a}{2}\sin\theta + F_3\frac{a}{2}\sin\theta \\ &= IbB\left(\frac{a}{2}\sin\theta\right) + IbB\left(\frac{a}{2}\sin\theta\right) = IabB\sin\theta \\ &= IAB\sin\theta\end{aligned}$$

El torque total apunta hacia adentro de la pantalla

Ver pizarra

Este resultado nos dice que el torque es máximo cuando el vector normal al plano de la espira **n**, es ortogonal al campo magnético. Por otro lado el torque es nulo cuando **n** es paralelo al campo magnético. (Ver pizarra)

Podemos reescribir este resultado de manera más general de la siguiente forma

$$\vec{\tau} = IA\vec{n} \times \vec{B} = I\vec{A} \times \vec{B}$$

Donde $\vec{A}$ es un área orientada (ver pizarra)

Momento magnético de la Espira

En virtud de los resultados anteriores definimos el Momento Magnético de una espira plana (algunas veces denominado Momento Dipolar Magnético de la Espira) de la siguiente manera

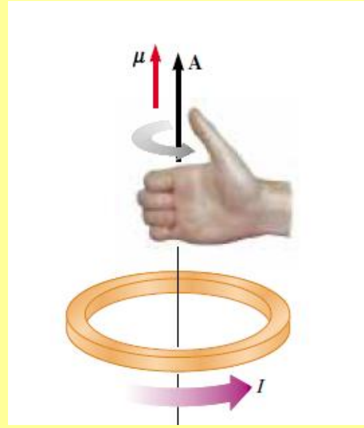
$$\vec{\mu} = I\vec{A}$$

En el sistema MKS
Unidades:
$\text{ampere}-\text{meter}^2 \ (\text{A} \cdot \text{m}^2)$

Luego el torque que siente una espira en presencia de un campo magnético será

$$\vec{\tau} = \vec{\mu} \times \vec{B}$$

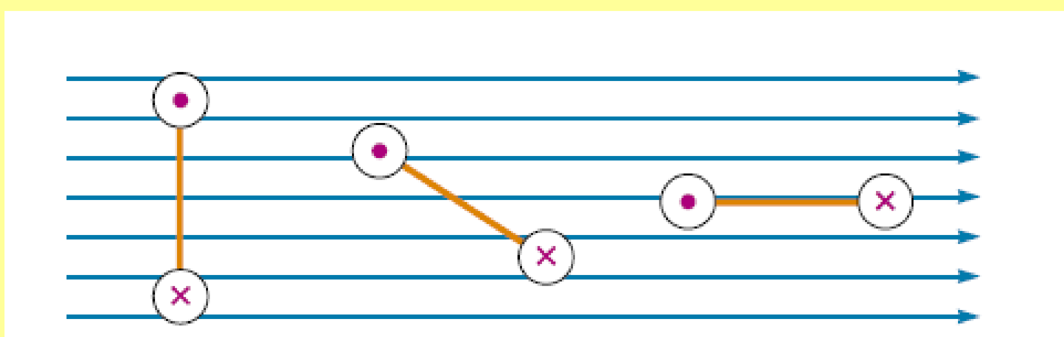
Notemos que si el momento magnético de la espira esta alineado con el campo magnético entonces el torque es cero, por otro lado el torque es máximo cuando **μ** es ortogonal al campo magnético



Si tenemos una espira de n vueltas entonces el momento magnético de esa espira será simplemente

$$\vec{\mu}_n = n\, I\, \vec{A}$$

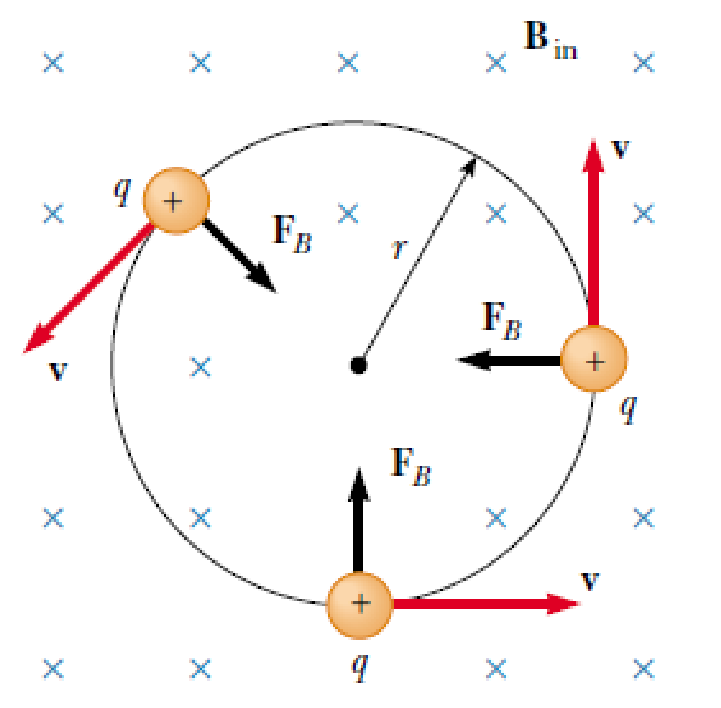
¿Cuál de las siguientes espiras idénticas experimenta el mayor torque?



Movimiento de una partícula cargada en un campo magnético uniforme

Recordemos que la fuerza que experimenta una carga eléctrica en presencia de un campo magnético es perpendicular a la velocidad de la partícula (no hace trabajo).

Consideremos el movimiento de una partícula de carga q positiva y velocidad inicial perpendicular al campo magnético. Para fijar ideas consideremos que el campo magnético apunta hacia adentro de la pantalla. La figura de abajo representa el movimiento que realizaría esta partícula.



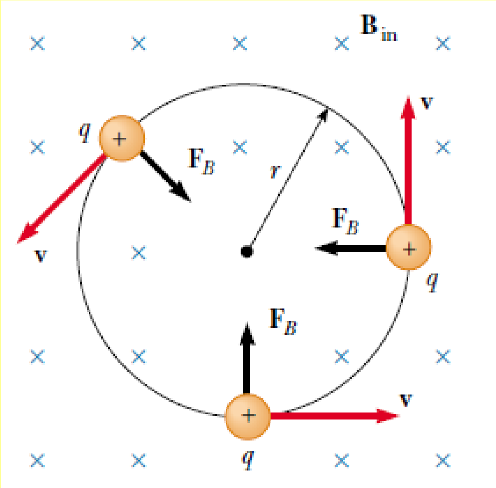
La partícula describe este movimiento debido a que la fuerza que experimenta es ortogonal tanto a la velocidad como al campo magnético

$$\boxed{\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}}$$

Además el modulo de esta fuerza es constante.

$$|\vec{F}_m| = q\,v\,B$$

$$|\vec{v}| = v \qquad |\vec{B}| = B$$



Como la fuerza defecta a la partícula entonces la dirección de la velocidad y de la fuerza cambian continuamente (ver figura). Como la fuerza simpre apunta hacia el centro del circulo entonces sólo cambia la dirección el la cual apunta la velocidad, no su modulo. El resultado es un muvimeinto circular uniforme. Si la carga es positiva el sentido de la rotación es anti-horario. Si la carga es negativa entonces el sentido de la rotación es horario.

Ecuaciones de movimiento

Escribimos las ecuaciones en coordenadas cilíndricas (polares). En este caso la fuerza apunta sólo en la dirección de $\hat{\rho}$

Luego la ecuación de movimiento se puede escribir (ver pizarra)

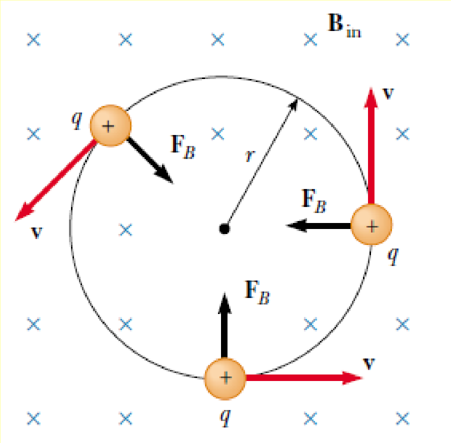
$$F_B = qvB = \frac{mv^2}{r}$$

De esta ecuación podemos despejar el radio de jiro

$$\boxed{r = \frac{mv}{qB}}$$

Radio de Larmor

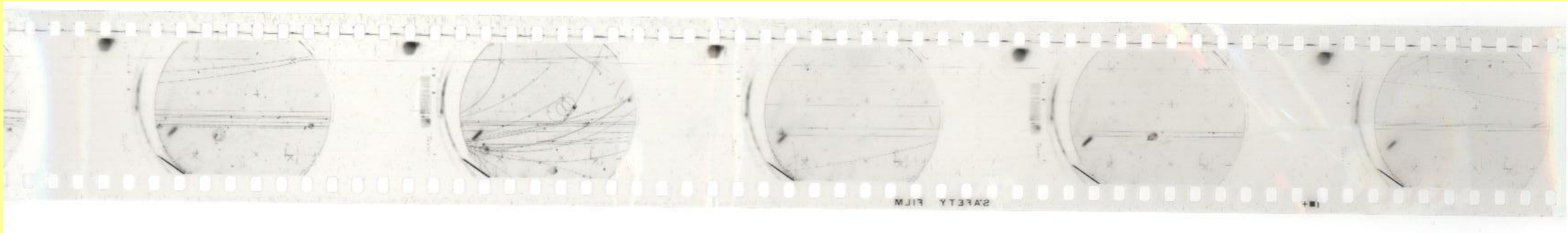
$$r = \frac{mv}{qB}$$



El radio de giro se conoce como radio de Larmor. Podemos notar que este radio depende del momentum inicial de la partícula (mv).

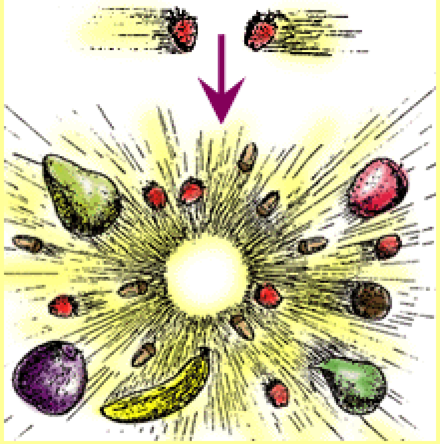
Notemos que: Partículas con un mayor momentum al entrar a una región donde existe un campo magnético uniforme se desviaran menos de su trayectoria original que partículas con un menor momentum.

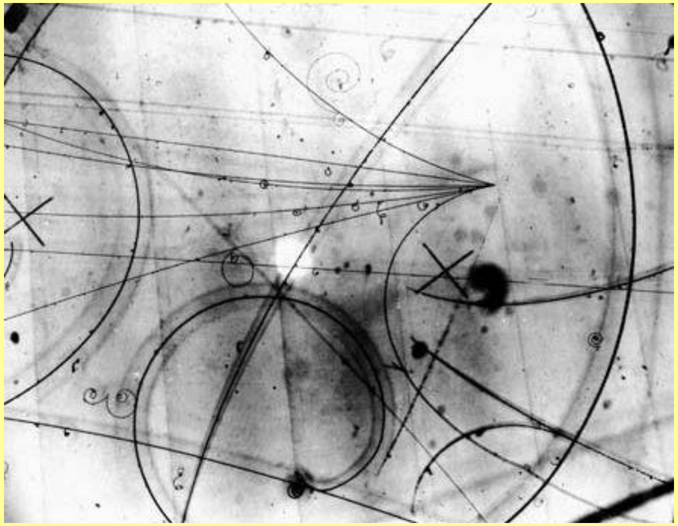
Esta propiedad es usada en los aceleradores de partículas para determinar que tipo de partículas resultan de determinada reacción.

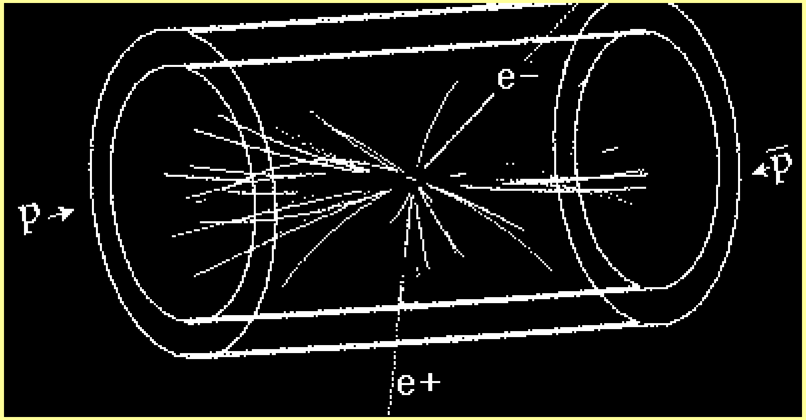


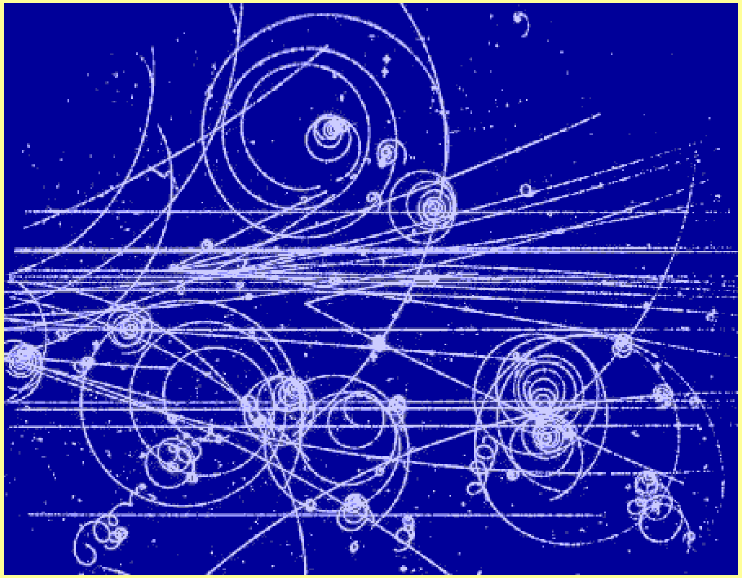
Un pequeño paréntesis:

¿Como explorar a la materia atómica y subatómica?



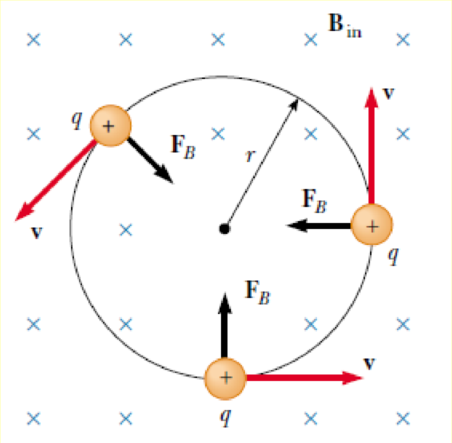






Periodo de Larmor

$$r = \frac{mv}{qB}$$



Podemos determinar cuanto tiempo se demora esta partícula de carga q en dar una vuelta completa. Este tiempo corresponde al periodo del movimiento circular uniforme

La velocidad angular en este caso será

$$\omega = \frac{v}{r} = \frac{qB}{m}$$

Conociendo la velocidad angular podemos determinar el periodo T del movimiento

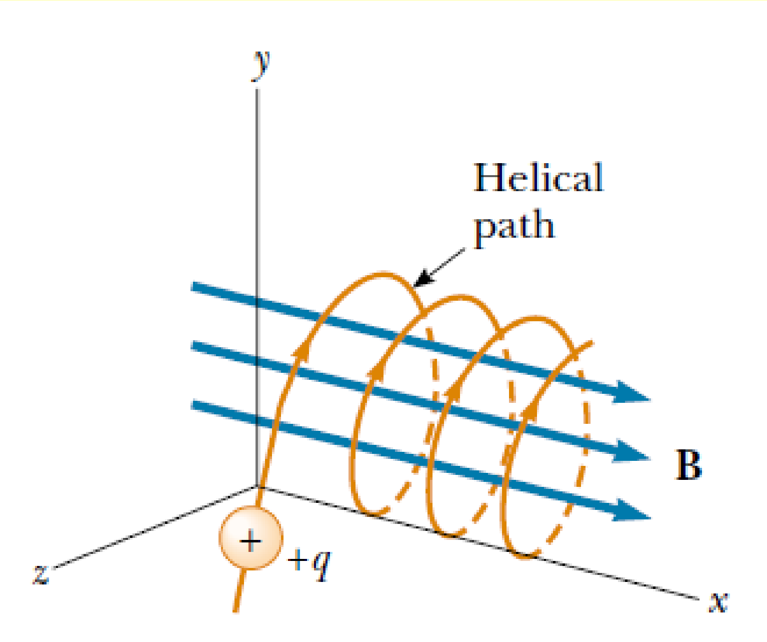
$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$

$$T = \frac{2\,\pi\,m}{qB}$$

Este periodo se conoce como periodo de Larmor (su reciproco es la frecuencia de Larmor). Podemos notar que no depende de la velocidad inicial de la partícula. Tampoco depende del radio de giro.

Movimiento general de una partícula en un campo magnético uniforme

Si una partícula se mueve en un campo magnético uniforme de modo que su velocidad forma un ángulo con respecto al campo magnético, entonces su trayectoria será una trayectoria helicoidal.



En este caso podemos separar el movimiento en dos. Uno paralelo a la dirección de **B** y otro ortogonal. Luego si separamos la velocidad de la carga en su parte paralela y ortogonal a **B**, tenemos:

$$\vec{v} = \vec{v}_{\perp} + \vec{v}_{||}$$

Podemos notar que en este caso no hay fuerzas en el eje X de modo que la aceleración en este eje será cero. Luego la partícula se desplaza con velocidad constante en el eje X.
La fuerza que experimenta la carga vive en el plano YZ y su magnitud es constante (ver pizarra):

$$\vec{F}_m = q\,\vec{v} \times \vec{B}$$

$$|\vec{F}_m| = q\,|\vec{v}_{\perp}|\,B$$

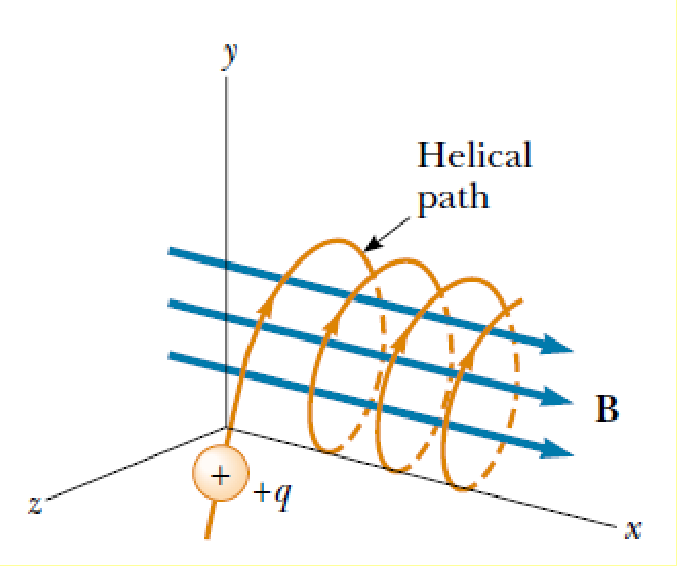
Luego el movimiento en el plano ortogonal al campo magnético YZ será exactamente igual al descrito con anterioridad, solo hay que cambiar

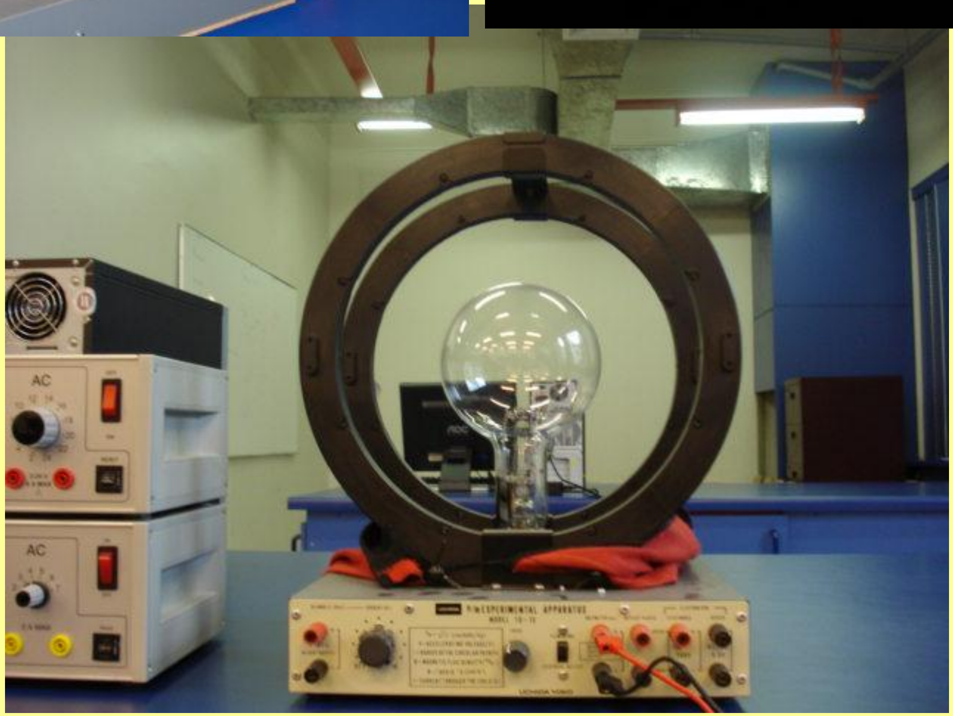
$$v \Longrightarrow |\vec{v}_\perp|$$

$$\boxed{r = \frac{mv}{qB}}$$

$$\omega = \frac{v}{r} = \frac{qB}{m}$$

$$\boxed{T = \frac{2\pi m}{qB}}$$





Ver video

Fin