

# Física II, Ondas

## Oscilaciones Forzadas



Profesor: Pedro Labraña  
Departamento de Física,  
Universidad del Bío-Bío

Carrera: Ingeniería Civil en Automatización  
Créditos: 5

# Movimiento Oscilatorio

..., *Relación Entre el Movimiento Armónico Simple y el Movimiento Circular Uniforme (Análisis de Fasores)* , Oscilaciones Forzadas y Resonancia, Movimiento Amortiguado.

## Oscilaciones forzadas

Una situación muy común es la de un sistema que puede oscilar debido a las fuerzas restaurativas pero al cual, adicionalmente, se le aplica permanentemente una fuerza externa  $F$  que puede ser dependiente del tiempo. Este tipo de sistema está descrito por una ecuación como la siguiente:

$$F_T = -K (x - l_0) + F_E(t)$$

(Ver pizarra, dibujo)

Una posibilidad es forzar el sistema con una fuerza que sea periódica pero de un periodo diferente al del sistema. Esto es, consideramos una fuerza externa de la forma:

$$F_E(t) = F_0 \cos[wt]$$

Caso libre

$$X(t) = A \cos(w_0 t + \delta)$$

$$\omega_0 \equiv \sqrt{\frac{k}{m}}$$

## Pregunta rápida

Considere una masa  $M$  que cuelga de un resorte de constante  $K$  y largo natural  $L$  en presencia de la gravedad (ver pizarra).

- c) Determine la posición de equilibrio de la masa  $M$ , con respecto al extremo fijo del resorte
- d) Determine la frecuencia de oscilación de la masa  $M$  entorno a su posición de equilibrio encontrada en a).

Ver video

En este caso la ecuación de movimiento queda

$$\frac{d^2 X}{dt^2} + \frac{k}{m} X = F_0 \cos[wt]$$

$$\frac{d^2 X}{dt^2} + w_0^2 X = F_0 \cos[wt]$$

Imponemos una solución del siguiente tipo (adivinamos)

\*

$$X(t) = A \cos[wt]$$

Es decir una solución donde la masa oscilará con la frecuencia de la fuerza externa. Diremos que esta será la solución una vez que el sistema este en el denominado estado estacionario.

Luego probamos si nuestra “función \*” es realmente una solución de la ecuación de movimiento. Encontramos que será una solución sólo si la constante A vale un determinado valor (ver pizarra). Luego tenemos que la solución será:

$$X(t) = \frac{F_0}{m [w_0^2 - w^2]} \cos[wt]$$

Solución:

$$X(t) = \frac{F_0}{m [w_0^2 - w^2]} \cos[wt]$$

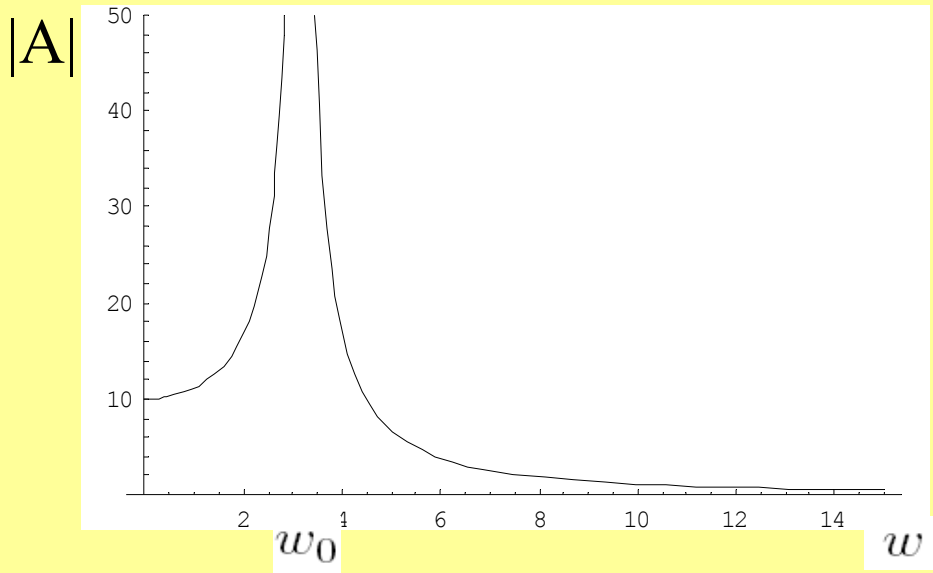
La escribimos de una manera más adecuada:

$$X(t) = \frac{F_0}{m |w_0^2 - w^2|} \cos[wt + \delta]$$

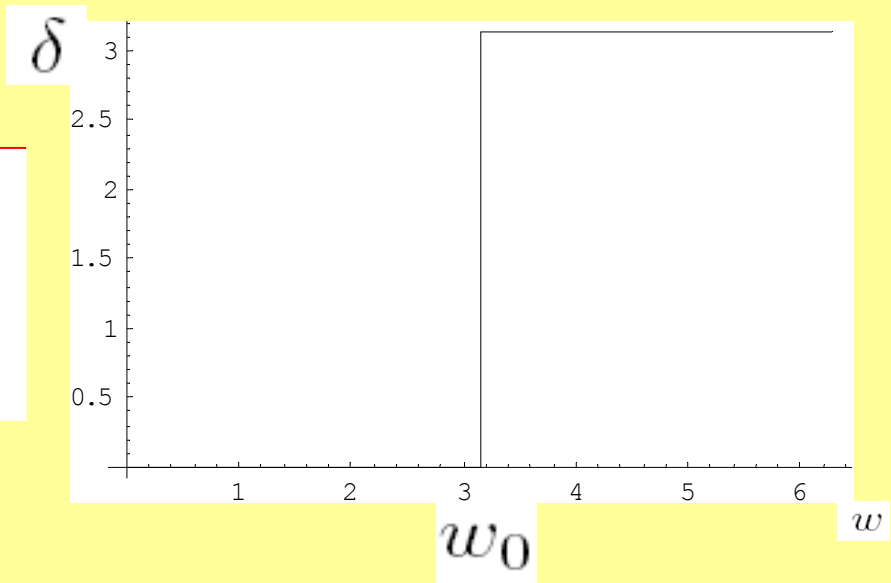
Donde

$$\delta = \begin{cases} \delta = 0 & w < w_0 \\ \delta = \pi & w > w_0 \end{cases}$$

$$\frac{F_0}{m |w_0^2 - w^2|}$$



$$\delta = \begin{cases} \delta = 0 & w < w_0 \\ \delta = \pi & w > w_0 \end{cases}$$



# Resonancia

Ver videos

Fin