

Física II, Ondas

Ondas Viajeras



Profesor: Pedro Labraña
Departamento de Física,
Universidad del Bío-Bío

Carrera: Ingeniería Civil en Informática
Créditos: 5

Ondas Mecánicas

Tipos de Ondas, Ondas Viajeras, La ecuación de onda, El Principio de Superposición, Ondas Estacionarias.

Ondas viajeras

$$u(x,t) = f(x - vt) \quad \text{Si el pulso viaja a la derecha}$$

$$u(x,t) = f(x + vt) \quad \text{Si el pulso viaja a la izquierda}$$

Pregunta 2:

a) Determine cuáles de las siguientes expresiones describen a una onda viajera (son dos). Justifique su respuesta.

$$\Psi_1(x,t) = e^{(a^2 x^2 + b^2 t^2 - 2a b x t)} \quad (1)$$

$$\Psi_2(x,t) = A \left[\cos \left(\frac{x}{a} + \frac{t}{b} \right) \right]^2 \quad (2)$$

$$\Psi_3(x,t) = A \sin(a x^2 - b t^2) \quad (3)$$

$$\Psi_4(x,t) = A \sin(ax) \cos(bt) \quad (4)$$

Para las dos funciones que representan ondas viajeras:

- b) Indique la dirección del movimiento
- c) Si $a < b$, indique que onda es más rápida.

Ecuación de onda

$$\frac{\partial^2 u(x, t)}{\partial x^2} = \frac{1}{V^2} \frac{\partial^2 u(x, t)}{\partial t^2}$$

TAREA: Demostrar que las funciones $f(x - vt)$ y $g(x + vt)$ son soluciones de esta ecuación.

La ecuación de onda es lineal luego si las funciones $f(x - vt)$ y $g(x + vt)$ son soluciones de la ecuación de onda tenemos que $T(x, t)$ también será una solución de esta ecuación

$$T(x, t) = f(x - vt) + g(x + vt)$$

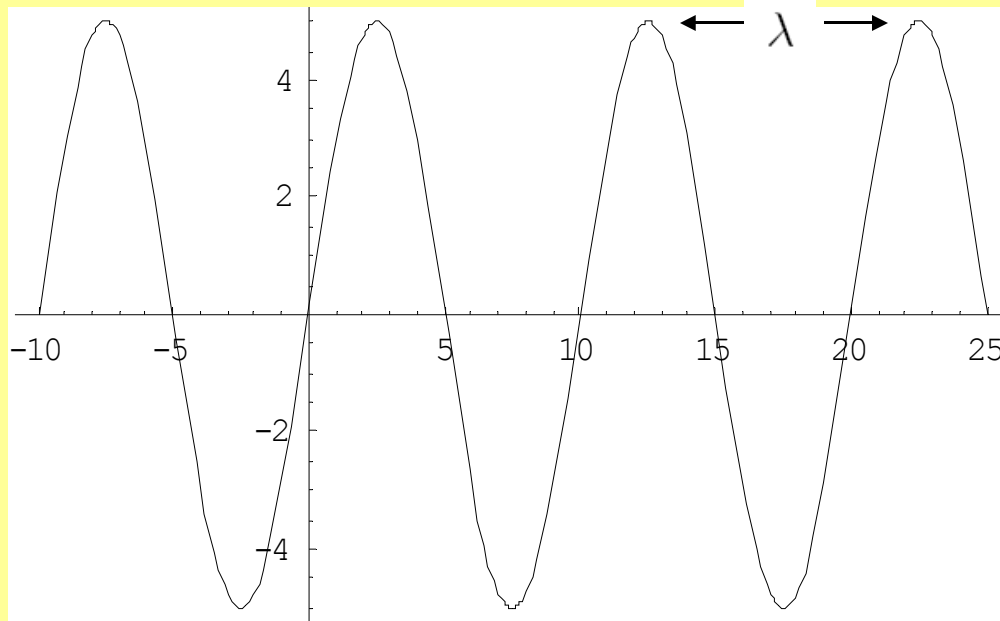
Ver pizarra

Ondas armónicas

Consideramos una forma particular de onda viajera, cuya importancia se comprenderá pronto. Además para fijar ideas consideraremos que es una onda transversal que viaja sobre una cuerda horizontal.

Supóngase que en $t = 0$ tenemos en la cuerda un tren de onda dado por:

$$y = y_m \operatorname{Sen}\left[2\pi \frac{x}{\lambda}\right]$$



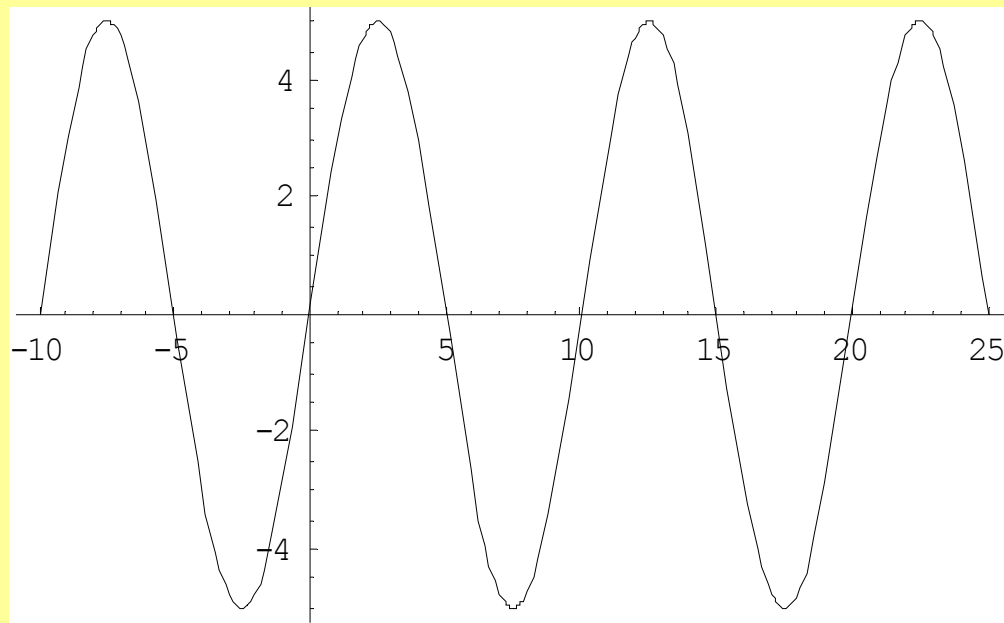
La amplitud máxima es y_m

El valor de la elongación transversal y , es el mismo en x y en $(x + \lambda)$

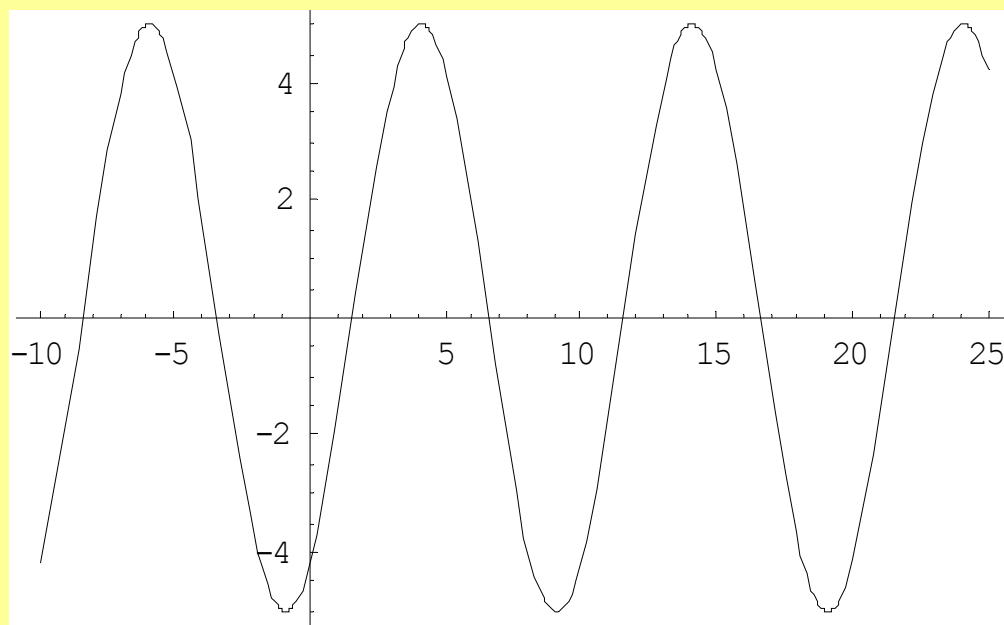
λ = Longitud de onda

Ahora consideramos al transcurrir un tiempo t la onda avanza hacia la derecha con velocidad v . Luego la ecuación que describe a la onda en el tiempo t es:

$$y(x, t) = y_m \operatorname{Sen}\left[\frac{2\pi}{\lambda} (x - vt)\right]$$



$t = 0$



$t \neq 0$

Definimos al periodo T como el tiempo necesario para que la onda avance una distancia de una longitud de onda λ

Luego tenemos que

$$\lambda = vT$$

Rescribimos la ecuación para la onda

$$y(x, t) = y_m \text{ Sen } \left[2\pi \left(\frac{x}{\lambda} - \frac{t}{T} \right) \right]$$

Podemos notar que esta función tiene “periodo” espacial λ (longitud de onda)

Tiene periodo temporal T

Definimos el número de onda y la frecuencia angular

Número de onda $k = \frac{2\pi}{\lambda}$

Frecuencia angular $\omega = \frac{2\pi}{T}$

Luego la ecuación de una onda armónica que viaja a la derecha será

$$y(x, t) = y_m \text{Sen}[kx - \omega t]$$

De igual modo una onda armónica que viaja a la izquierda queda descrita por

$$y(x, t) = y_m \text{Sen}[kx + \omega t]$$

La expresión general para una onda viajera que viaja hacia la derecha será

$$y(x, t) = y_m \text{ Sen}[kx - \omega t - \phi]$$

Donde ϕ es una constante (ángulo de fase)

La relación de dispersión

Función que relaciona al número de onda con la frecuencia angular de la onda.
Para estas ondas es una relación simple dada por

$$v = \frac{\lambda}{T} = \frac{\omega}{k}$$

Relación entre las ondas viajeras y el movimiento armónico simple

Si fijamos nuestra atención en un punto dado de la cuerda, la elongación y en ese punto se puede describir por

$$y = y_m \cos[\omega t - \phi]$$

Esta expresión es semejante a la ecuación para el movimiento armónico simple. Luego, todo punto de la cuerda experimenta un movimiento armónico simple con respecto a su posición de equilibrio conforme este tren de ondas avanza por la cuerda.

Fin