

# Física II, Ondas

## Guía 4

Ingeniería Civil en Informática  
Profesor: Pedro Labraña.

### Pregunta 1:

Use la representación fasorial  $e^{i\theta} = \cos(\theta) + i \sin(\theta)$  para demostrar las siguientes identidades trigonométricas:

$$i) \quad \sin^2(\theta) + \cos^2(\theta) = 1$$

$$ii) \quad \sin^2(\theta) - \cos^2(\theta) = \cos(2\theta)$$

$$iii) \quad 2 \sin(\theta) \cos(\theta) = \sin(2\theta)$$

$$iv) \quad \cos^3(\theta) = \frac{1}{4} [\cos(3\theta) + 3 \cos(\theta)]$$

$$v) \quad \cos^4(\theta) = \frac{1}{8} [\cos(4\theta) + 4 \cos(2\theta) + 3]$$

$$vi) \quad \text{Cos}[\theta] = \frac{1}{2} [e^{i\theta} + e^{-i\theta}]$$

$$vii) \quad \text{Sen}[\theta] = \frac{1}{2i} [e^{i\theta} - e^{-i\theta}]$$

**Pregunta 2:** Demuestre que las siguientes funciones son pares e impares respectivamente.

$$f(x)_{par} = \frac{1}{2} [f(x) + f(-x)]$$

$$f(x)_{imp} = \frac{1}{2} [f(x) - f(-x)]$$

Donde  $f(x)$  es una función arbitraria.

### Pregunta 3:

Demuestre las relaciones de ortogonalidad para la serie de Fourier real (letras a y b) y para la serie de Fourier compleja letra c:

$$a) \quad \int_{-\pi}^{\pi} \sin(mx) \sin(nx) = \begin{cases} 0 & \text{si } n \neq m \\ \pi & \text{si } n = m \end{cases}$$

$$b) \quad \int_{-\pi}^{\pi} \sin(mx) \cos(nx) = 0$$

$$c) \int_0^{2\pi} e^{im\theta} e^{-in\theta} = \begin{cases} 0 & \text{si } n \neq m \\ 2\pi & \text{si } n = m \end{cases}$$

**Pregunta 4:** Para las siguientes funciones definidas en  $\theta \in [-\pi, \pi]$  y con periodo  $2\pi$ :

$$i) f(\theta) = \theta^2$$

$$ii) f(\theta) = \begin{cases} 1 & \text{si } 0 < \theta \leq \pi \\ 0 & \text{si } \theta = 0 \\ -1 & \text{si } -\pi \leq \theta < 0 \end{cases}$$

$$iii) f(\theta) = \begin{cases} \pi - \theta & \text{si } 0 < \theta \leq \pi \\ \pi + \theta & \text{si } -\pi \leq \theta \leq 0 \end{cases}$$

$$iv) f(\theta) = \theta(2\pi - \theta)$$

- Grafique estas funciones en el intervalo  $[-3\pi, 3\pi]$ .
- Determine la paridad de cada una de estas funciones.
- Encuentre la serie de Fourier real para cada función.

**Pregunta 4:** Grafique, determine la paridad y calcule la serie de Fourier para las siguientes funciones de periodo arbitrario.

$$a) f(x) = x(10 - x) \quad 0 < x < 10, \quad \text{Periodo } 10$$

$$b) f(x) = \begin{cases} \text{Sen}(x) & \text{si } 0 \leq x \leq \pi \\ 0 & \text{si } \pi < x < 2\pi \end{cases}, \quad \text{Periodo } 2\pi$$

$$c) f(x) = x^2 \quad 0 < x < 3, \quad \text{Periodo } 3$$

**Pregunta 5:** Transformada de Fourier

i) Determine las transformadas seno y coseno de Fourier de la siguiente función:

$$f(x) = \begin{cases} E_0 & \text{si } |x| < L/2 \\ 0 & \text{si } |x| > L/2 \end{cases}$$

ii) Determine la transformada de Fourier de la siguiente función:

$$f(x) = Ce^{-ax^2}$$