Física II, Ondas
Movimiento Amortiguado

Profesor: Pedro Labraña
Departamento de Física,
Universidad del Bío-Bío

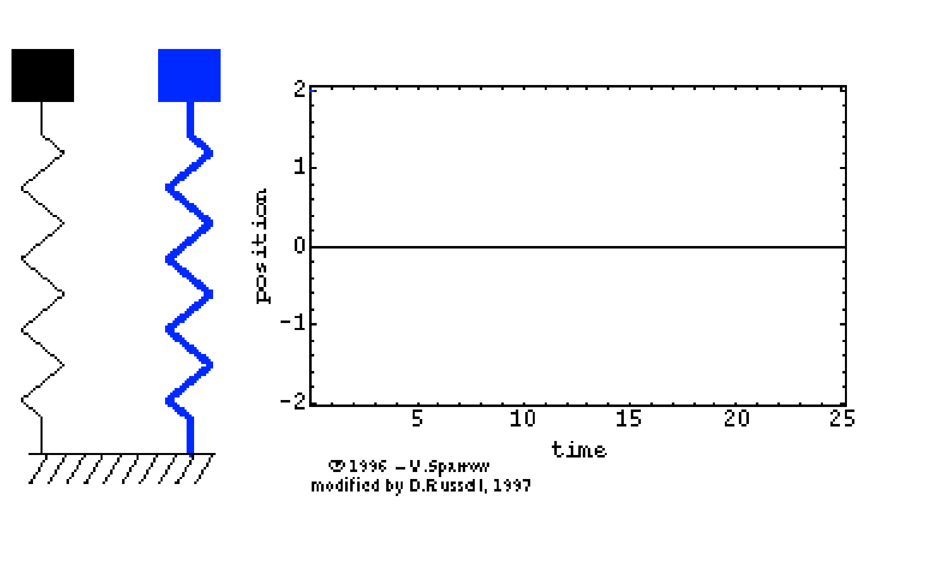
Carrera: Ingeniería Civil en Informática
Créditos: 5

Movimiento Oscilatorio

..,Relación Entre el Movimiento Armónico Simple y el Movimiento Circulare Uniforme (Análisis de Fasores) , Oscilaciones Forzadas y Resonancia, Movimiento Amortiguado.

Oscilaciones Amortiguadas

Hasta aquí hemos supuesto que no actúan fuerzas de fricción sobre nuestro oscilador. Si así fuera, un péndulo o un peso suspendido de un resorte oscilarían indefinidamente. En la practica de amplitud de la oscilación gradualmente decrece hasta cero, como consecuencia de la fricción.



Generalmente la fricción proviene de la resistencia del aire o de fuerzas internas. La magnitud de la fuerza de fricción ordinariamente depende de la velocidad.

La fuerza de fricción es proporcional a la velocidad del cuerpo pero de sentido contraria a ella.

Para el caso de un movimiento en una dimensión, por ejemplo en el eje de las x, tenemos que:

$$F_v = -b\,\frac{dx}{dt}$$

(Ver video)

Donde b es una constante positiva que depende de las propiedades del cuerpo en movimiento y del medio viscoso en el cual este se mueve

Para el caso de una masa unida a un resorte que se mueve dentro de un medio viscoso la ecuación de movimiento será:

$$F_T = ma_x = m\,\frac{d^2x}{dt^2}$$

$$m\,\frac{d^2x}{dt^2} = -k\,(x - l_0) - b\,\frac{dx}{dt}$$

Definimos X(t) de la manera estándar $X = (x - l_0)$

Ordenando la ecuación de movimiento obtenemos la siguiente ecuación diferencial

$$\frac{d^2X}{dt^2} + \omega_0^2 X + \gamma \frac{dX}{dt} = 0$$

Donde hemos definido

$$\gamma = \frac{b}{m}$$

Esta ecuación posee tres tipos de soluciones denominadas:

3) Solución amortiguada
4) Solución sobre amortiguada
5) Solución críticamente amortiguada

$$\boxed{w_0 > \frac{\gamma}{2}} \qquad \boxed{w_0 = \frac{\gamma}{2}} \qquad \boxed{w_0 < \frac{\gamma}{2}}$$

Ver animación

Solución amortiguada

$$w_0 > \frac{\gamma}{2}$$

Ecuación

$$\frac{d^2X}{dt^2} + \omega_0^2 X + \gamma \frac{dX}{dt} = 0$$

Solución

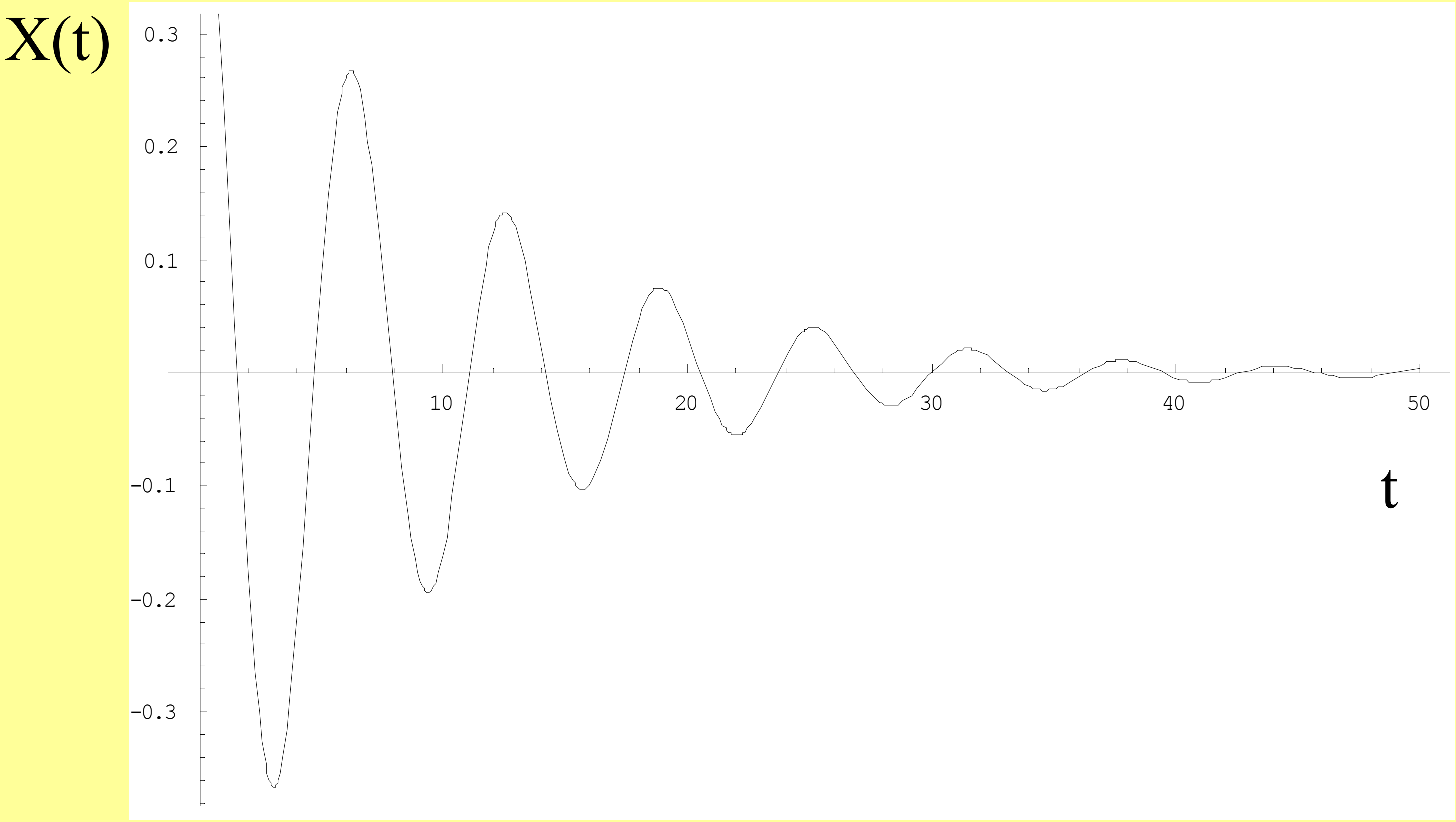
$$X(t) = A\, e^{-\frac{\gamma t}{2}}\, Cos[\bar{w}t + \delta]$$

Donde:

$$\bar{w} = \sqrt{w_0^2 - \left(\frac{\gamma}{2}\right)^2}$$

Ver animación

Corresponde a un movimiento oscilatorio. Comente respecto de la amplitud de este movimiento y respecto a la frecuencia de este movimiento.


X(t)
0.3
0.2
0.1
-0.1
-0.2
-0.3
10
20
30
40
50
t

Movimiento sobre amortiguado $w_0 < \frac{\gamma}{2}$

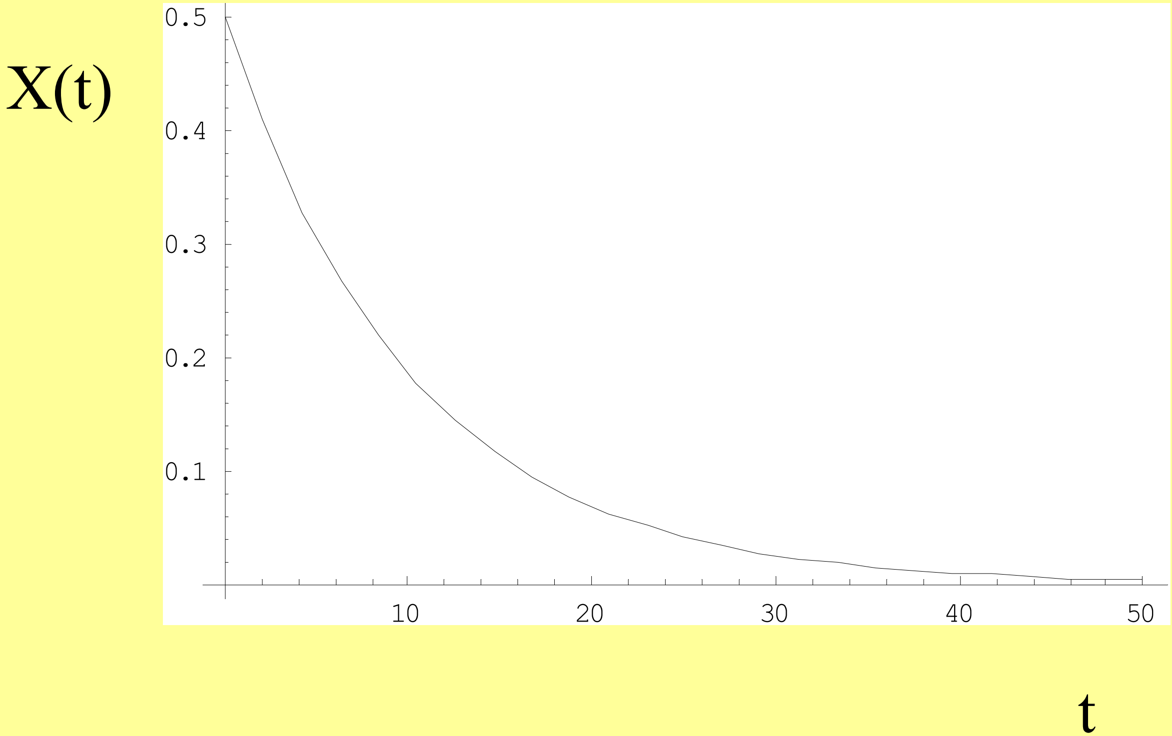
Ecuación
$$\frac{d^2X}{dt^2} + \omega_0^2\,X + \gamma\,\frac{dX}{dt} = 0$$

Solución
$$X(t) = A\,e^{\gamma_+ t} + B\,e^{\gamma_- t}$$

Donde
$$\gamma_\pm = -\frac{\gamma}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\gamma}{2}\right)^2 - w_0^2}$$

No es un movimiento oscilatorio. Corresponde a un movimiento en el cual la amplitud inicial decrece en el tiempo

Ver animación


X(t)
0.5
0.4
0.3
0.2
0.1
10
20
30
40
50
t

Movimiento críticamente amortiguado

$$w_0 = \frac{\gamma}{2}$$

Ecuación

$$\frac{d^2X}{dt^2} + \omega_0^2\, X + \gamma\, \frac{dX}{dt} = 0$$

Solución

$$X(t) = (A\, t + B)\, e^{-\frac{\gamma t}{2}}$$

No es un movimiento oscilatorio. Corresponde a un movimiento en el cual la amplitud inicial decrece en el tiempo

Fin