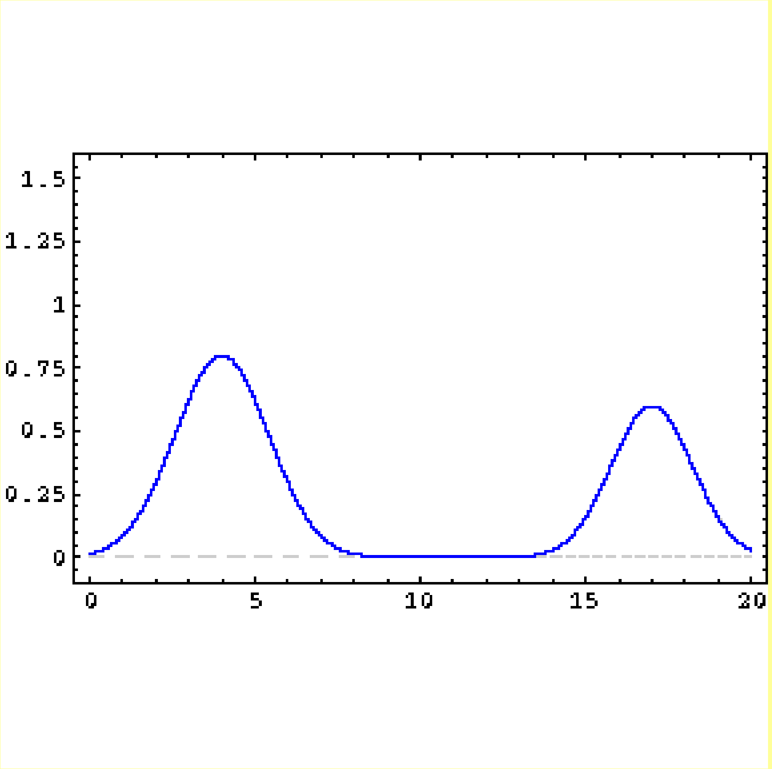
Física II, Ondas
Energía y Potencia



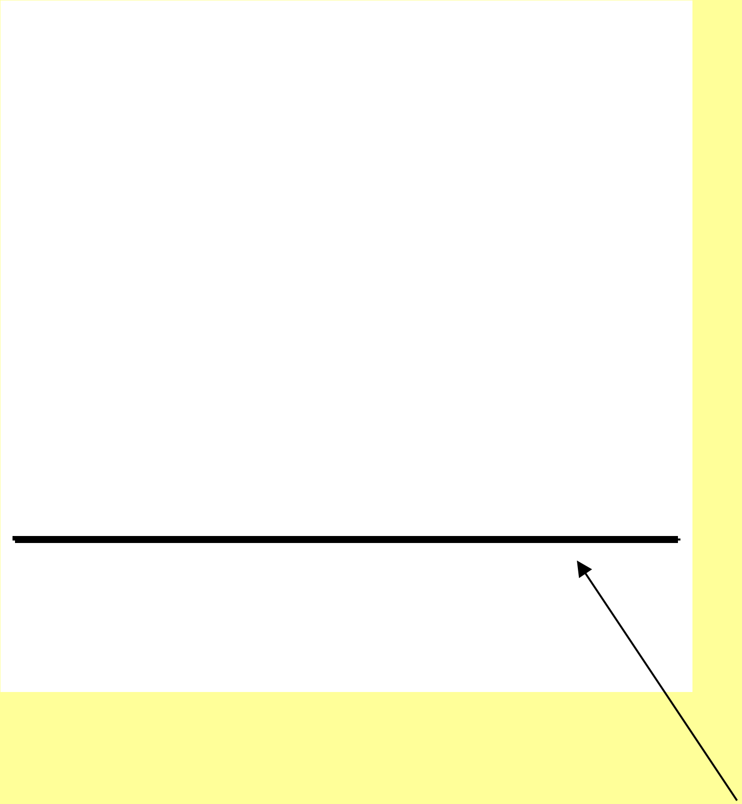
Profesor: Pedro Labraña
Departamento de Física,
Universidad del Bío-Bío

Carrera: Ingeniería Civil en Informática
Créditos: 5

Ondas Mecánicas

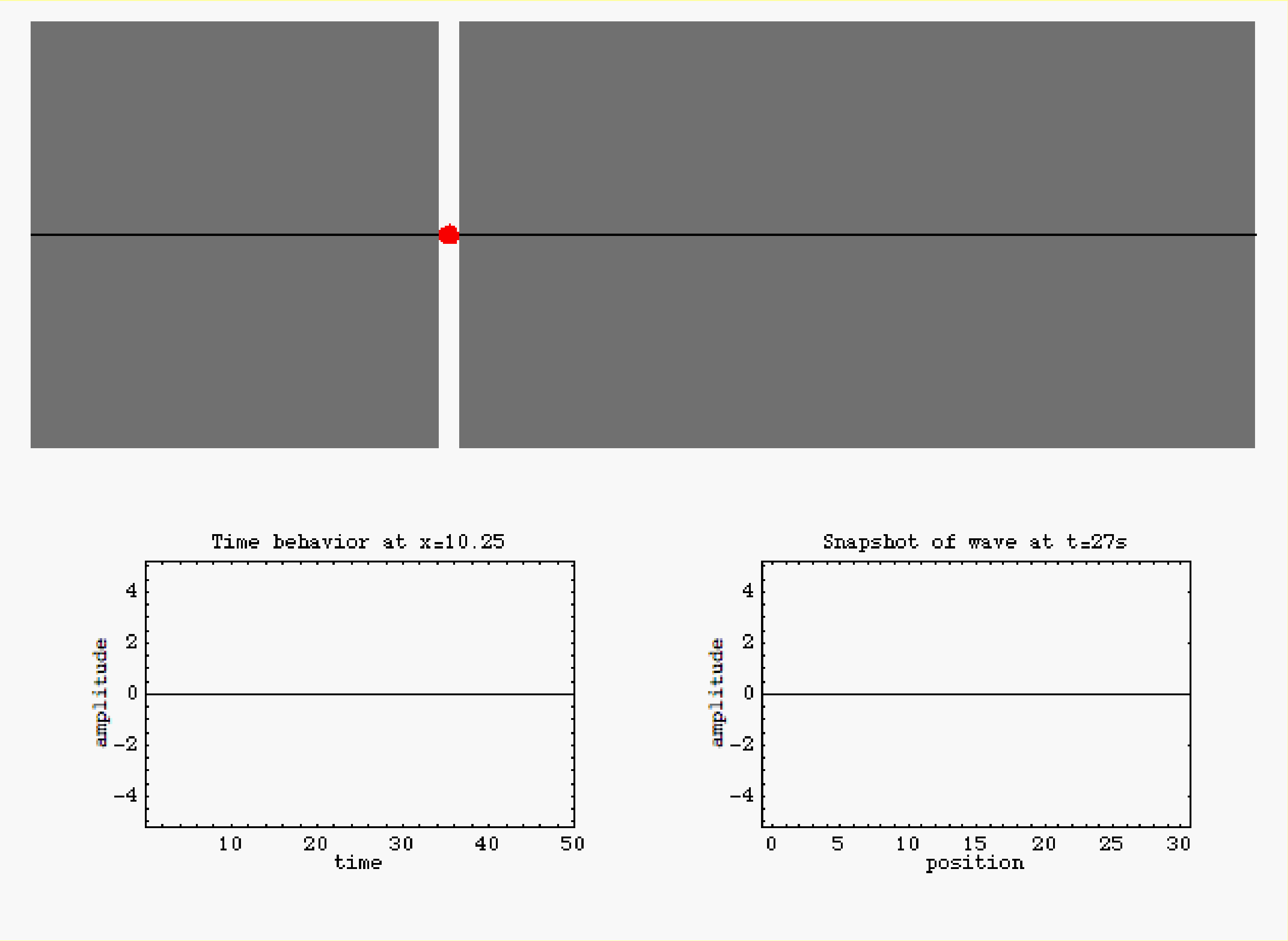
Tipos de Ondas, Ondas Viajeras, La ecuación de onda, El Principio de Superposición, Ondas Estacionarias, ***Energía transportada por una onda.***

Potencia

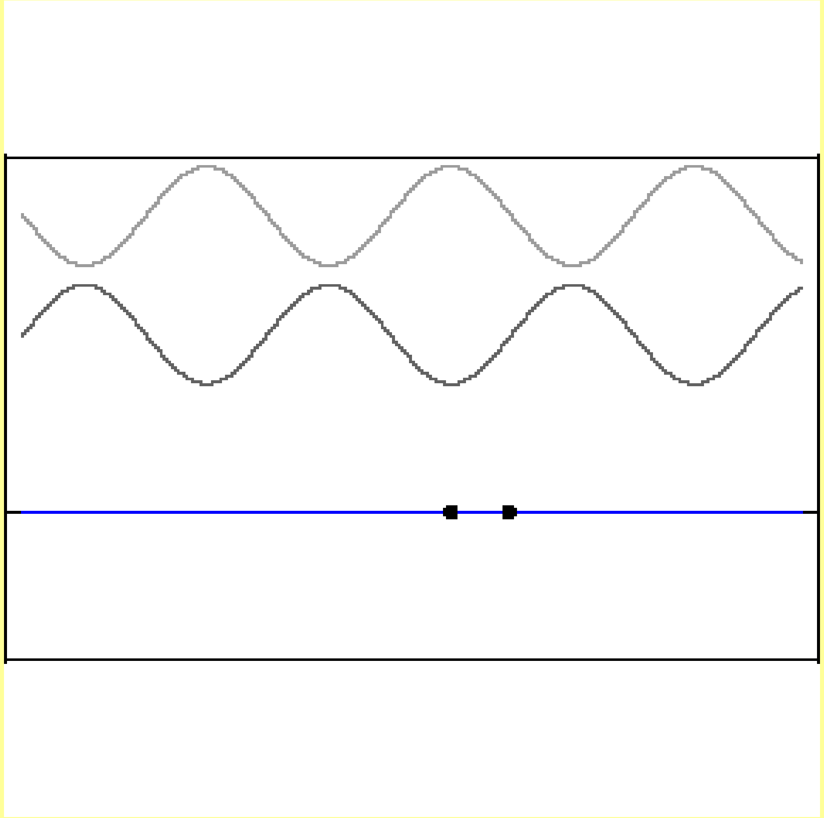


Energía que posee este punto

Energía entregada para generar un tren de ondas armónicas viajeras



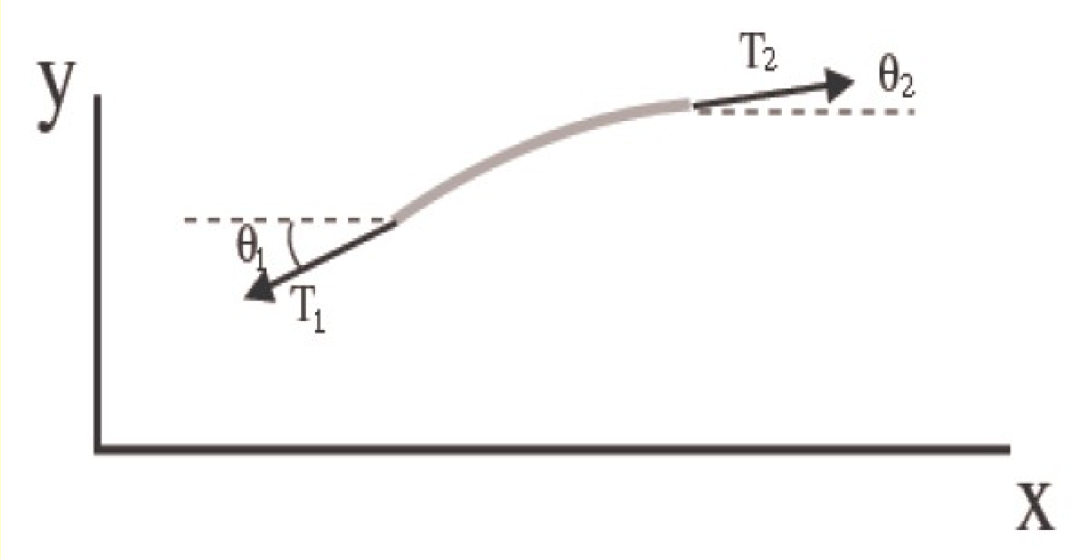
¿Qué ocurre con la energía en el caso de ondas estacionarias?



Recordemos la definición de potencia (ver pizarra)

¿cuánto vale la energía que pasa por la particula en Xo por unidad de tiempo en la dirección positiva de las x?

Ver pizarra



$$\begin{aligned} \Delta m\, a_x &\approx T_2 - T_1 \\ \Delta m\, a_y &\approx T_2 \tan\theta_2 - T_1 \tan\theta_1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Delta m\, a_y &\approx T_0\,(\tan\theta_2 - \tan\theta_1) \\ &\approx T_0\,(y'(x+\Delta x) - y'(x)) \end{aligned}$$

Energía de una onda

Consideremos el caso de una cuerda sometida a tensión. La energía cinética de un elemento de masa Δm de la cuerda está dada por:

$$K = \frac{1}{2}\Delta m\left(\frac{\partial y}{\partial t}\right)^2$$

La energía potencial U del elemento de cuerda se otiene del trabajo a partir de la relación $W = -\Delta U$, y usando que para $y = 0$ se tiene $U = 0$, luego $U = -W$.

La fuerza F que experimenta el elemento de masa está dada por:

$$F = \Delta m\, a_y = T_0 \frac{\partial^2 y}{\partial x^2}\, \Delta x = \frac{T_0}{\mu}\, \frac{\partial^2 y}{\partial x^2}\, \Delta m$$

(hemos usado que $\Delta m = \mu\, \Delta x$, de modo que el trabajo queda:

$$W = \int_0^y F\, dy = \frac{T_0}{\mu} \int_0^y \frac{\partial^2 y}{\partial x^2}\, \Delta m\, dy$$

pero para una onda armónica $y = A\, cos(k_n x - w_n t)$ es decir $\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = -k_n y$ luego:

Ver pizarra

$$
\begin{aligned}
U &= -W = k_n^2 \underbrace{\frac{T_0}{\mu}}_{c^2} \Delta m \underbrace{\int_0^y y\,dy}_{\frac{1}{2}y^2} \\
&= \frac{1}{2} k_n^2 c^2 \Delta m \left(A^2 \cos^2(k_n x - w_n t) \right)
\end{aligned}
$$

Similarmente para la energía cinética se cumple:

$$
K = \frac{1}{2} \Delta m \left(\frac{\partial y}{\partial t} \right)^2 = \frac{1}{2} \Delta m \left(w_n A \sin(k_n x - wt) \right)^2
$$

Sumando ambas la energía mecánica total $E = K + U$ en un elemento de cuerda resulta:

$$
\begin{aligned}
K + U &= \frac{1}{2}\Delta m \left(w_n A \sin(k_n x - wt)\right)^2 \\
&\quad + \frac{1}{2} k_n^2 c^2 \Delta m \left(A^2 \cos^2(k_n x - w_n t)\right) \\
&= \frac{1}{2} \underbrace{c^2 k_n^2}_{w_n^2} A^2 \underbrace{\Delta m}_{\mu\, dx}
\end{aligned}
$$

Con esto la **energía por unidad de longitud** que la onda transporta está dado por:

$$
\rho_E \equiv \frac{dE}{dx} = \frac{1}{2}\mu A_n w_n^2
$$

Si la onda está constituida por la superposición de varios modos de fourier entones la densidad de energía está dada por:

$$\rho_E \equiv \frac{dE}{dx} \quad = \quad \frac{1}{2}\mu \sum_n A_n w_n^2$$

Ver ejemplo de Fourier

Fin