

Física II, Ondas

Guía 2

Ingeniería Civil en Informática
 Profesor: Pedro Labraña.
 Ayudante: Fernando Caro

1. Considere la ecuación diferencial sin forzamiento externo:

$$m \frac{d^2x}{dt^2} + m\gamma \frac{dx}{dt} + kx = 0$$

- a) Si $m = 1$ [kg], $k = 2$ [N/m] y $\gamma = 1$.

- ¿Cuales son las unidades de γ ?
- Escriba la *ecuación secular* asociada a esta ecuación diferencial
- Resuelva la ecuación secular y escriba la solución más general posible para $x(t)$.
- Considere el caso $x(0) = 1$, $v_x(0) = 0$. Grafique la evolución para $x(t)$.

- b) Ahora, para los valores $m = 1$ [kg], $k = 2$ [N/m] y $\gamma = 3$, conteste las preguntas de a).

2. Considere la ecuación

$$m \frac{d^2x}{dt^2} + kx = F(t) = \cos(5t)$$

Encuentre una solución a esta ecuación.

3. Cuando un vehiculo se mueve sobre una calle con “calaminas” experimenta un forzamiento externo de la forma:

$$F_0 \cos(w_e t).$$

Puesto que el vehiculo tiene una frecuencia natural de oscilación $w = \sqrt{k/m}$ es posible que ocurra una resonancia.

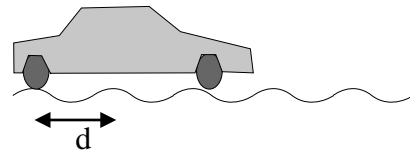


Figure 1: Amplitud 0.1 m y $d = 20$ m.

¿Con qué rapidez v se debe mover el vehículo para que la amplitud sea máxima?. Considere $\sqrt{k/m} = 1$ [Hz]. Ver Figura 1.

4. Averigüe sobre el puente de Tacoma.

5. Considere una masa $m = 250$ [g], sujeta a un resorte de constante $k = 85$ [N/m] y que está sumergida dentro de un medio viscoso de constante $\gamma = 0.7$ [s⁻¹]. Esto es, satisfice: $d^2x/dt^2 + \gamma dx/dt + w^2x = 0$.

Si la masa se suelta del reposo.

- Determine si la masa alcanza a oscilar (acaso el movimiento es amortiguado o sobre-amortiguado).
- En el caso de no ser sobre-amortiguado determine la frecuencia angular de las oscilaciones, y el período asociado.
- ¿En cuantas oscilaciones la amplitud del movimiento disminuirá a la cuarta parte de la inicial?

6. Un automóvil requiere el uso de un adecuado sistema de amortiguación. Un buen sistema de amortiguación es aquel que no

permite más de una oscilación con amplitud sobre el 10% de la inicial, resultante de la pasada de una rueda sobre una irregularidad del terreno. Considerando que hay amortiguadores en la cuatro ruedas y considerando un valor típico de 1 ton para la masa del automóvil, encuentre los valores de b y k que permiten cumplir con la especificación técnica de amortiguamiento.

7. Considere un oscilador de masa m , constante de roce proporcional a la velocidad b y constante elástica k , que al oscilar libremente disminuye su amplitud de oscilación en un factor R constante en cada ciclo de oscilación. Se aplica al oscilador una fuerza externa de la forma $F_E = F_0 \cos(\omega t)$, con ω igual a la frecuencia que hace máxima la amplitud de oscilación del sistema. Determine la amplitud de oscilación bajo la acción de la fuerza externa.
8. Un automóvil de masa 1000 kg oscila verticalmente como si fuera una masa unida a cuatro resortes de constante $k = 10.000$ N/m, unidos a amortiguadores de constante de roce $b = 1.100$ N s/m. El automóvil viaja a lo largo de una carretera con calamina, que puede ser aproximada por una senoide de amplitud 0.1 m y periodo espacial 20 m, ver Figura 1.
 - a) ¿A qué velocidad del automóvil la vibración por efecto del pavimento tiene amplitud máxima y cual es la frecuencia de vibración?
 - b) ¿Cual será la amplitud de oscilación en la condición de resonancia?
 - c) ¿Cual sería la amplitud y frecuencia de oscilación si la velocidad fuese mucho mayor que la que produce resonancia?
9. Considere un bloque de masa m que está apoyado sobre un resorte de constante k y largo natural l_0 , bajo la acción de la gravedad. El punto B , de donde se sostiene el resorte, se encuentra al nivel de la mesa.
 - a) Encuentre la altura de equilibrio de la masa.
Luego, cuando el bloque ya está quieto y en su posición de equilibrio, el punto B comienza a oscilar verticalmente con frecuencia ω . Pasado un cierto tiempo podemos asumir que la posición del punto B en el eje vertical es $y_2(t) = a \cos[\omega t]$.
 - b) Determine la ecuación que describe el movimiento de la masa m en torno al punto de equilibrio encontrado en a).
 - c) Escriba la solución general a la ecuación determinada en b)
 - d) Manteniendo la amplitud a fija. Considere que la frecuencia ω es menor que la frecuencia de resonancia.
¿Cuál es el máximo valor de la frecuencia ω tal que el bloque nunca choca con la mesa?
10. Una boya cilíndrica flota en el agua. La boya tiene radio r , altura h y está hecha de un material homogéneo, de densidad μ . Considerando que el agua tiene densidad Ω y que al oscilar verticalmente en el agua la boya experimenta roce proporcional a su velocidad, con constante de roce b . Encuentre el mximo valor de Ω , tal que al hundir la boya hasta el nivel del agua y luego soltarla, esta realiza un movimiento sobre amortiguado, sin oscilación.