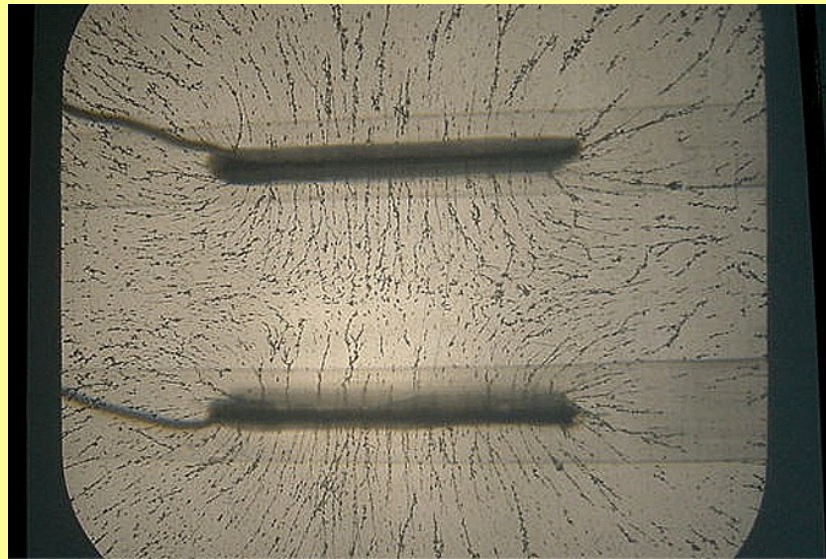


# Campos Electromagnéticos

## “Campo Eléctrico Generado por Distribuciones Continuas de Carga III”

Problemas: i) Distribuciones superficiales y volumétricas de carga.  
ii) Fuerza entre materiales cargados.



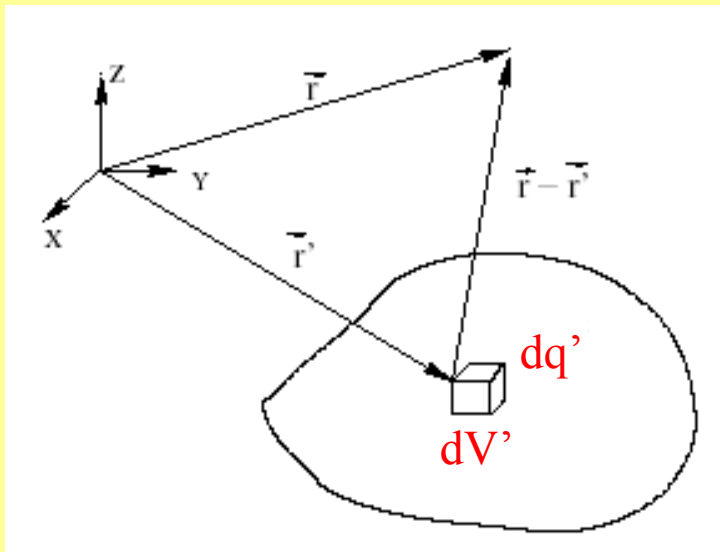
Profesor: Pedro Labraña  
Departamento de Física,  
Universidad del Bío-Bío

Carrera: Ingeniería Civil en Automatización  
Créditos: 5

# Campos Eléctricos

*Cargas Eléctricas, Aisladores y conductores, Ley de Coulomb, Campo Eléctrico. Movimiento de partículas cargadas en campos eléctricos uniformes. **Campo eléctrico de distribuciones continuas.** Líneas de Campo Eléctrico.*

## Clases anteriores



Un elemento de volumen  $dV'$  contendrá un elemento de carga  $dq'$ . Este elemento de carga generará un elemento de campo eléctrico (diferencial de campo eléctrico) dado por la siguiente expresión:

$$d\vec{E}(\vec{r}) = K \frac{dq'}{||\vec{r} - \vec{r}'||^3} (\vec{r} - \vec{r}')$$

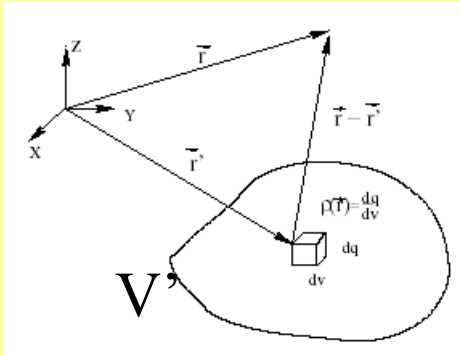
Luego el campo eléctrico total generado por la distribución será la “suma” de estos diferenciales de campo eléctrico.

$$\vec{E}(\vec{r}) = \int d\vec{E}(\vec{r})$$

## Distribución volumétrica

$$dq' = \rho(\vec{r}') d^3 r'$$

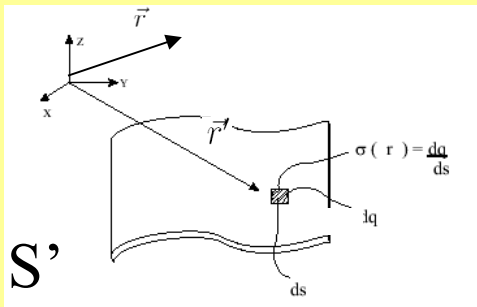
$$\vec{E}(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_{V'} \frac{\rho(\vec{r}')(\vec{r} - \vec{r}')}{\|\vec{r} - \vec{r}'\|^3} d^3 r'$$



## Distribución superficial

$$dq' = \sigma(\vec{r}') d^2 r'$$

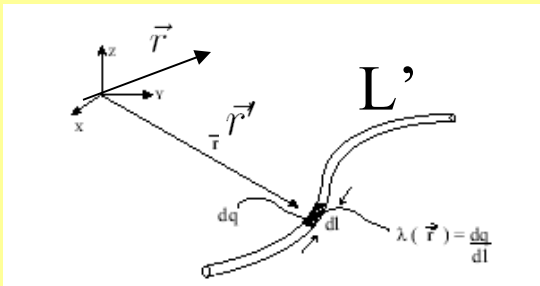
$$\vec{E}(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_{S'} \frac{\sigma(\vec{r}')(\vec{r} - \vec{r}')}{\|\vec{r} - \vec{r}'\|^3} d^2 r'$$



## Distribución lineal

$$dq' = \lambda(\vec{r}') dr'$$

$$\vec{E}(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_{L'} \frac{\lambda(\vec{r}')(\vec{r} - \vec{r}')}{\|\vec{r} - \vec{r}'\|^3} dr'$$



# Más ejemplos (Superficies cargadas)

## Guía 2

6-Un disco circular de radio  $a$  tiene una carga uniforme  $\rho_S C/m^2$ . Si el disco se encuentra sobre el plano  $z=0$  con su eje a lo largo del eje  $z$ .

(a) Demuestre que

$$\mathbf{E}(0,0,h) = \frac{\rho_S}{2\epsilon_0} \left\{ 1 - \frac{h}{[h^2 + a^2]^{1/2}} \right\} \mathbf{a}_z$$

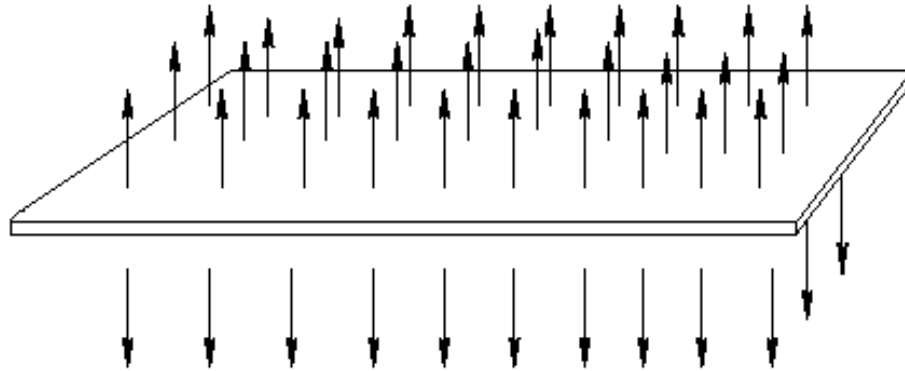
(b) A partir de esto, obtenga el campo  $\mathbf{E}$  debido a una lámina infinita de carga situada en el plano  $z=0$ .

Utilizando el resultado del problema anterior calculamos

Campo eléctrico debido a una lámina infinita de carga situada en el plano  $z = 0$ .

$$\vec{E} = \begin{cases} +\frac{\sigma_0}{2\epsilon_0} \hat{z} & \text{Si } z > 0 \\ \frac{-\sigma_0}{2\epsilon_0} \hat{z} & \text{Si } z < 0 \end{cases}$$

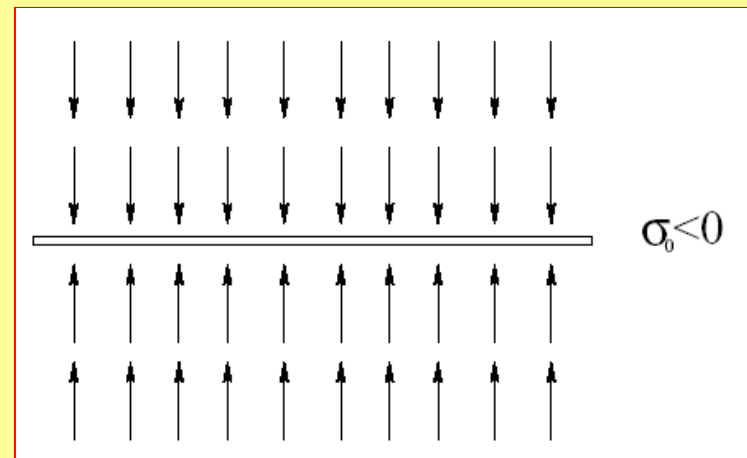
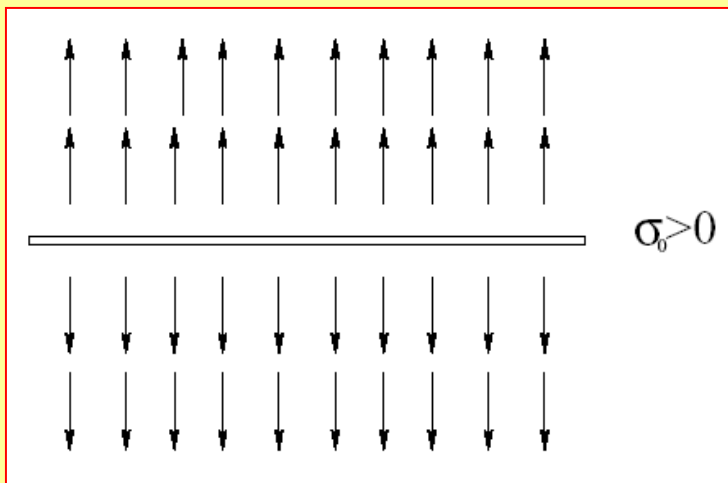
Notar que este campo resulta independiente de la altura  $z$ . Si la placa es infinita se puede también argumentar que por simetría este comportamiento no cambia cuando el observador se traslada a lo largo de la superficie de la placa.



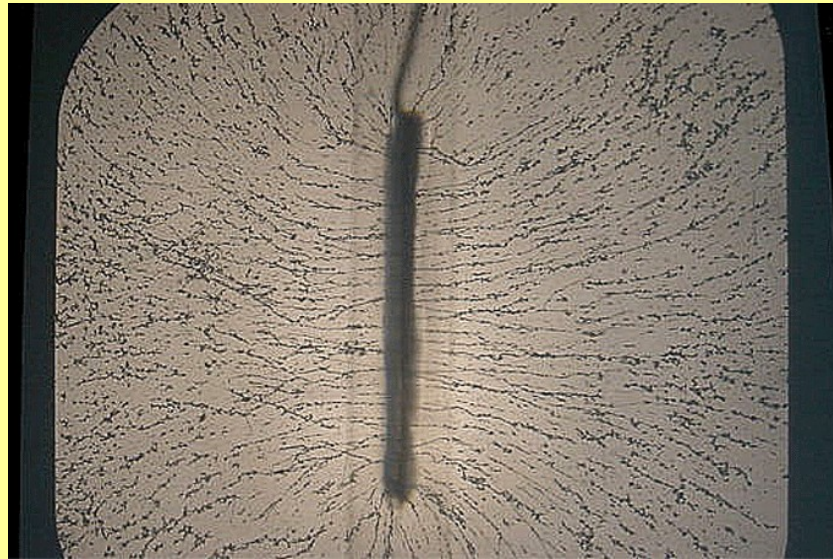
$$\sigma_0 > 0$$

Figura 2.12: Simetría traslacional del campo de una placa plana con densidad uniforme de carga

La conclusión es que el campo de una distribución uniforme de carga sobre una superficie plana, es uniforme o homogéneo, y apuntando perpendicularmente en dirección exterior a la superficie de la placa si la densidad de carga es positiva y hacia la placa si la densidad de carga es negativa.



De modo que es posible generar campos eléctricos relativamente uniformes, a partir de distribuciones de carga uniforme, siempre que se considere una superficie muuuuy grande, o equivalentemente que las cargas de prueba que sienten el campo estén muy cerca de la superficie cargada.



Ver

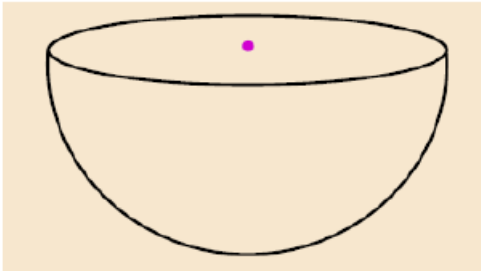
<http://ephysics.physics.ucla.edu/MIT/mappingfields/HTML/mappingfields.htm>

## Más ejemplos (Guía 2)

(Objetos volumétricos cargados y fuerza entre objetos cargado)

7- Un cilindro circular de radio  $R$  y altura  $L$  se orienta a lo largo del eje  $z$ . Tiene una densidad de carga volumétrica no uniforme dada por  $\rho(z) = \rho_0 + \beta z$  con respecto a un origen en el centro del cilindro. Encuentre la fuerza sobre una carga puntual  $q$  colocada en el centro del cilindro.

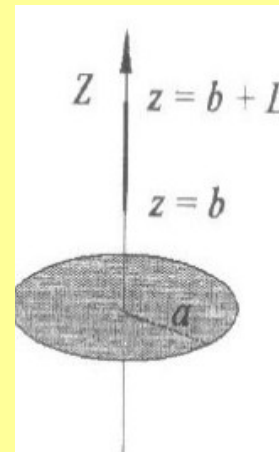
12 - Un hemisferio de radio  $R$  tiene una carga  $Q$  uniformemente distribuida. Encuentre el campo eléctrico en el centro de la esfera.



- a) Densidad volumétrica de carga
- b) Densidad superficial de carga

$$E_z = \frac{kQ}{2R^2}$$

9- Determine la fuerza entre un disco de radio "a" cargado con densidad uniforme de carga  $\rho$  y una varilla largo  $L$  colocada en el eje del disco a una distancia "b" de él, con densidad lineal  $\lambda$ .



(Ver pizarra)

Fin