

# Campos Electromagnéticos

## “Campo Magnético”



Profesor: Pedro Labraña  
Departamento de Física,  
Universidad del Bío-Bío

Carrera: Ingeniería Civil en Automatización  
Créditos: 5

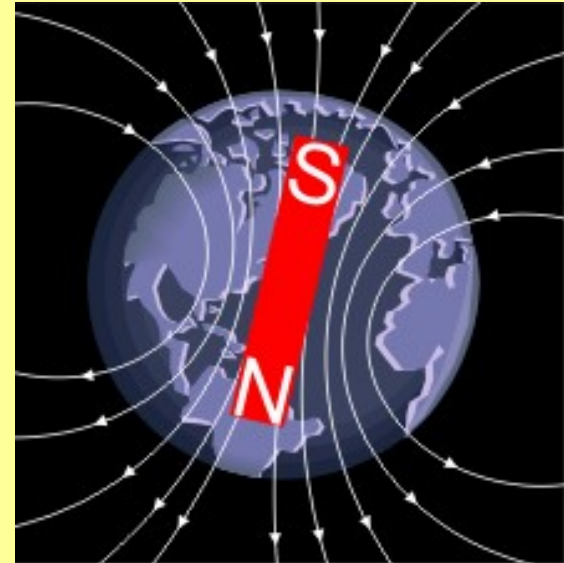
# Campo Magnético

*El Campo Magnético, Fuerza de Lorentz, Ley de Biot-Savart, Ley de Ampere*

## El Campo Magnético

La ciencia del magnetismo nació con la observación de que ciertas piedras (magnetita) atraían pedazos de hierro.

La palabra magnetismo viene de la región de magnesia en el Asia Menor, que es uno de los lugares en donde se encontraban estas piedras. La foto de la izquierda muestra un imán permanente, un descendiente directo de esos imanes naturales (piedras de magnetita). La tierra también es un imán natural (Brújula y auroras).



# La Fuerza de Lorentz

Se puede demostrar experimentalmente que las partículas cargadas experimentan una fuerza en presencia de un campo magnético. Esta fuerza depende no sólo de la posición de la carga (como ocurre en el caso de la fuerza electrostática), si no que también depende de la velocidad de la carga. Además depende en forma lineal de la magnitud de la carga y de la magnitud del campo magnético. Un punto importante respecto a esta “nueva fuerza” es que no realiza trabajo.

## Ley de Fuerza Magnética

¿Cuál es la ley de dicha fuerza? . Es claro que tiene que ser:

- un vector
- lineal en la carga  $q$
- una función lineal en el vector velocidad  $\vec{v}$ , lo que ya sugiere que la forma de la fuerza es

$$\vec{F} \sim q\vec{v}$$

- pero, a la vez no debe hacer trabajo, es decir la integral

$$W = \int \vec{F} \cdot d\vec{r} = 0$$

para cualquier camino de integración. Esto excluye la posibilidad que dicha fuerza sea colineal con  $\vec{v}$ , pero admite que dicha fuerza sea perpendicular a la velocidad  $\vec{v}$ .

Fuerza magnética:

$$\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}$$

Donde  $q$  es el valor de la carga eléctrica,  $\vec{v}$  es el vector velocidad de la carga eléctrica y  $\mathbf{B}$  es un campo vectorial denominado Campo Magnético o campo de inducción magnético.

# Fuerza de Lorentz

El efecto conjunto de la fuerza eléctrica y del campo magnético se denomina *fuerza de Lorentz*:

$$\vec{F} = q(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B})$$

## Unidades del Campo de Inducción Magnética

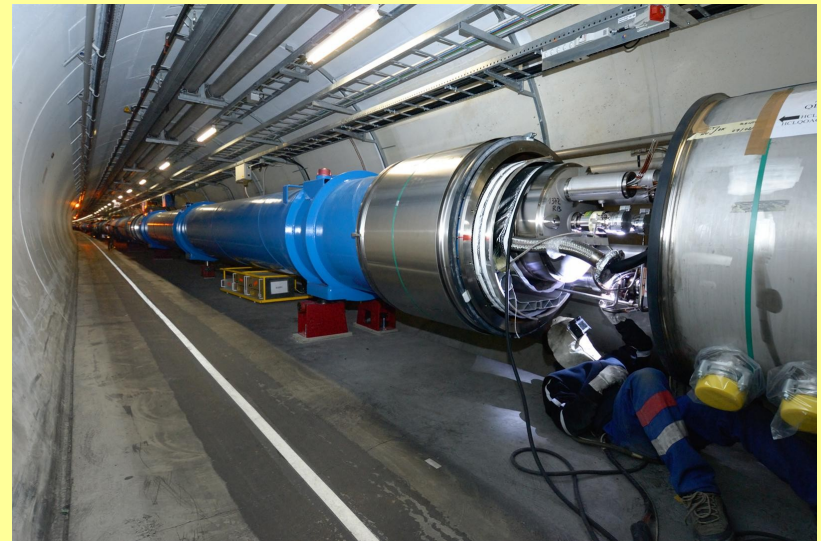
De esta última expresión se ve que, en el sistema internacional de unidades, puesto que las unidades de  $\vec{E}$  son  $[\text{N/C}] = [\text{V/m}]$ , entonces las unidades de  $\vec{B}$  son  $[\text{V seg/m}^2] = 1 [\text{Weber/m}^2] = 1 [\text{Tesla}]$  que se abrevia [T].

La conexión con el sistema CGS de unidades es  $1 [\text{T}] = 10^4 [\text{Gauss}]$ . Magnitudes típicas son:

## Algunos ejemplos

- imanes de laboratorio:  $2.5 \text{ [T]} = 25000 \text{ [Gauss]}$ ,
- imanes superconductores:  $25 \text{ [T]} = 250000 \text{ [Gauss]}$
- campo magnetico de la Tierra:  $0.5 \times 10^{-4} \text{ [T]} = 0.5 \text{ [Gauss]}$ .

## LHC

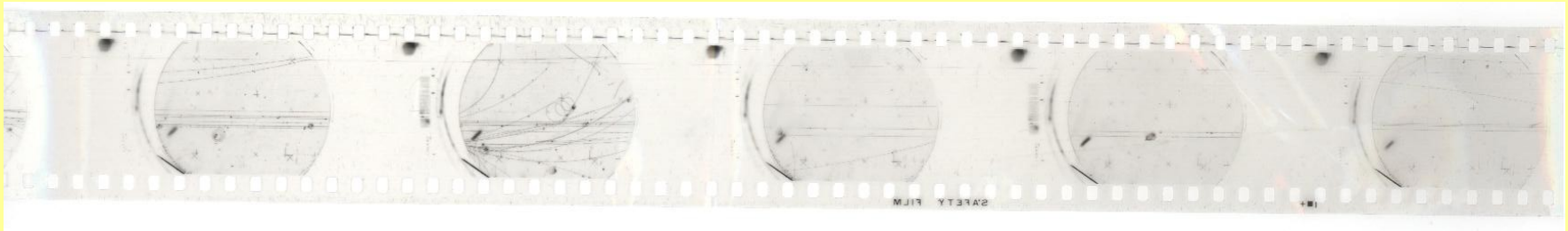


**Magnets:** There is a large variety of magnets in the LHC, including dipoles, quadrupoles, sextupoles, octupoles, decapoles, etc. giving a total of about 9600 magnets. Each type of magnet contributes to optimizing a particle's trajectory. Most of the correction magnets are embedded in the cold mass of the main dipoles and quadrupoles. The LHC magnets have either a twin aperture (for example, the main dipoles), or a single aperture (for example, some of the insertion quadrupoles). Insertion quadrupoles are special magnets used to focus the beam down to the smallest possible size at the collision points, thereby maximizing the chance of two protons smashing head-on into each other. The biggest magnets are the 1232 dipoles.

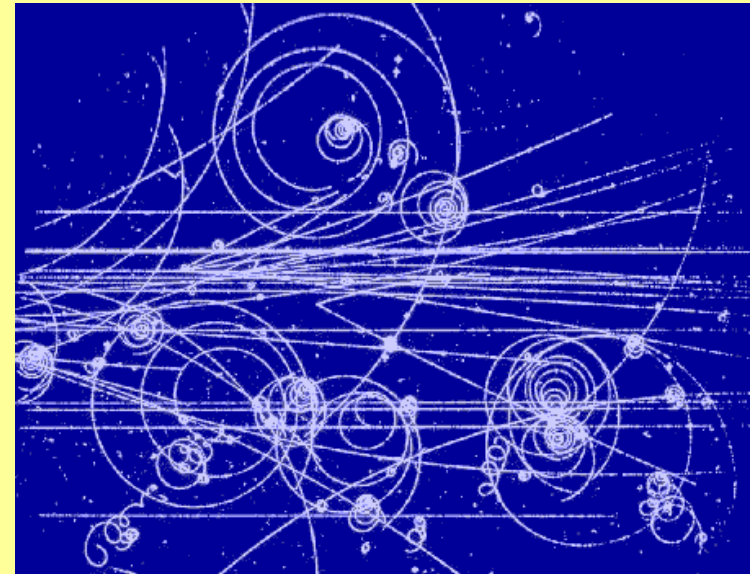
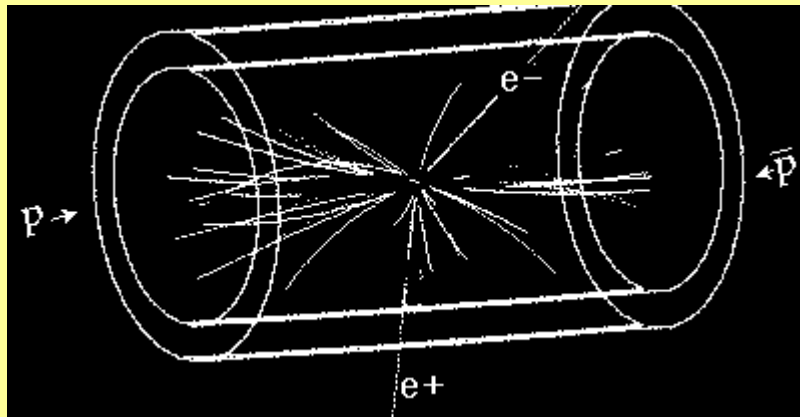
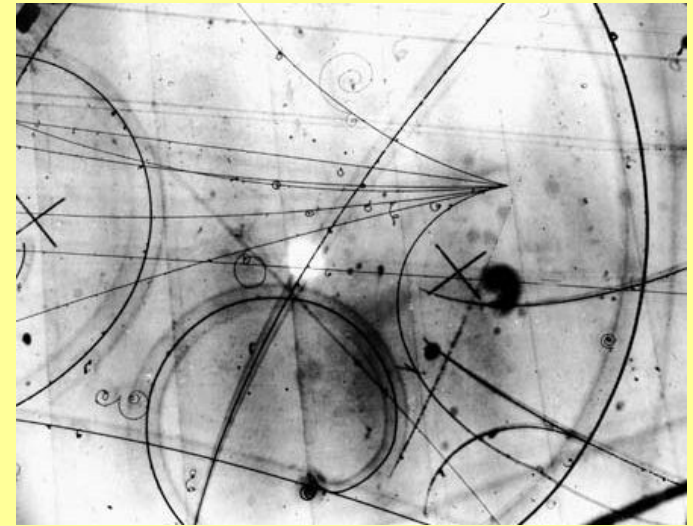
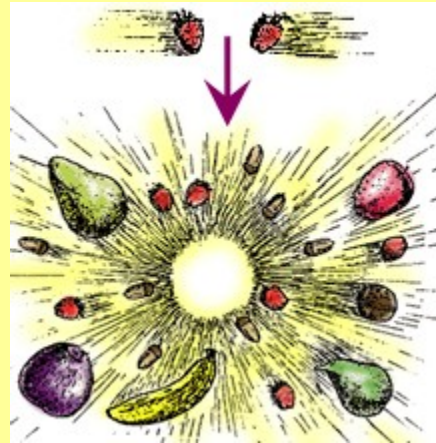
Quantity	number
Circumference	26 659 m
Dipole operating temperature	1.9 K (-271.3°C)
Number of magnets	9593
Number of main dipoles	1232
Number of main quadrupoles	392
Number of RF cavities	8 per beam
Nominal energy, protons	7 TeV
Nominal energy, ions	2.76 TeV/u (*)
Peak magnetic dipole field	8.33 T
Min. distance between bunches	~7 m
Design luminosity	$10^{34} \text{ cm}^{-2} \text{ s}^{-1}$
No. of bunches per proton beam	2808
No. of protons per bunch (at start)	$1.1 \times 10^{11}$
Number of turns per second	11 245
Number of collisions per second	600 million

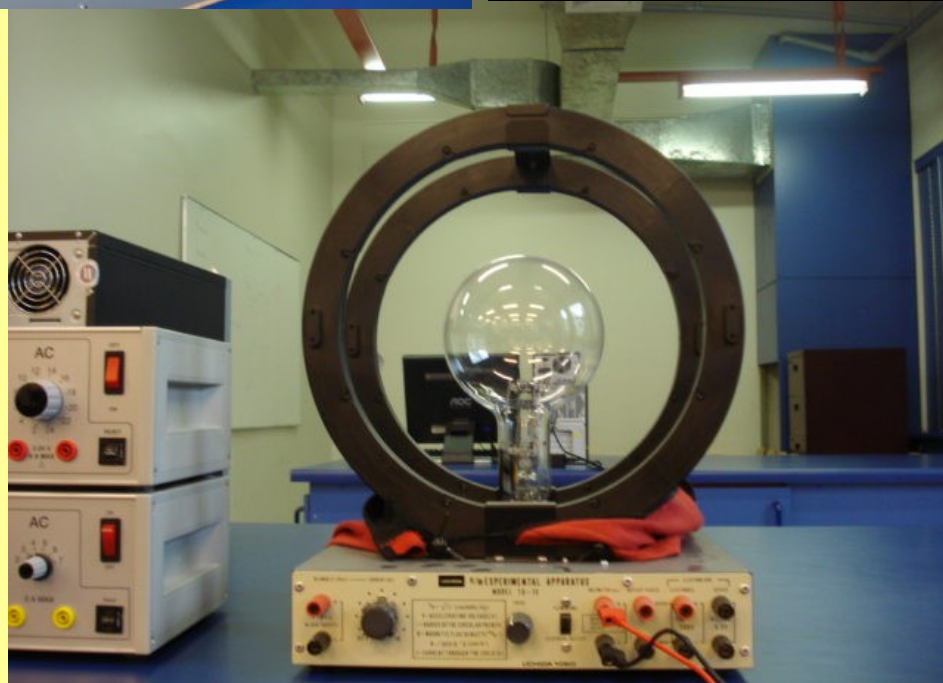
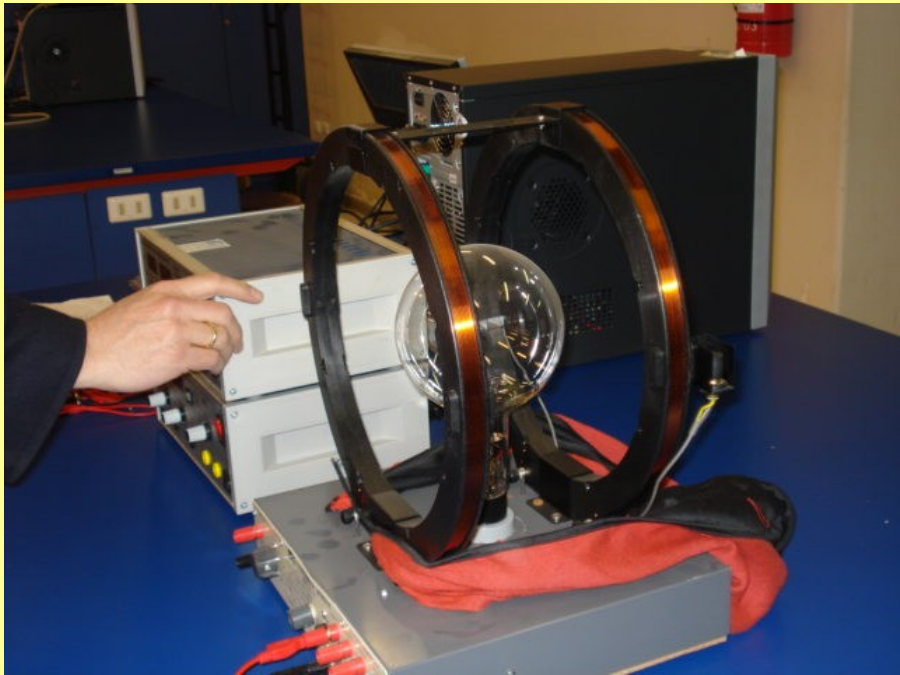
(\*) Energy per nucleon

# Movimiento de cargas en un campo de inducción magnética



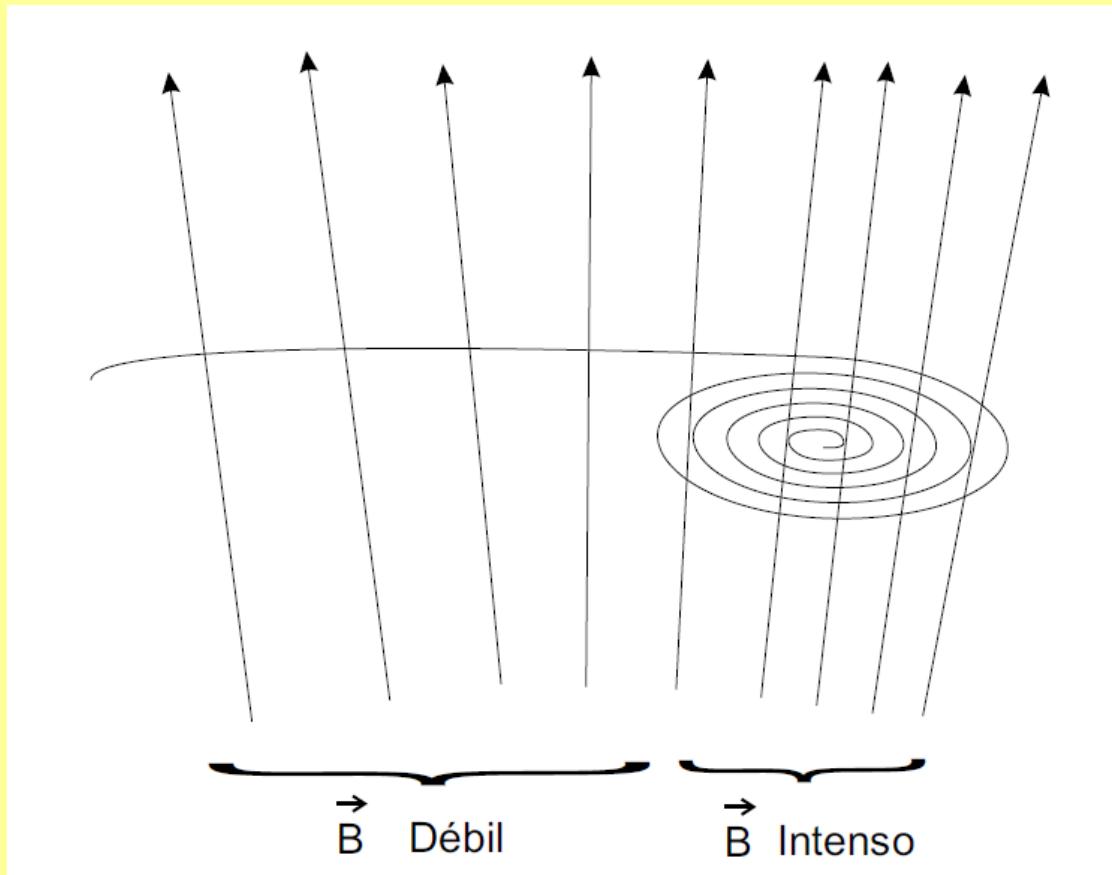
# ¿Como sondear la materia atómica y subatómica?





Ver video

El campo de inducción magnética puede ser a su vez una función de la posición, e incluso del tiempo:  $\vec{B} = \vec{B}(\vec{r}, t)$ . La determinación de  $\vec{B}$  la realizaremos más adelante cuando veamos la llamada *Ley de Biot-Savart* y la *Ley de Ampere* (una Ley integral análoga a la Ley de Gauss). Por ahora nos contentaremos con informar que, puesto que  $\vec{B}$  es una función de la posición  $\vec{r}$ , en las regiones que haya mayor intensidad de campo magnético (mayor densidad de líneas de campo magnético) la aceleración será más grande (luego el movimiento se curvará en forma más intensa), mientras que en las regiones en que la aceleración es poco intensa (menor densidad de líneas de campo) el movimiento se curvará poco, como muestra la figura de a continuación

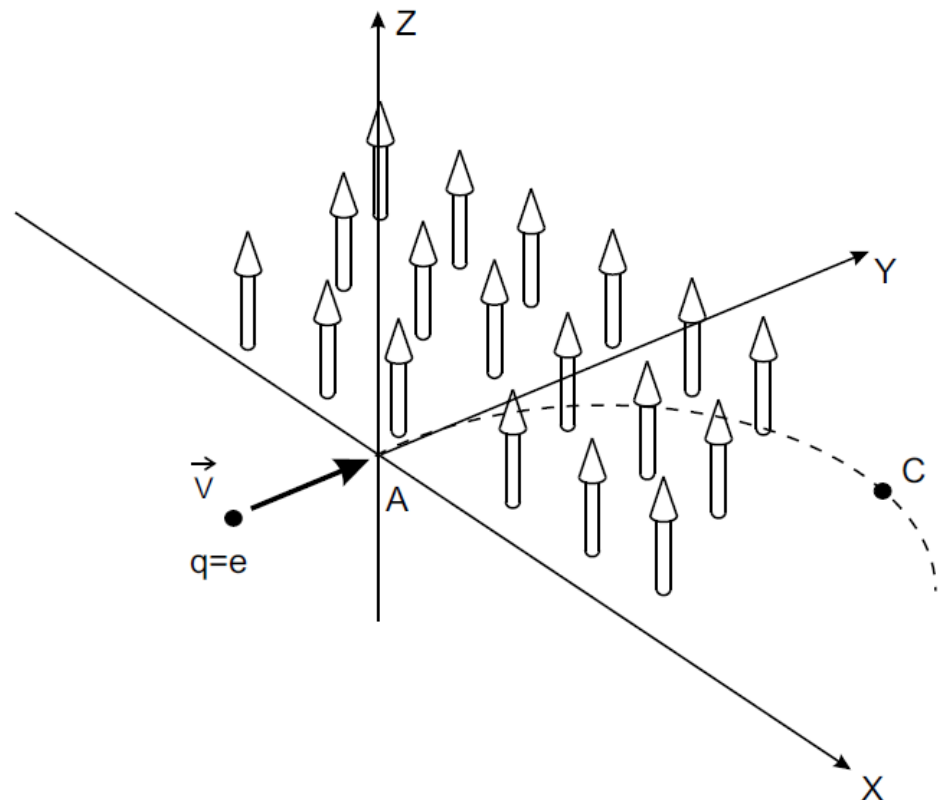


Movimiento de una partícula cargada en un campo magnético que varía con la posición

# Movimiento de una carga en un campo de inducción magnético $\vec{B}$ uniforme

Consideremos primero el siguiente ejemplo particular:

1. Un protón incide sobre una región donde hay un campo magnético  $\vec{B} = B_0 \hat{z}$  (con  $B_0 = 1.5$  [T]), con velocidad  $\vec{v} = v_0 \hat{y}$  (con  $v_0 = 8 \times 10^6$  [m/s]) como muestra la figura.



Calcule la fuerza inicial que experimenta el protón.  
¿Hacia dónde se dirige esa fuerza?

**Rpta.**

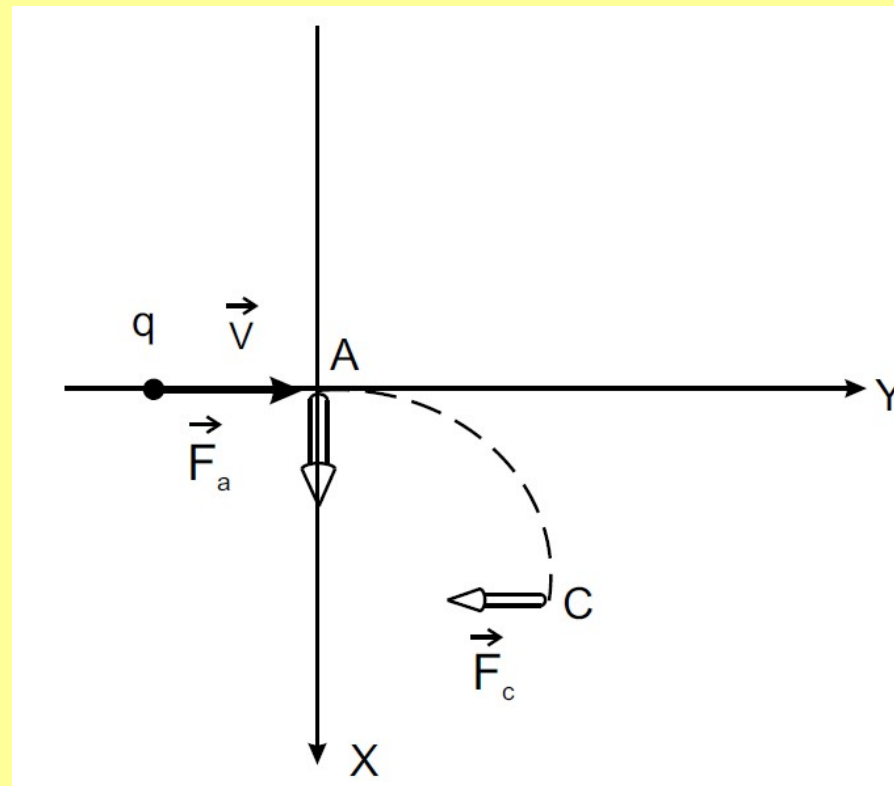
$$\vec{F} = +e\vec{v} \times \vec{B} = ev_0B_0\hat{y} \times \hat{z} = ev_0B_0\hat{x}$$

Algunos instantes más tarde, debido a la acción de la fuerza magnética, el protón se mueve con velocidad en dirección  $\hat{x}$ . ¿Hacia donde apunta ahora la fuerza?

**Rpta.**

$$\vec{F} = +e\vec{v} \times \vec{B} = ev_0B_0\hat{x} \times \hat{z} = -ev_0B_0\hat{y}$$

La dirección de la fuerza (aceleración) de la partícula se muestra en la figura siguiente para los dos puntos de la trayectoria que se ha estudiado



Puesto que la aceleración tangencial es nula (rapidez no cambia) sólo hay aceleración normal (que es la que apunta al centro de curvatura).

## Radio de giro bajo un campo $\vec{B}$ uniforme

De estos ejemplos se ve que si el campo  $\vec{B}$  es uniforme la fuerza magnética resulta, en este caso, constante en magnitud. Es decir la magnitud de la aceleración normal  $a_N = ev_0 B_0 = \text{Cte}$ , mientras que la aceleración tangencial tiene magnitud nula  $a_t = 0$  (pues  $\frac{dv}{dt} = 0$ ). Se concluye que el movimiento es circular, y con aceleración puramente normal

$$a_n = \frac{v_0^2}{R} = \frac{qv_0 B_0}{m}$$

de donde resulta que el radio de giro  $R$  (o radio de curvatura) es

$$R = \frac{vm}{qB_0}$$

que en nuestro ejemplo resulta

$$R = \frac{vm}{qB_0} = \frac{8 \times 10^6 \times 1.67 \times 10^{-27}}{1.6 \times 10^{-19} \times 2.5} = 3.3[\text{cm}]$$

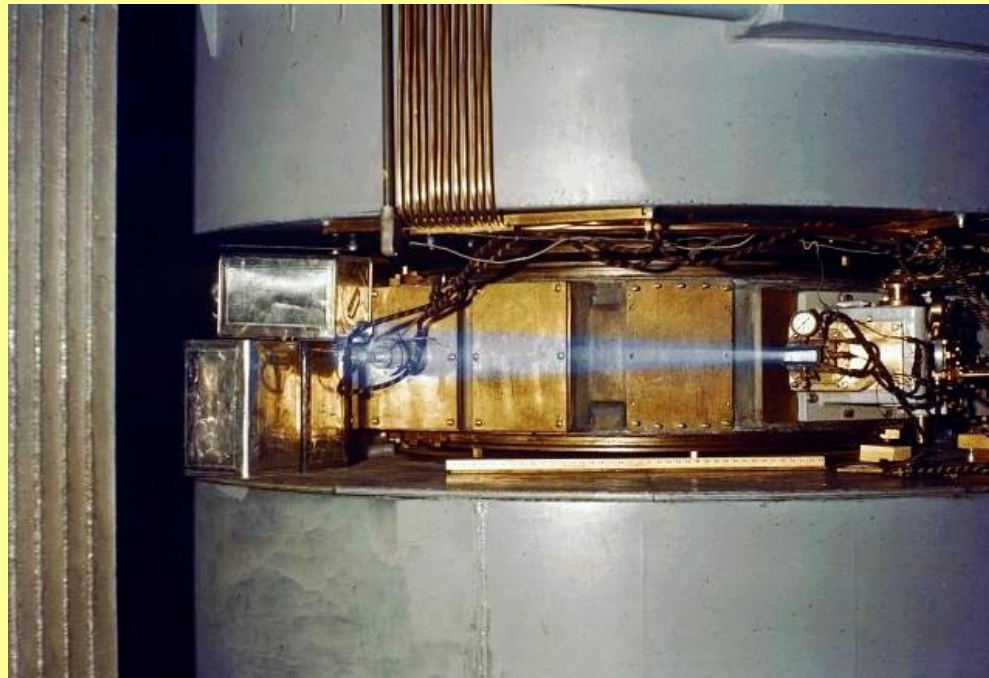
A partir de

$$a_n = \omega^2 R = \frac{qv_0 B_0}{m}$$

y usando el resultado anterior para  $R$  la rapidez angular de giro resulta:

$$\omega = \frac{qB_0}{m}$$

Expresión que se conoce como la frecuencia de rotación de Larmor, y que es independiente de la rapidez  $v_0$  con que se lanza inicialmente el protón.



## Fuerza Magnética sobre un distribución de corriente

Si consideramos un elemento de carga  $dq$  que se mueve con velocidad  $\vec{v}$  la corriente infinitesimal asociada  $d\vec{J} = dq\vec{v}$  experimente una fuerza:

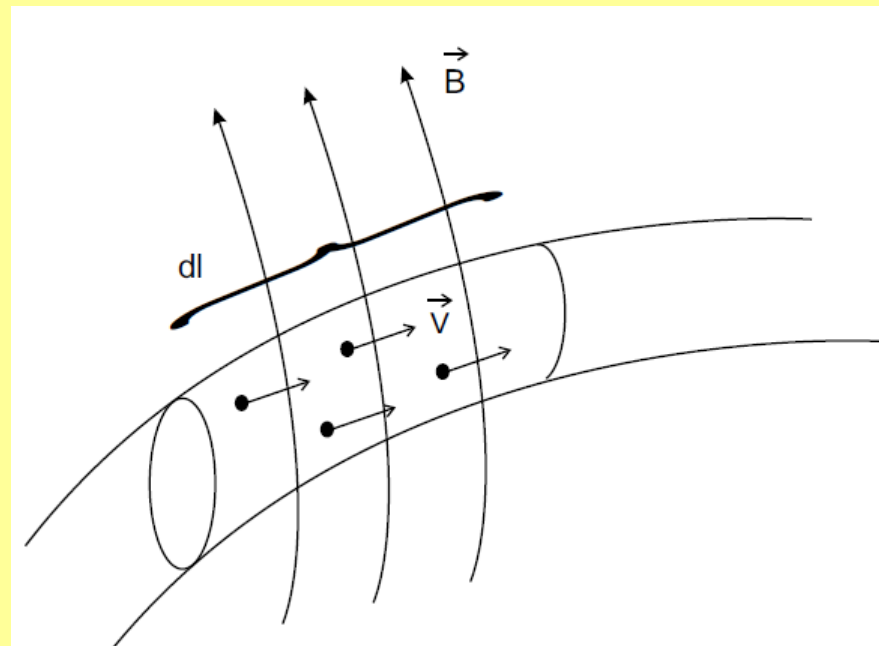
$$d\vec{F} = dq\vec{v} \times \vec{B} = d\vec{J} \times \vec{B}$$

En el caso de una distribución lineal, superficial y volumetrica de carga se tiene

$$d\vec{J} = dq\vec{v} = \begin{cases} \lambda\vec{v}d\ell & = \vec{I}d\ell \\ \sigma\vec{v}dS & = \vec{K}dS \\ \rho_Q\vec{v}dV & = \vec{J}dV \end{cases}$$

en que hemos introducido las densidades de corriente lineal ( $\vec{I} = \lambda\vec{v}$ ), superficial ( $\vec{K} = \sigma\vec{v}$ ) y volumétrica ( $\vec{J} = \rho\vec{v}$ ).

**Cable con Corriente** Puesto que una corriente  $I$  no son mas que cargas en movimiento con cierta velocidad  $\vec{v}$  entonces es posible concluir que, en presencia de un campo  $\vec{B}$ , un cable experimenta una fuerza magnética que es la superposición de las fuerzas magnéticas que experimentan las partículas que generan la corriente eléctrica. Es decir la fuerza que experimentan los elementos de corriente  $d\vec{J} = \vec{I}d\ell$ .



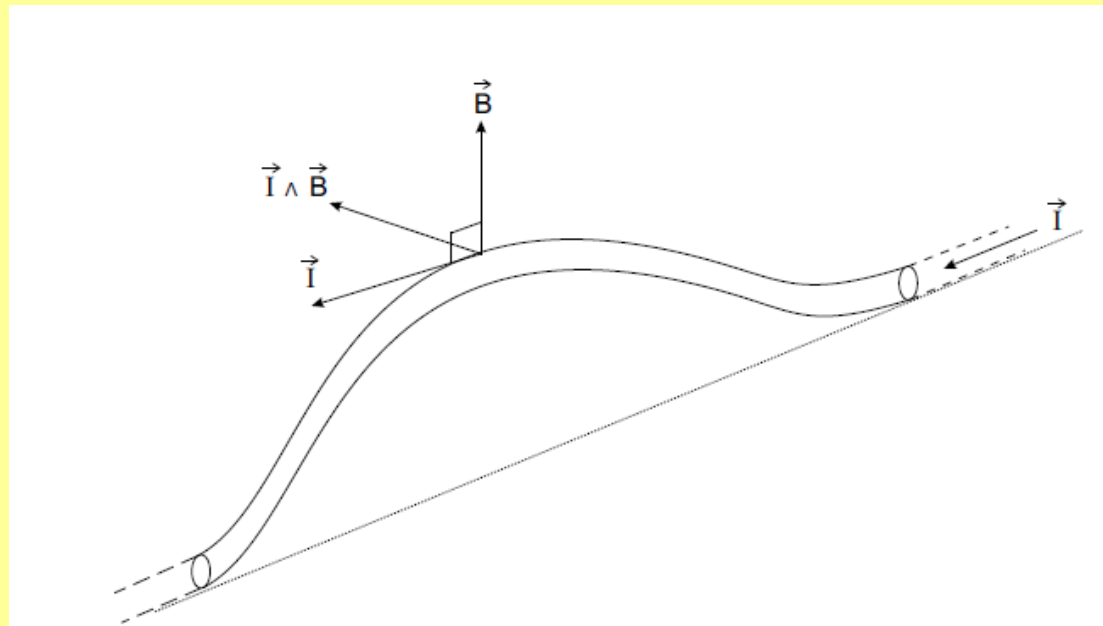
La fuerza magnética por unidad de longitud se puede escribir entonces:

$$d\vec{F} = dq\vec{v} \times \vec{B} = I d\ell' \times \vec{B}$$

y en un cable de forma cualquiera la fuerza total sobre el segmento completo de cable será:

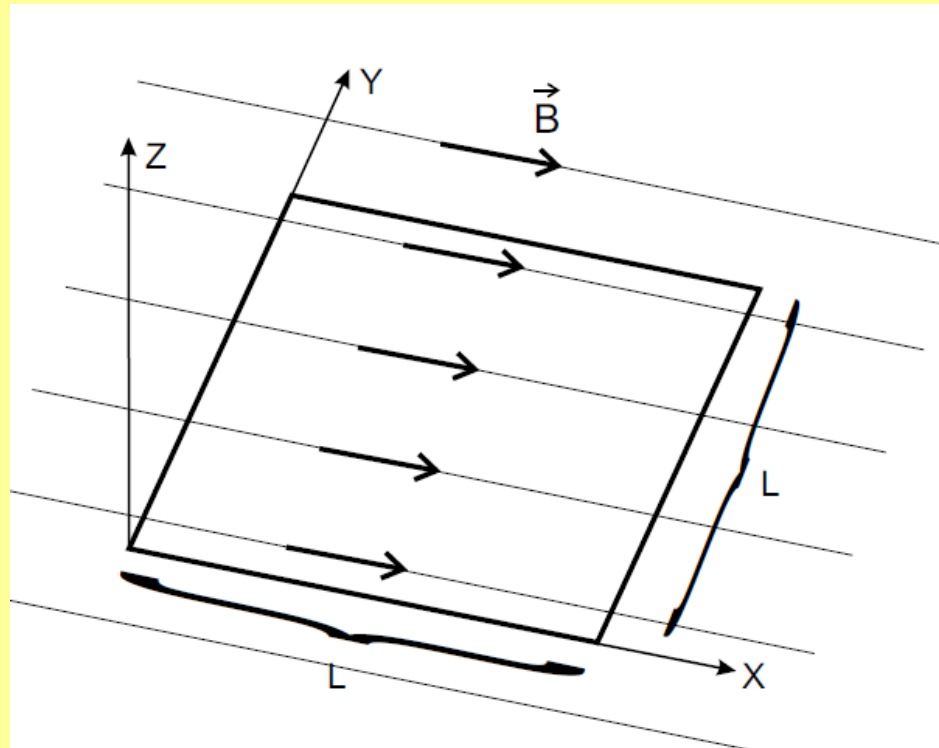
$$\vec{F}_{\text{cable}}^{\text{magnet.}} = \int \vec{I} \times \vec{B} d\ell$$

Así por ejemplo para la situación de la figura siguiente (suponiendo que el cable está sujeto por sus extremos) si se aplica una corriente y hay además un campo  $\vec{B}$  como muestra la figura, la deformación del cable será la producida por la fuerza que resulta del producto  $\vec{I} \times \vec{B}$ , y su dirección queda establecida de acuerdo a la *regla de la mano derecha* para este producto.



# Ejemplo

Se introduce una espira cuadrada de largo  $L$  en una región con campo magnético uniforme de magnitud  $B$  y paralelo a la superficie que contiene la espira (ver figura). Determinar la fuerza sobre cada segmento de la espira.



**Rpta.**  $\vec{B} = B\hat{i}$ . Luego

$$\vec{F}_{e_1} = \int I\hat{x} \times B\hat{x}d\ell = 0$$

$$\vec{F}_{e_2} = \int I\hat{y} \times B\hat{x}d\ell = -IBL\hat{k}$$

$$\vec{F}_{e_3} = \int -I\hat{x} \times B\hat{x}d\ell = 0$$

$$\vec{F}_e = \int -I\hat{y} \times B\hat{x}d\ell = +IBL$$

Nota: Observe que la fuerza total sobre la espira en este caso resulta nula.

¿Qué ocurriría si el campo magnético es ortogonal a la superficie de la espira?

Fin