

Física II, Ondas

Guía 2

Ingeniería Civil en Informática
Profesor: Pedro Labraña.
Ayudante: Fernando Caro

1. Se dispone de un resorte de constante $k = 100 \text{ [N/m]}$. La masa que se ata al resorte es 10 [Kg] y el largo natural del resorte es muy pequeño:
 - (a) ¿la frecuencia angular (w) vale?
 - (b) ¿la frecuencia natural (ν) vale?
 - (c) ¿el período del movimiento de la masa vale?
 - (d) Se estira el resorte hasta deformarlo en 10 [cm] y se suelta la masa sin darle impulso (desde el reposo). La ecuación general que describe el movimiento es $x(t) = A \cos(wt + \phi)$. ¿Cuánto valen las constantes A y ϕ en este caso? ¿Dónde está la masa transcurrido $3/4$ del período de tiempo?
 - (e) No se estira el resorte y se lanza la masa dándole un impulso de manera que la velocidad inicial es 10 [m/s] . La ecuación general que describe el movimiento es $x(t) = A \cos(wt + \phi)$. ¿Cuánto valen las constantes A y ϕ en este otro caso? ¿Qué velocidad tiene la masa transcurridos $3/4$ del período de tiempo?
 - (f) Se estira el resorte hasta deformarlo en 10 [cm] y se lanza la masa dándole un impulso de manera que la velocidad inicial es 10 [m/s] . La ecuación general que describe el movimiento es $x(t) = A \cos(wt + \phi)$. ¿Cuánto valen las constantes A y ϕ en este 3er caso?
- ¿Qué aceleración tiene la masa transcurridos $3/4$ del período de tiempo?
- (g) Determine la energía mecánica total E almacenada en las oscilaciones de cada uno de los tres casos (d), (e) y (f).
2. Considere la Figura 1 que describe la posición de una masa versus el tiempo en un sistema oscilador:
 - ¿El periodo del movimiento es?:
 - ¿La amplitud del movimiento es?:
 - ¿El desfase vale?:
 - ¿La ecuación $x(t)$ que describe el movimiento sería?
 - ¿La ecuación $v_x(t)$ que describe la velocidad del movimiento sería?
 - ¿La velocidad de la masa al cabo de 2.5 segundos sería?
3. Considere el sistema de resortes iguales de la Figura 2, en que cada uno de ellos tiene constante k . ¿Cuánto vale la constante efectiva del resorte para el sistema?
4. Un bloque de masa m se coloca sobre un plano inclinado perfectamente pulido, unido a un resorte de largo natural L_0 y constante elástica k . El plano forma un ángulo θ con la horizontal (ver figura 3).
 - a) Encuentre la posición de equilibrio de la masa con respecto al extremo fijo del resorte.

b) Determine la frecuencia de oscilación de la masa m entorno a su posición de equilibrio encontrada en a).

5. Se quiere que un auto de masa $m = 400$ [kg] tenga oscilaciones naturales (no forzadas) de 1 [seg] de duración?

- ¿Cuánto vale w ?
- ¿Qué valor debe tener la constante elastica efectiva k_{eff} ?
- Si se tiene en cuenta que las cuatro ruedas tiene resortes iguales, entonces ¿Cuánto vale la constante k de cada resorte?

6. Cuando viaja detras de un auto que corre a 3.00 m/s, una persona observa que uno de los neumáticos del auto tiene una protuberancia semiesférica en su borde, ver figura 4.

a) Explique por qué la protuberancia, desde su punto de vista detrás del auto, ejecuta un movimiento armónico simple.

b) Si los radios de los neumáticos del auto son de 0.300 m, ¿cuál es el periodo de oscilación de la protuberancia?

7. Un sistema bloque resorte oscila con una amplitud de 3.50 cm. Si la constante del resorte es 250 N/m y la masa del bloque es 0.500 Kg, determine a) la energía del sistema, b) la rapidez máxima del bloque, y c) la máxima aceleración.

8. La amplitud de un sistema que se mueve con movimiento armónico simple se duplica. Determine el cambio en a) la energía total, b) la rapidez máxima, c) la aceleración máxima, y d) el periodo.

9. Una partícula ejecuta un movimiento armónico simple con una amplitud de 3.00 cm. ¿En qué posición es igual su rapidez a la mitad de su rapidez máxima?

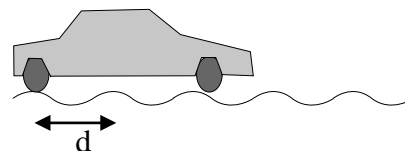


Figure 1: Amplitud 0.1 m y $\lambda = 20$ m.

10. Considere la ecuación diferencial sin forzamiento externo:

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} + m \gamma \frac{dx}{dt} + kx = 0$$

- a) Si $m = 1$ [kg], $k = 2$ [N/m] y $\gamma = 1$.

- ¿Cuales son las unidades de γ ?
- Escriba la *ecuación secular* asociada a esta ecuación diferencial
- Resuelva la ecuación secular y escriba la solución más general posible para $x(t)$.
- Considere el caso $x(0) = 1$, $v_x(0) = 0$. Grafique la evolución para $x(t)$.

- b) Ahora, para los valores $m = 1$ [kg], $k = 2$ [N/m] y $\gamma = 3$, conteste las preguntas de a).

11. Considere la ecuación

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} + kx = F(t) = \cos(5t)$$

Encuentre una solución esta ecuación.

12. Cuando un vehiculo se mueve sobre una calle con “calaminas” experimenta un forzamiento externo de la forma:

$$F_0 \cos(w_e t).$$

Puesto que el vehiculo tiene una frecuencia natural de oscilación $w = \sqrt{k/m}$ es posible que ocurra una resonancia.

¿Con qué rapidez v se debe mover el vehiculo para que la resonancia se a máxima?. Considere $\sqrt{k/m} = 1$ [Hz].

13. Averigue sobre el puente de Tacoma.

14. Considere una masa $m = 250$ [g], sujeta a un resorte de constante $k = 85$ [N/m] y que está sumergida dentro de un medio viscoso de constante $\gamma = 0.7$ [s⁻¹]. Esto es, satisface: $d^2x/dt^2 + \gamma dx/dt + w^2x = 0$.

Si la masa se suelta del reposo.

- Determine si la masa alcanza a oscilar (acaso el movimiento es amortiguado o sobre-amortiguado).
- En el caso de no ser sobre-amortiguado determine la frecuencia angular de las oscilaciones, y el período asociado.
- ¿En cuantas oscilaciones la amplitud del movimiento disminuirá a la cuarta parte de la inicial?

15. Un automóvil requiere el uso de un adecuado sistema de amortiguación. Un buen sistema de amortiguación es aquel que no permite más de una oscilación con amplitud sobre el 10% de la inicial, resultante de la pasada de una rueda sobre una irregularidad del terreno. Considerando que hay amortiguadores en la cuatro ruedas y considerando un valor típico de 1 ton para la masa del automóvil, encuentre los valores de b y k que permiten cumplir con la especificación técnica de amortiguamiento.

16. Considere un oscilador de masa m , constante de roce proporcional a la velocidad b y constante elástica k , que al oscilar libremente disminuye su amplitud de oscilación en un factor R constante en cada ciclo de oscilación. Se aplica al oscilador una fuerza externa de la forma $F_E = F_0 \cos(wt)$, con w igual a la frecuencia que hace máxima la amplitud de oscilación del sistema. Determine la amplitud de oscilación bajo la acción de la fuerza externa.

17. Un automóvil de masa 1000 kg oscila verticalmente como si fuera una masa unida

a cuatro resortes de constante $k = 10.000$ N/m, unidos a amortiguadores de constante de roce $b = 1.100$ N s/m. El automóvil viaja a lo largo de una carretera con calamina, que puede ser aproximada por una senoide de amplitud 0.1 m y periodo espacial 20 m, ver Figura 1.

a) ¿A qué velocidad del automóvil la vibración por efecto del pavimento tiene amplitud máxima y cual es la frecuencia de vibración?

b) ¿Cual será la amplitud de oscilación en la condición de resonancia?

c) ¿Cual sería la amplitud y frecuencia de oscilación si la velocidad fuese mucho mayor que la que produce resonancia?

18. Considere un bloque de masa m que está apoyado sobre un resorte de constante k y largo natural l_0 , bajo la acción de la gravedad (ver figura 3). El punto B , de donde se sostiene el resorte, se encuentra al nivel de la mesa.

a) Encuentre la altura de equilibrio de la masa.

Luego, cuando el bloque ya está quieto y en su posición de equilibrio, el punto B comienza a oscilar verticalmente con frecuencia w . Pasado un cierto tiempo podemos asumir que la posición del punto B en el eje vertical es $y_2(t) = a \cos[wt]$.

b) Determine la ecuación que describe el movimiento de la masa m en torno al punto de equilibrio encontrado en a).

c) Escriba la solución general a la ecuación determinada en b)

d) Manteniendo la amplitud a fija. Considere que la frecuencia w es menor que la frecuencia de resonancia.

¿Cuál es el máximo valor de la frecuencia w tal que el bloque nunca choca con la mesa?