

Física II, Ondas

Descripción Matemática del Movimiento Periódico No Armónico



Profesor: Pedro Labraña
Departamento de Física,
Universidad del Bío-Bío

Carrera: Ingeniería Civil en Informática
Créditos: 5

Movimiento Oscilatorio

...Relación Entre el Movimiento Armónico Simple y el Movimiento Circular Uniforme (Análisis de Fasores) , Oscilaciones Forzadas y Resonancia, Movimiento Amortiguado.

Pero antes un último punto respecto al movimiento oscilatorio

Hemos estudiado el fenómeno de resonancia para el caso simple de un oscilador armónico unidimensional que experimenta roce viscoso.

Para este sistema encontramos que existe una frecuencia natural de vibración del sistema y si al sistema lo forzamos con una fuerza externa que oscila en el tiempo el sistema presenta una frecuencia de resonancia. (ver apuntes)

Vimos un efecto de este fenómeno en una estructura
(Puente de Tacoma)

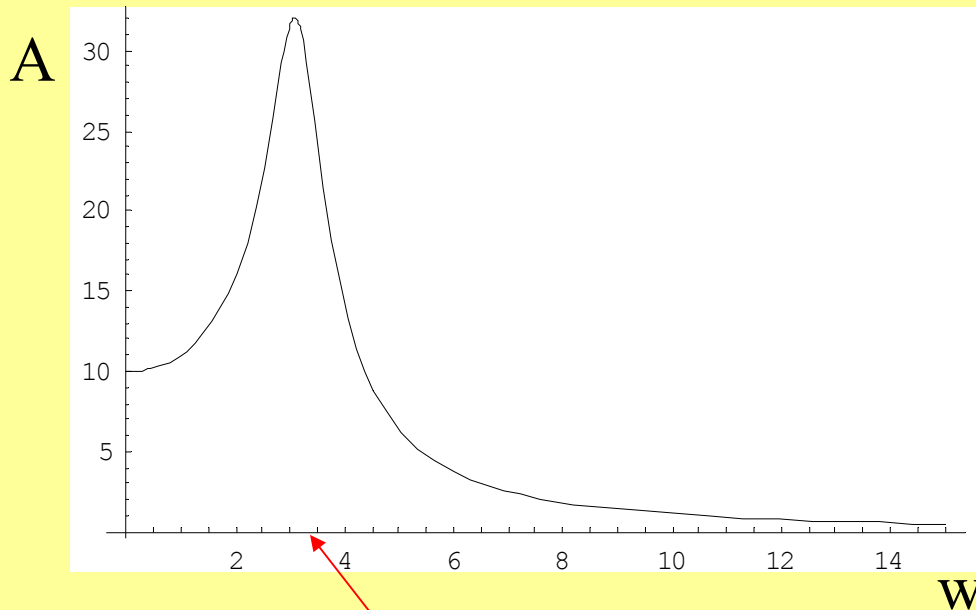
¿Existen aplicaciones de este fenómeno en la vida cotidiana?

Resonancia (clase anterior)

El fenómeno de resonancia también se manifiesta para este sistema. De hecho podemos notar que la amplitud de oscilación para la vibración forzada (A) alcanza un máximo cuando la frecuencia de la fuerza externa es igual a la denominada frecuencia de resonancia del sistema ($w = w_{res}$). Notemos que a diferencia del caso sin roce viscoso, ahora la amplitud en resonancia (A_{res}) es un valor finito.

$$w_{res} = \sqrt{w_0^2 - \frac{\gamma^2}{2}}$$

$$A_{res} = \frac{F_0}{m\gamma} \frac{1}{\sqrt{w_0^2 - \frac{\gamma^2}{4}}}$$



w_{res}

(Ver pizarra)

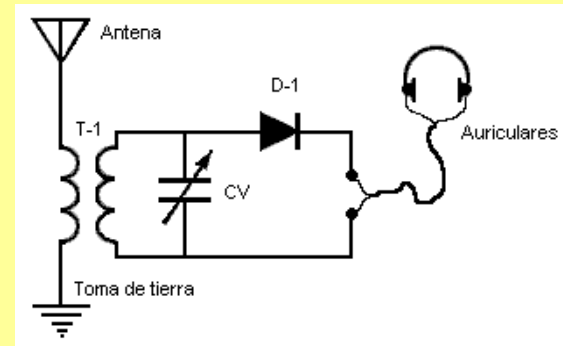
$$X(t) = A \cos[wt + \delta]$$

¿Existen aplicaciones de este fenómeno en la vida cotidiana?

Ejemplo: 1) El columpio

2) Receptores de ondas de radio

Radio Galena



3) Horno de Microondas

4) Medicina: Resonancia magnética

5) En los primeros aceleradores de partículas (Sincrotrones)

Fenómenos cotidianos donde se manifiesta este fenómeno (Ej. taza de café en mis zapatos)

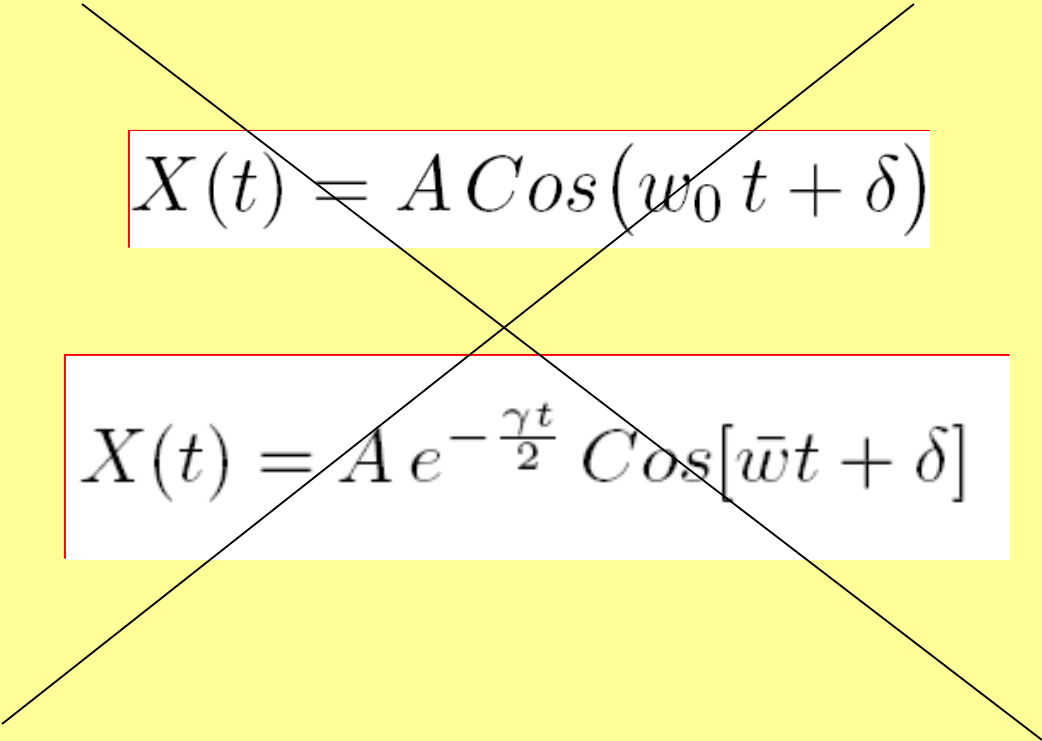
Objetos físicos más complejos poseen más de una frecuencia natural de vibración y más de una frecuencia de resonancia (Ej. El puente de Tacoma).

Ver video

Ver página:

<http://www.phy.ntnu.edu.tw/ntnujava/index.php?topic=17>

Durante las siguientes clases estudiaremos la matemática necesaria para entender movimientos oscilatorios que no son movimientos armónicos (Ej. El péndulo, una cuerda, una membrana, un puente, etc)


$$X(t) = A \cos(\omega_0 t + \delta)$$

$$X(t) = A e^{-\frac{\gamma t}{2}} \cos[\bar{\omega} t + \delta]$$

Como una de las conclusiones de este estudio concluiremos que un movimiento oscilatorio no harmónico se puede entender como una superposición de movimientos harmónicos (serie de Fourier).

Esto nos servirá para estudiar objetos que presentan más de una frecuencia natural de oscilación.

Descripción Matemática del Movimiento Periódico No Armónico

El péndulo no lineal. Fasores. Descripción de un movimiento periódico no armónico mediante las Series de Fourier. Serie de Fourier real. Serie de Fourier Compleja. Transformada de Fourier.

El péndulo no lineal

Ecuación de movimiento: (ver pizarra)

$$\ddot{\phi}(t) + \frac{g}{l} \text{Sen} [\phi(t)] = 0$$

Solución

$$\phi(t) = ?$$

$$\phi(t) = A \text{Cos}[w_0 t + \delta]$$

Esta es una ecuación no lineal. No la podemos resolver analíticamente. Sólo la podemos resolver en forma numérica.

No es solución de esta ecuación

Podemos encontrar una solución analítica aproximada valida sólo para ángulos pequeños.

Aproximamos la función seno para ángulos pequeños (Usamos la serie de Taylor)

$$\sin \phi = \phi - \phi^3 / 3! + \phi^5 / 5! - \phi^7 / 7! + \dots$$

De este modo la ecuación queda

$$\ddot{\phi}(t) + \frac{g}{l} \phi(t) = 0$$

Solución

$$\phi(t) = A \cos[w_0 t + \delta]$$

No hay que olvidar que esta es una solución aproximada del problema real

Ver animación

Fin