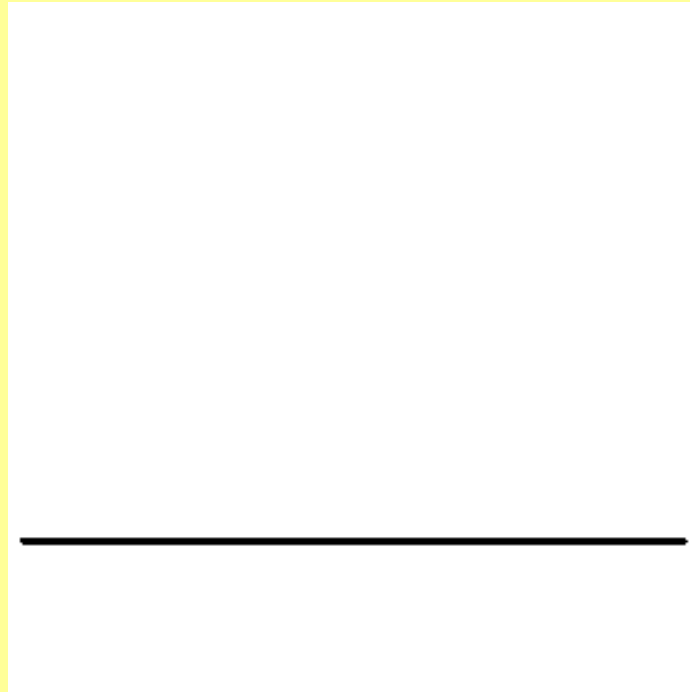


# Física II, Ondas

## Ondas transversales en una cuerda



Profesor: Pedro Labraña  
Departamento de Física,  
Universidad del Bío-Bío

Carrera: Ingeniería Civil en Informática  
Créditos: 5

# Ondas Mecánicas

*Tipos de Ondas, Ondas Viajeras, La ecuación de onda, El Principio de Superposición, Ondas Estacionarias.*

## Ondas transversales en una cuerda

Ecuación de onda

$$\frac{\partial^2 u(x, t)}{\partial x^2} = \frac{1}{V^2} \frac{\partial^2 u(x, t)}{\partial t^2}$$

Soluciones a esta ecuación

$$u(x, t) = f(x - vt)$$

Si el pulso viaja a la derecha

$$u(x, t) = f(x + vt)$$

Si el pulso viaja a la izquierda

Como la ecuación es lineal opdemos probar, por ejemplo, que:

$$T(x, t) = f(x - vt) + g(x + vt)$$

Ahora veremos que una perturbación a una cuerda horizontal tensa satisface la ecuación de onda.

Consideremos una cuerda que se deforma ligeramente en la dirección transversal:

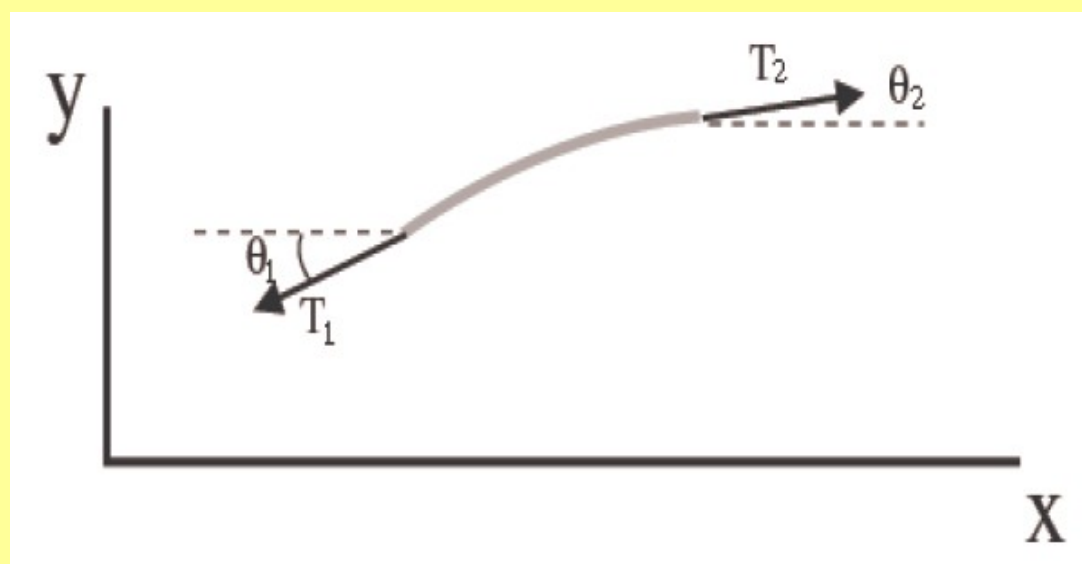


pero que su deformación (o movimiento) es tal que la tensión  $T$  a lo largo de la cuerda se mantiene constante.

La ecuación que obedece un elemento de cuerda está dada por la fuerza neta sobre este elemento:

$$\Delta m a_x = \sum F_x = T_2 \cos \theta_2 - T_1 \cos \theta_1$$

$$\Delta m a_y = \sum F_y = T_2 \sin \theta_2 - T_1 \sin \theta_1$$



sin embargo si la deformación es chica (ángulo pequeño) se tiene:  $\cos \theta_1 \approx 1$  y  $\sin \theta_1 \approx \theta_1 \approx \tan \theta_1$ . Lo mismo ocurre con  $\theta_2$ . Reemplazando en la ecuación de fuerza queda:

$$\begin{aligned}\Delta m a_x &\approx T_2 - T_1 \\ \Delta m a_y &\approx T_2 \tan \theta_2 - T_1 \tan \theta_1\end{aligned}$$

Si sólo se admite movimientos transversales ( $a_x = 0$ ) resulta  $T_2 = T_1$ , es decir la tensión es constante a lo largo de la cuerda, digamos que el valor es  $T_0$ .

La ecuación de movimiento para la componente  $y$  entrega:

$$\begin{aligned}\Delta m a_y &\approx T_0 (\tan \theta_2 - \tan \theta_1) \\ &\approx T_0 (y'(x + \Delta x) - y'(x))\end{aligned}$$

en que hemos usado que  $\tan \theta_1 = dy/dx|_x = y'(x)$  y  $\tan \theta_2 = dy/dx|_{x+\Delta x} = y'(x + \Delta x)$

Ver pizarra

$$\begin{aligned}\Delta m a_y &\approx T_0 (\tan \theta_2 - \tan \theta_1) \\ &\approx T_0 (y'(x + \Delta x) - y'(x))\end{aligned}$$

Dividiendo por la longitud del elemento horizontal  $\Delta x$  queda:

$$\underbrace{\frac{\Delta m}{\Delta x}}_{\mu} \underbrace{a_y}_{\frac{\partial^2 y}{\partial t^2}} \approx = T_0 \underbrace{\frac{y'(x + \Delta x) - y'(x)}{\Delta x}}_{\frac{\partial^2 y}{\partial x^2}}$$

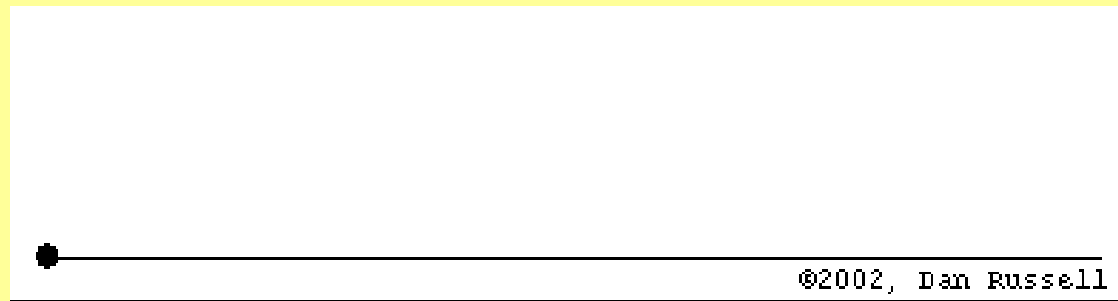
En el límite  $\Delta x \rightarrow 0$  se obtiene una ecuación de onda para los movimientos transversales de una cuerda:

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = \underbrace{\frac{T_0}{\mu}}_{c^2} \frac{\partial^2 y}{\partial x^2}$$

con rapidez de onda  $c = \sqrt{T_0/\mu}$ .

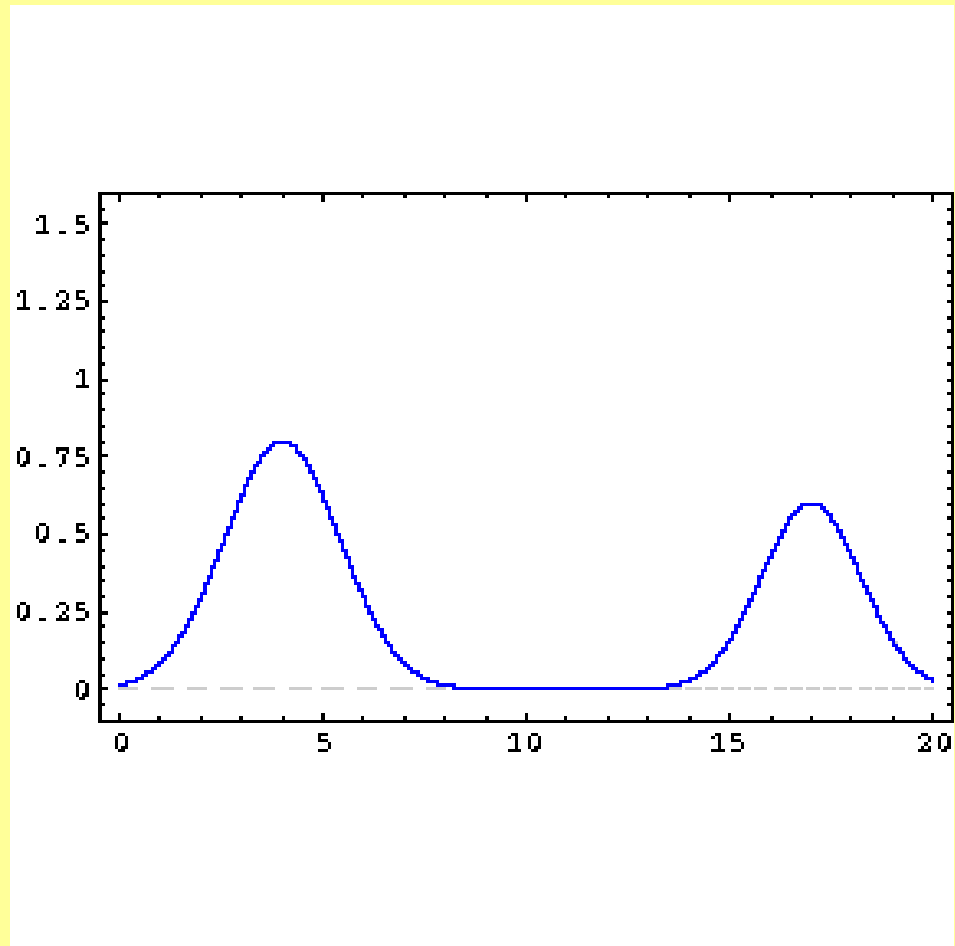
Luego las perturbaciones a una cuerda horizontal tensa satisfacen la ecuación de onda en una dimensión. Estas perturbaciones (pulsos) se propagan con una velocidad constante dada por  $C$ .

## Algunos ejemplos gráficos

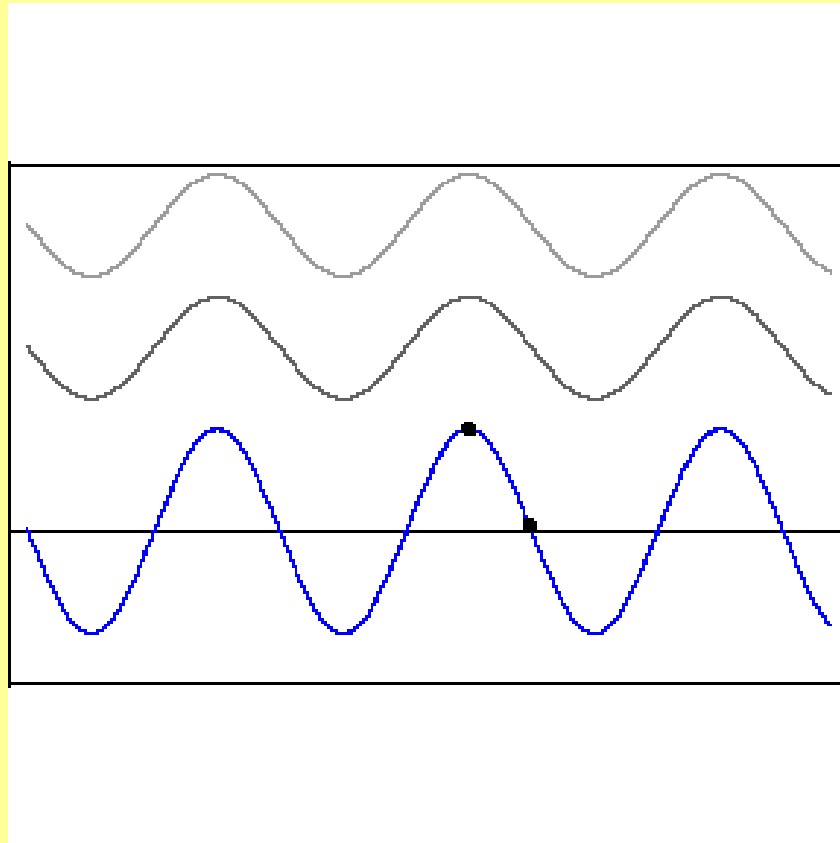


Un pulso viajando a la derecha

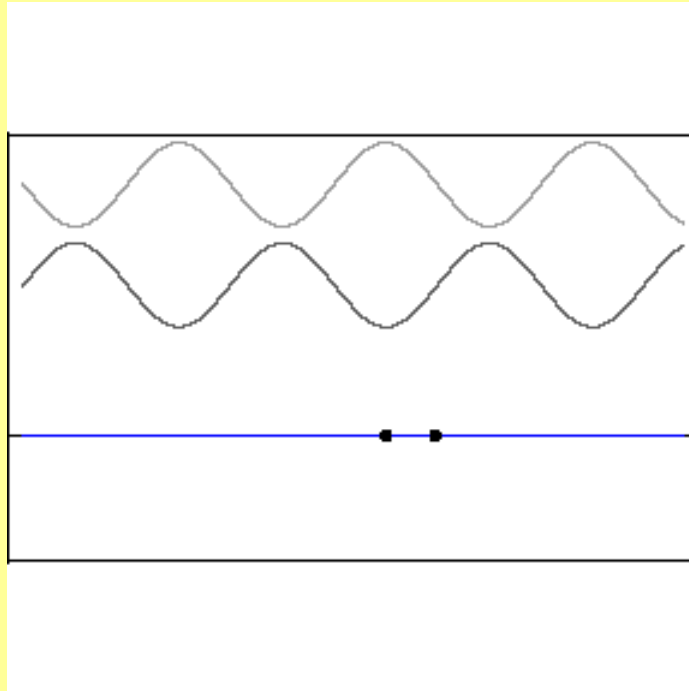




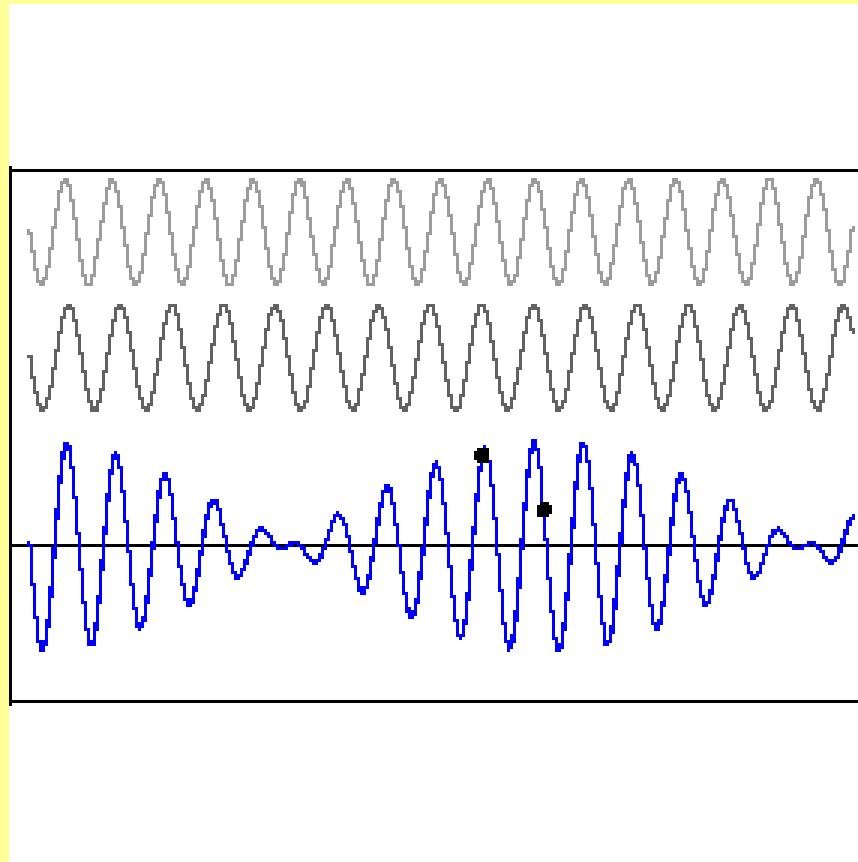
Interferencia entre un pulso que viaja a la derecha y un pulso que viaja a la izquierda



Interferencia entre dos ondas armónicas que viajan a la derecha



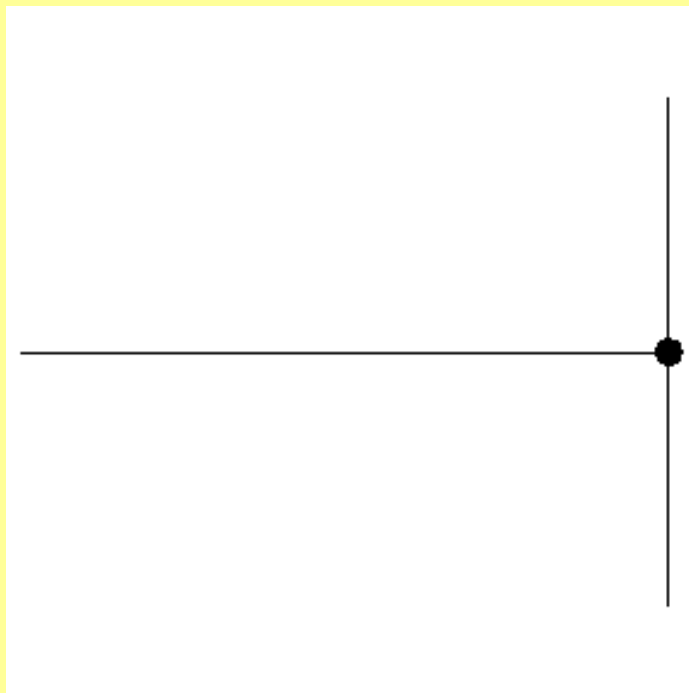
Interferencia de dos ondas armónicas, una que viaja hacia la derecha y otra que viaja a la izquierda



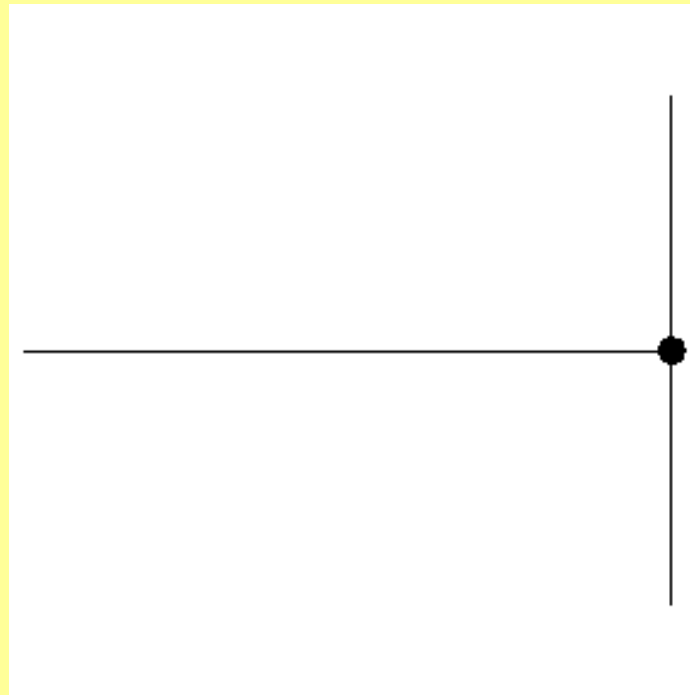
Batidos

# Cuerda con diferentes condiciones de borde

Cuerda con un extremo fijo



Cuerda con un extre libre



# El principio de superposición

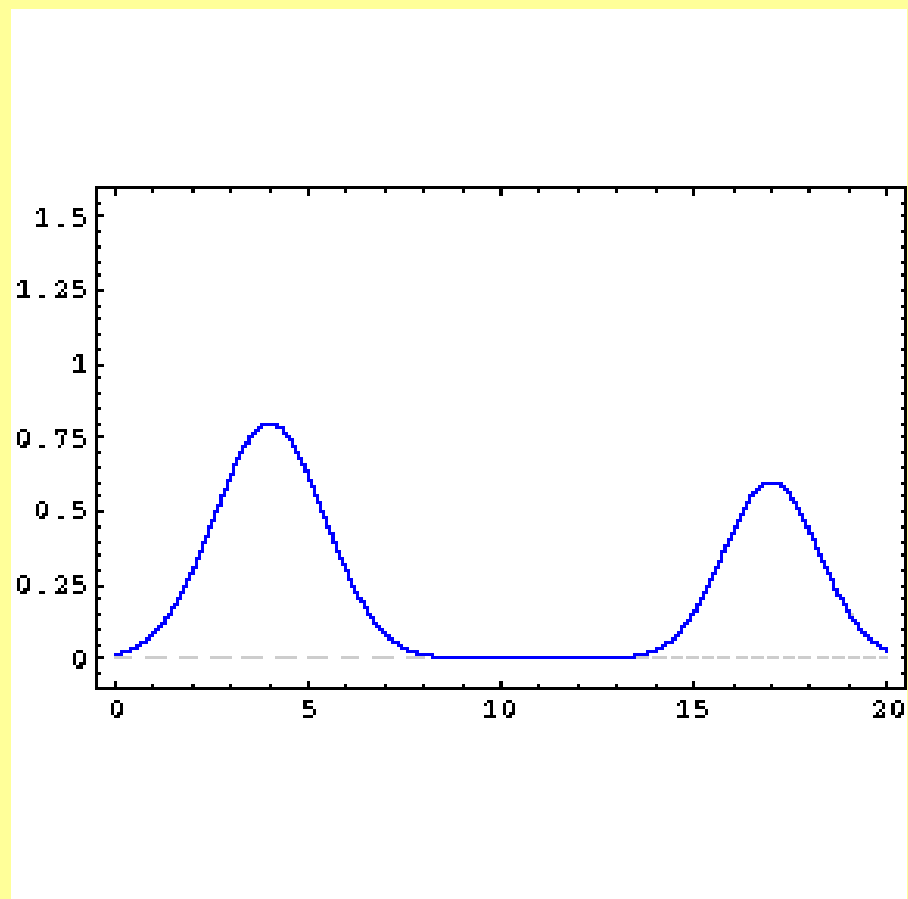
Es un hecho experimental que para muchas clases de ondas dos o más ondas puedan atravesar el mismo espacio independientemente unas de otras.

Ej. La luz que recibimos de los objetos

Ej. Sonido: Podemos distinguir las notas de los diversos instrumentos que estén tocando en una orquesta.

El hecho de que las ondas actúen independientemente una de la otra, significa que el movimiento de cualquier partícula en un momento dado es simplemente la suma de los movimientos que le darían las ondas individuales solas.

Este proceso de suma se denomina superposición.





Fin