Física II, Ondas

Profesor: Pedro Labraña
Departamento de Física,
Universidad del Bío-Bío

Carrera: Ingeniería Civil en Informática
Créditos: 5

Movimiento Oscilatorio

Conceptos Básico, El Oscilador Armónico Simple, *<u>Movimiento Armónico Simple, Consideraciones de Energía en el Movimiento Armónico Simple</u>*

+ Relación entre el movimiento circular y el movimiento armónico

Clase anterior

Diferencia de fase entre la posición, la velocidad y la aceleración

Elongación, velocidad, y aceleración en un movimiento armónico simple

Elongación = Desplazamiento respecto del punto de equilibrio

$$X(t) = A\,Cos\left(w_0\, t + \delta\right)$$

Máximo desplazamiento $\boxed{A}$

Velocidad de la masa m:

$$V = V(t) = \frac{dX}{dt} = -A\,\omega_0\, Sen\left(w_0\, t + \delta\right)$$

Máxima velocidad

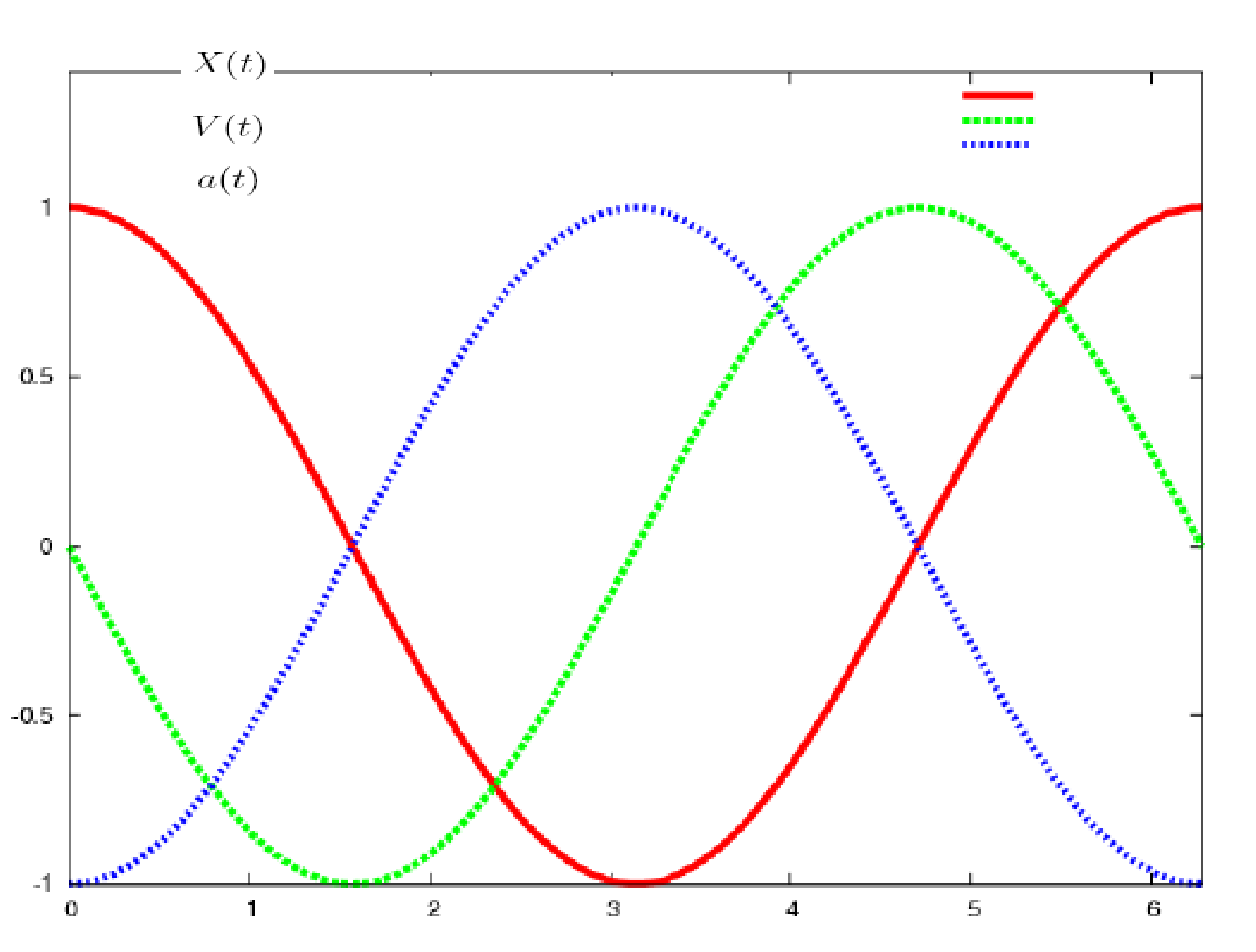
$$\boxed{A\,\omega_0}$$

Aceleración de la masa m:

$$a = a(t) = \frac{d^2 X}{dt^2} = -A\,\omega_0^2\, Cos\left(w_0\, t + \delta\right)$$

Máxima aceleración

$$\boxed{A\,\omega_0^2}$$



Caso A= 1 y $\delta = 0$

Por lo tanto podemos predecir cual va a ser la posición, la velocidad y la aceleración de la masa m para todo tiempo t.

La posición, la velocidad y la aceleración están desfasadas

(Ver pizarra)

$$X(t) = A\,Cos\left(w_0\,t + \delta\right)$$

Diferencia de fase

$$V(t) = -\bar{V}\,Sen\left(w_0\,t + \delta\right) = \bar{V}\,Cos\left(w_0\,t + \delta + \frac{\pi}{2}\right)$$

$$a(t) = -\bar{a}\,Cos\left(w_0\,t + \delta\right) = \bar{a}\,Cos\left(w_0\,t + \delta + \pi\right)$$

Diferencia de fase (desfasaje)

Donde hemos definido

$$\bar{V} = A\,\omega_0$$

$$\bar{a} = A\,\omega_0^2$$

Consideraciones de energía en el movimiento armónico simple

El oscilador armónico simple es un sistema conservativo, ya que la fuerza se puede derivar de la función energía potencia U(x).

$$U(x) = \frac{k}{2}(x - l_0)^2 = \frac{k}{2}X^2$$

$$F = -k(x - l_0) = -\frac{d}{dx}\left[\frac{k}{2}(x - l_0)^2\right]$$

Recordemos: Si una fuerza es igual a la derivada de una función potencia. Entonces existe una cantidad que es conservada en el tiempo. Esa cantidad es la ENERGÍA.

La energía se conserva en el caso de un movimiento armónico simple

$$E = K + U(x) = Constante$$

En el sistema MKS la energía se mide en [J]

$$K = \frac{1}{2} m V^2$$

Energía cinética

$$U(x) = \frac{k}{2}(x - l_0)^2 = \frac{k}{2} X^2$$

Energía potencial de un oscilador armónico simple

$$E = \frac{k}{2} A^2 = m w_0^2 \frac{A^2}{2}$$

La energía mecánica total de un oscilador armónico simple es una constante del movimiento (no depende de t) y es proporcional al cuadrado de la amplitud

Ver pizarra

La energía total de una partícula que ejecuta un movimiento ar-

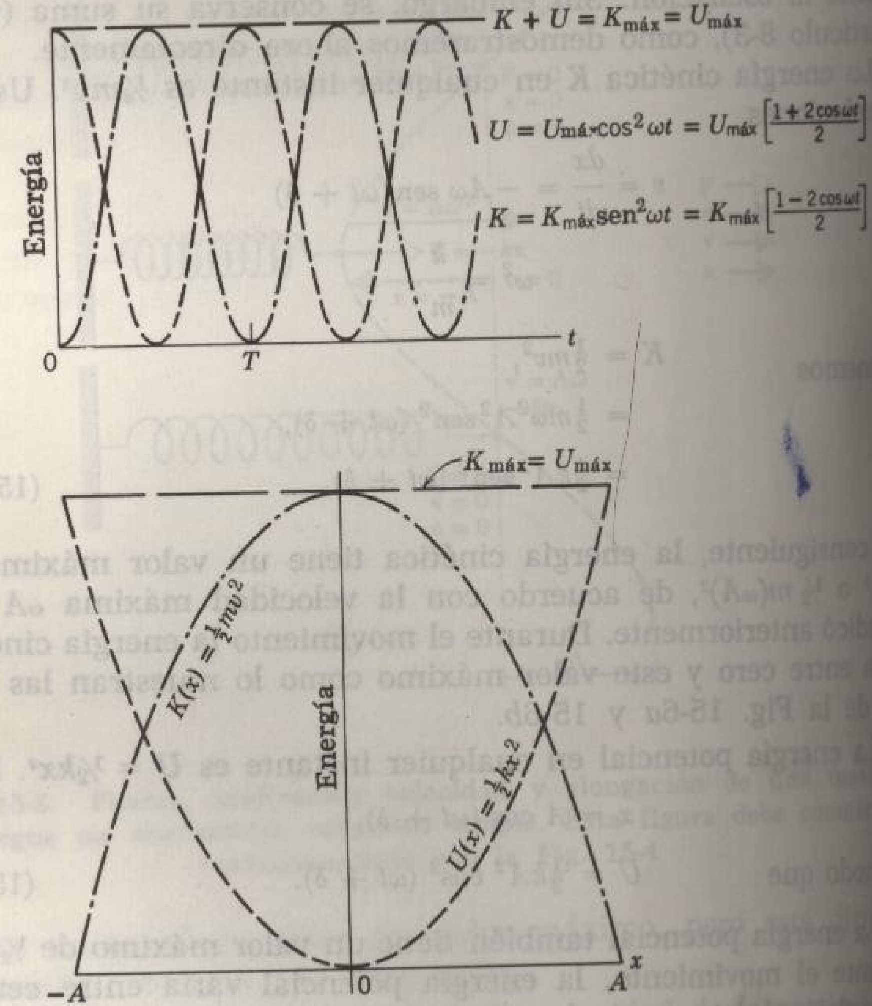


FIG. 15-6. **Energías en el oscilador armónico simple. Arriba, la energía**

(Ver animación)

Podemos utilizar el principio de concervación de la energía para obtener la velocidad de la masa m para una posición arbitraria X.

$$V = \pm\omega_0 \sqrt{A^2 - X^2}$$

Ver pizarra

Relación entre el movimiento circular y el movimiento armónico

Consideremos el movimiento con rapidez constante de una partícula a lo largo de un circulo

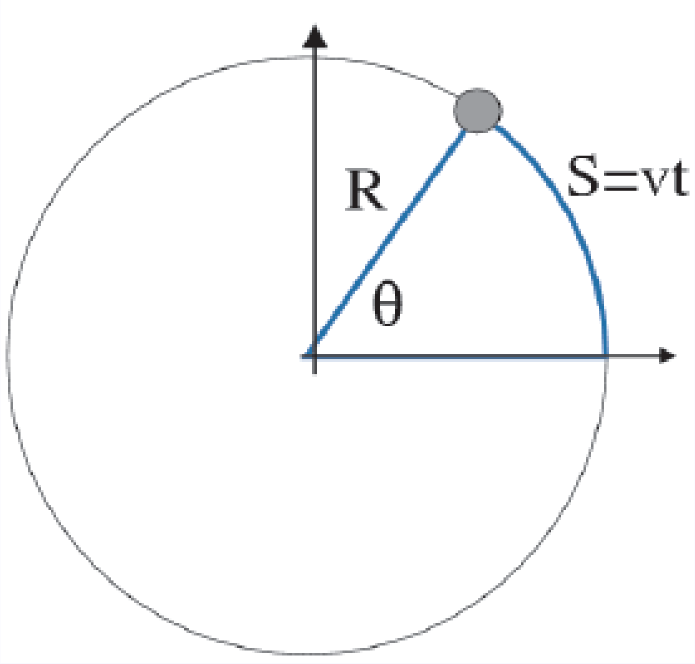


Figura 1.10: Movimiento circular.

La distancia (arco) s barrida a lo largo del círculo está dada por

$s = vt$. Por otro lado dicho arco se relaciona con el ángulo barrido en el movimiento a través de $s = R\theta$ (siempre que θ esté medido en radianes) de donde, igualando estas expresiones se obtiene:

$$R\theta = vt \tag{1.5}$$

$$\theta = \frac{v}{R} t = w\,t \tag{1.6}$$

La cantidad $w = v/R$ tiene unidades de 1/tiempo, indicando que ella es una frecuencia. Efectivamente de acuerdo a la expresión anterior la cantidad

$$w = \frac{\theta}{t}$$

mide el número de vueltas (en radianes, o sea multiplos de 2π) por unidad de tiempo que realiza el objeto. Esto es w es una frecuencia angular.

Por otro lado podemos considerar las proyecciones o componentes del movimiento en los ejes x e y de un sistema de coordenadas cartesianas cuyo origen es el centro del círculo:

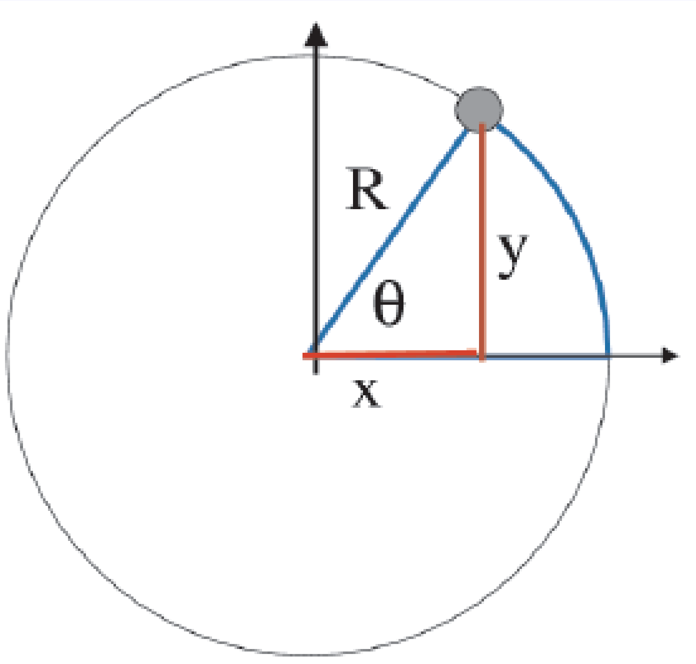


Figura 1.11: Proyecciones cartesianas del movimiento circular.

De acuerdo a la figura, para el vector de posicion $\vec{r}$ se tiene:

$$x = R\cos\theta$$

$$y = R\sin\theta$$

Si derivamos estas expresiones obtenemos las componentes de velocidad:

$$\begin{aligned} v_x &= -Rw\sin\theta \\ v_y &= Rw\cos\theta \end{aligned}$$

y si volvemos a derivar obtenemos las componentes de aceleración:

$$\begin{aligned} a_x &= -Rw^2\cos\theta \\ a_y &= -Rw^2\sin\theta \end{aligned}$$

Notemos que de las expresiones anteriores se tiene:

$$a_x = -a\cos\theta = -Rw^2\cos\theta = -w^2\,x$$

En otras palabras, cuando una partícula se mueve en círculo, la componente horizontal de su movimiento tiene una aceleración que es proporcional al desplazamiento horizontal respecto del origen. Esto es dicho movimiento obedece la misma ecuación que la de un resorte.

Fin