Física II, Ondas
Clase 2

Profesor: Pedro Labraña
Departamento de Física,
Universidad del Bío-Bío

Carrera: Ingeniería Civil en Informática
Créditos: 5

Movimiento Oscilatorio

Conceptos Básico, El Oscilador Armónico Simple, Movimiento Armónico Simple, Consideraciones de Energía en el Movimiento Armónico Simple

Conceptos básicos

1) Movimiento periódico: Ejemplos de situaciones que sean periódicas

La entrega del diario cada mañana

Movimiento periódico: Se denomina movimiento periódico a todo aquél que se repite a intervalos regulares de tiempo. Ej. Péndulo, rotación de la tierra en torno al Sol, movimiento de las manecillas de un reloj, etc..

¿Cuanto es el tiempo que se requiere para que la situación descrita en 1) se repita?

Periodo: El periodo es el **tiempo** que se requiere para que el movimiento periódico se repita. El periodo se mide en unidades de tiempo y se denota normalmente por la letra T. En el sistema de unidades MKS el periodo se mide en segundos [s].

Ej. Movimiento del sol respecto a la tierra: T = Un día = 24 Hrs.

¿Con que **frecuencia** ocurre el fenómenos que usted pensó en 1)

¿Ocurre "más" frecuentemente que la entrega del diario en la mañana?
¿Ocurre menos frecuente mente que la entrega del diario en la mañana?

La frecuencia con que ocurre un fenómeno está relacionada con el periodo. Si ocurre más frecuentemente, entonces su periodo es más corto. Si ocurre menos frecuente mente, entonces su periodo es más largo.

Definimos la frecuencia de una situación periódica

Frecuencia: Denominaremos frecuencia *al inverso del período. Denotaremos la frecuencia con el símbolo* ν *de modo que se tiene:*

$$\nu = 1/T$$

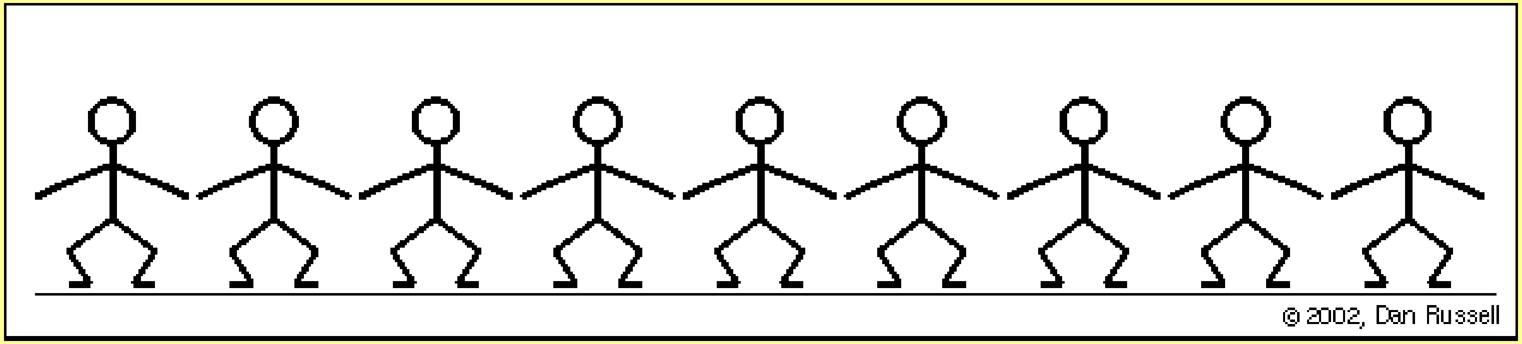
Con esta definición las unidades de frecuencia son de 1/segundo. Esta combinación se denomina Hertz y se abrevia [Hz].

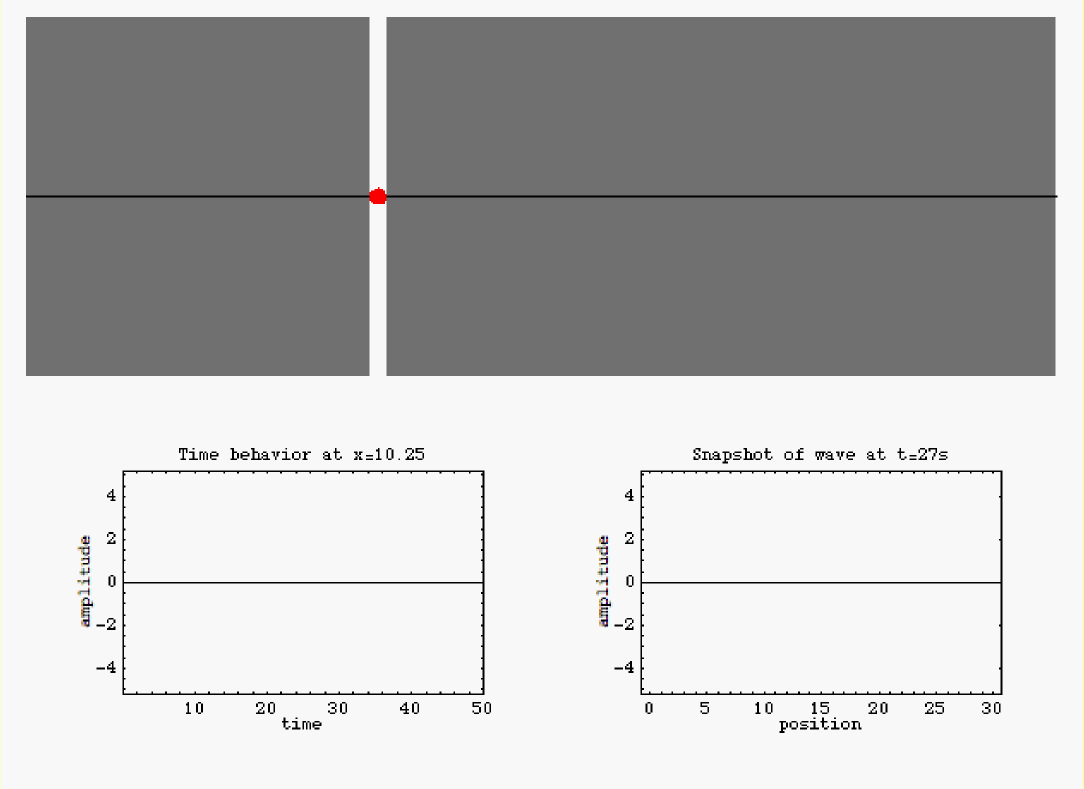
Puntos de Equilibrio y Fuerzas Restauradoras

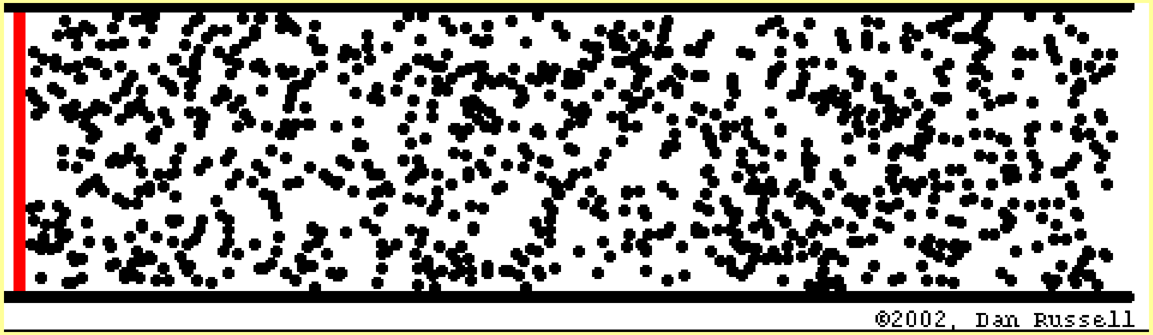
Dentro de los fenómenos que son periódicos durante este curso nosotros nos concentraremos en los que comparten una propiedad en común (Ver péndulo)

Movimientos periódicos en torno a puntos de equilibrio
(Pequeñas oscilaciones)

Motivación: Ondas (ver siguiente página)




Time behavior at x=10.25
amplitude
time
Snapshot of wave at t=27s
amplitude
position


©2002, Dan Russell

Punto de equilibrio:

La posición para la cual no obra ninguna fuerza sobre la partícula se llama su posición de equilibrio.

Se llama **elongación** (lineal o angular) a la distancia (lineal o angular) de la partícula que oscila respecto a su posición de equilibrio en cualquier instante.
La **amplitud** del movimiento **A**, es la máxima elongación.

Punto de equilibrio:

1) Punto de equilibrio estable

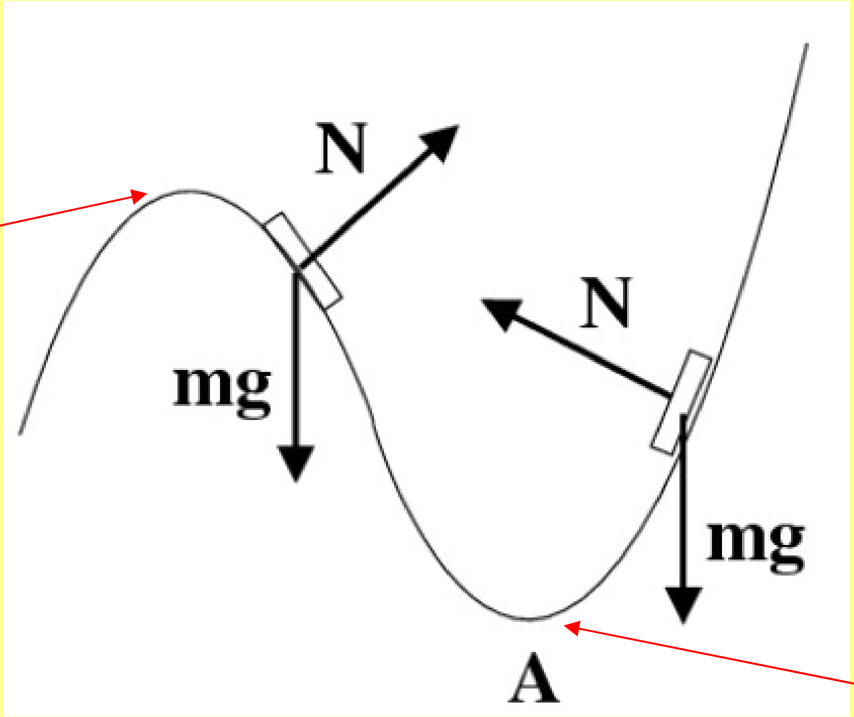
3) Punto de equilibrio inestable

1) Punto de equilibrio estable

3) Punto de equilibrio inestable

El siguiente modelo ilustra un comportamiento con características similares: consideremos una persona en *skate* que se desliza sobre una superficie no rugosa, bajo la acción de la fuerza normal y de peso. El diagrama de fuerzas que actúan sobre ella en los distintos puntos es

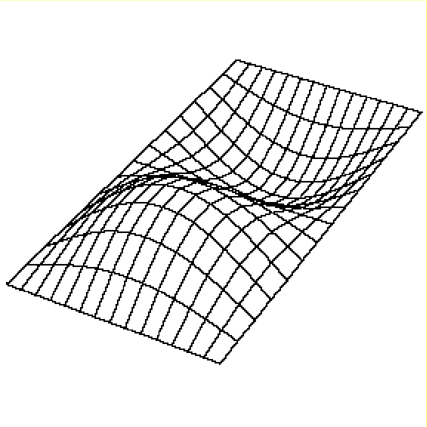
Inestable



Estable

Punto de equilibrio inestable: Si muevo ligeramente a la partícula de su punto de equilibrio inestable (realizo una perturbación) entonces la partícula se aleja del punto de equilibrio (ver diagrama anterior)

Punto de equilibrio estable: Si muevo ligeramente a la partícula de su punto de equilibrio estable (realizo una perturbación) entonces la partícula NO se aleja del punto de equilibrio (ver diagrama anterior). La partícula comienza a oscilar entorno al punto de equilibrio estable. **Realizando un movimiento periódico.**



Ejemplos de puntos de equilibrio estables:

i) Péndulo
ii) Columpio
iii) Resorte, etc.

Ejemplos de puntos de equilibrio inestables:

Ejemplo no mecánicos
Agua sobre enfriada
Agua sobrecalentada

Nosotros sólo consideraremos ejemplos mecánicos

Fuerza restauradora

Volvamos a oscilaciones en torno a puntos de equilibrio estables y observemos lo que ocurre con un poco más de detalle. Consideremos el ejemplo del skate.

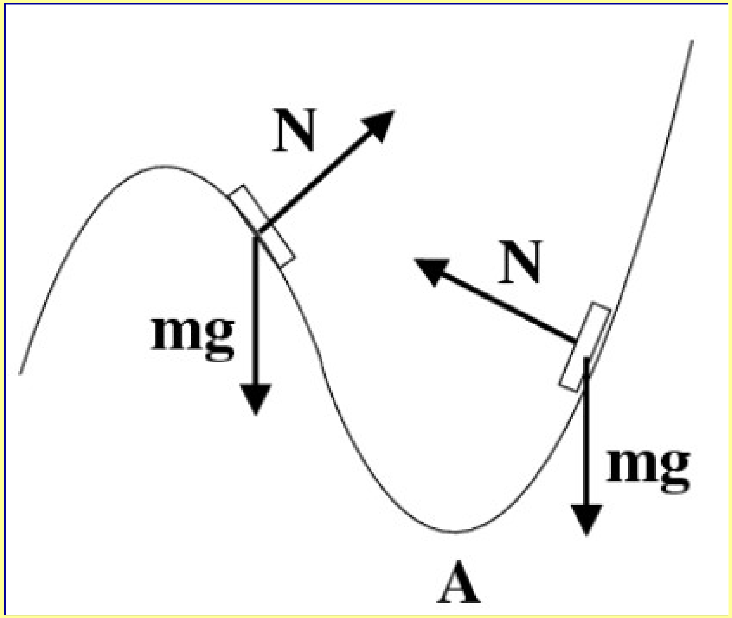
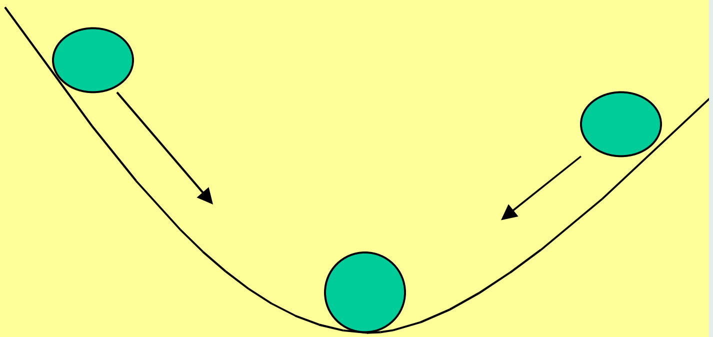


Figura 1.4: Diagrama de fuerzas que actúan sobre un skate que desliza en una superficie sin fricción (roce). Note que la fuerza de peso apunta siempre verticalmente hacia abajo, pero que la fuerza normal en algunos casos da una componente en la dirección positiva de x, mientras que en otros da una compoenente en la dirección negativa de x4 de modo que la tendencia del movimiento del objeto es acelerar aumentando su rapidez hacia el punto A (punto más bajo) al acercarse a él y disminuir su rapidez al alejarse de él. De esta manera las fuerzas obligan a la masa a oscilar en movimiento "perpetuo" en torno al punto A.

Las fuerzas que tienden a restaurar el movimiento hacia la dirección del punto de equilibrio estable se denominan **Fuerzas Restauradoras**.

Ej.



La naturaleza es generosa en este tipo de fuerzas:

(a) Un arbol oscila bajo la acción del viento y de sus propias fuerzas de tensión internas, una vez que el viento pasa, el arbol vibra un rato, pero el roce interno y con el aire detiene lentamente su movimiento hasta que se estaciona en el equilibrio.

(b) Una molécula sometida a un scanner de resonancia magnética sufre una fuerza magnética, que la saca de su equilibrio, vibra un rato emitiendo ondas electromagnéticas que son captadas por los sensores del scanner, y luego se estacionan nuevamente en sus puntos de equilibrio.

(c) Un puente oscila un rato bajo las fuerzas de peso de los vehiculos que circulan sobre el y sus propias tensiones internas, la disipación del roce interno hace que finalmente las vibraciones disminuyan y vuelva a su situación de reposo.

El ejemplo más importante de fuerza restaurativa es el debido a la acción de los resortes a través de la *Ley de Hooke*[1]. Este modelo es importante porque conduce a ecuaciones diferenciales que pueden resolverse en forma sencilla. Estas ecuaciones son lineales (es decir no figuran términos con potencias de 2 o superior en la expresión).

En general una vibración cualquiera corresponde a un modelo o ecuación no lineal (que normalmente solo pueden resolverse en forma numérica salvo un conjunto menor de casos en que las vibraciones son pequeñas en torno a una situación de equilibrio),

OJO con esto

Conceptos básicos

- Periodo [s]
- Frecuencia [Hz]
- Punto de equilibrio estable [m]
- Punto de equilibrio inestable [m]
- Fuerzas restauradoras [N]
- Elongación [m]
- Amplitud [m]

El Oscilador Armónico Simple

Si una partícula vibra con respecto a una posición de equilibrio bajo la influencia de una <u>fuerza que es proporcional a la distancia de la partícula a la posición de equilibrio</u>, se dice que la partícula tiene un movimiento armónico simple. La fuerza es tal que en todo momento se dirige hacia el punto de equilibrio (es una fuerza restauradora).

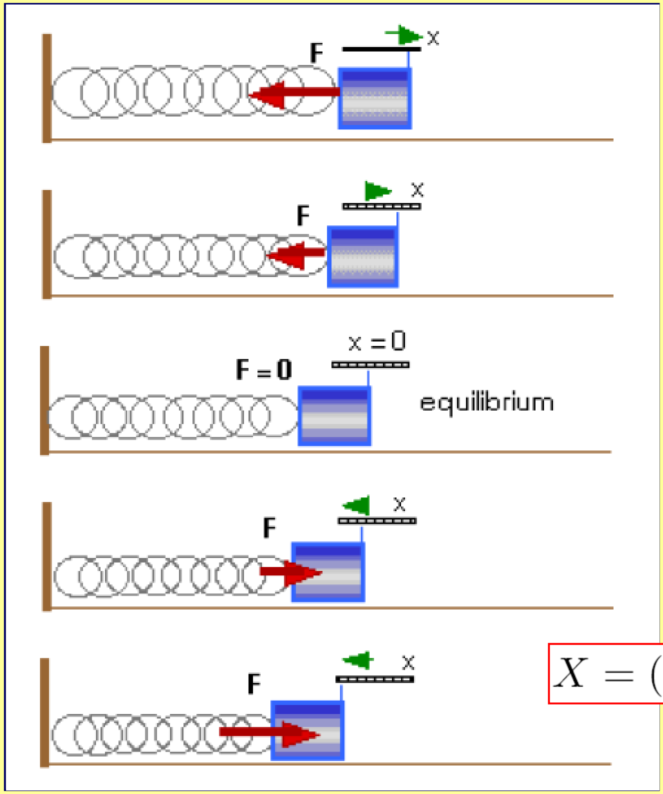
Un ejemplo de oscilador armónico simple es una partícula de masa m fija a un resorte de constante k.

Por simplicidad supondremos que la masa y el resorte están sobre una superficie horizontal sin roce. Si el resorte tiene un largo natural l_0. Entonces tenemos que la fuerza que ejerce el resorte sobre la masa m está dada por:

$$F_r = -k\left(x - l_0\right)$$

Ley de Hooke

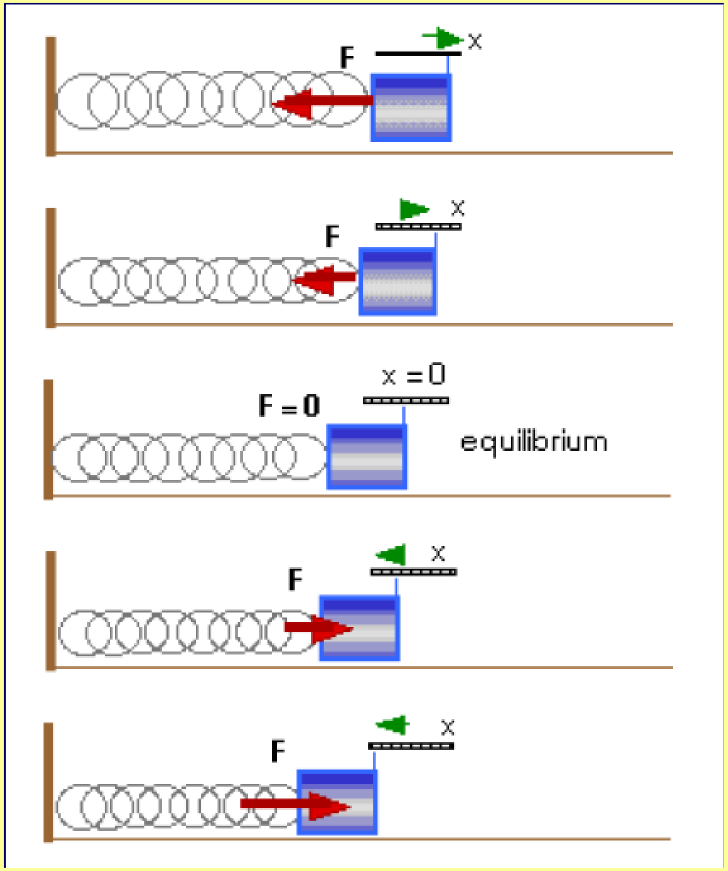
x = l_0 Posición de equilibrio para la masa m



$$\boxed{X = (x - l_0)}$$

Aplicamos la segunda ley de Newton (F = m*a), al movimiento de la masa sujeta a la fuerza del resorte. La idea es determinar x(t).

$$F = ma_x = m\,\frac{d^2x}{dt^2}$$



$$F_r = -k\,(x - l_0)$$

Ecuación de movimiento para la masa será

$$m\,\frac{d^2x}{dt^2} = -k\,(x - l_0)$$

Ecuación diferencial de segundo grado y lineal. La incógnita en esta ecuación es la función x(t). Donde x(t) es la posición de la masa m en el tiempo t.

Por simplicidad definimos la variable X:

$$X = (x - l_0)$$

X(t) mide el desplazamiento de m respecto de su punto de equilibrio

Notemos que:

$$X = (x - l_0)$$

1) $$\frac{dX}{dt} = \frac{d}{dt}(x - l_0) = \frac{dx}{dt}$$

2) $$\frac{d^2X}{dt^2} = \frac{d^2x}{dt^2}$$

Luego la ecuación de movimiento se puede escribir de la siguiente forma más sencilla

$$m\,\frac{d^2x}{dt^2} = -k\,(x - l_0) \quad \Longrightarrow \quad m\,\frac{d^2X}{dt^2} = -k\,X$$

Donde la variable por determinar es X(t)

$$\boxed{\frac{d^2X}{dt^2} + \frac{k}{m}X = 0}$$

Ecuación del oscilador armónico simple

Definimos: $\omega_0 \equiv \sqrt{\frac{k}{m}}$ Frecuencia angular

Luego la ecuación del oscilador armónico simple queda:

$$\frac{d^2X}{dt^2} + \omega_0^2 X = 0 \quad (*)$$

La idea es determinar cuanto vale la función X(t)

$$X(t) = ?$$

Es posible demostrar que una solución general de esta ecuación es la siguiente

$$X(t) = A\,Cos(w_0\,t + \delta)$$

Donde

$$A = Cte.$$

$$\delta = Cte.$$

Demostración (Ver la pizarra)

Son constantes por determinar.
Constantes arbitrarias.

Fin