



Campos Electromagnéticos

Profesor: Pedro Labraña

Ayudante: José Fonseca

1-Transforme los siguientes vectores a coordenadas cilíndricas:

$$(a) \mathbf{P} = y \mathbf{a}_x + x \mathbf{a}_y + \frac{x^2}{\sqrt{x^2 + y^2}} \mathbf{a}_z$$

$$\text{Resp: } 2 \rho \sin(\phi) \cos(\phi) \mathbf{a}_\rho - \rho (\sin(\phi)^2 - \cos(\phi)^2) \mathbf{a}_\phi + \rho \cos(\phi)^2 \mathbf{a}_z$$

$$(b) \mathbf{Q} = \frac{y}{x^2 + y^2} \mathbf{a}_x - \frac{x}{x^2 + y^2} \mathbf{a}_y + 10 \mathbf{a}_z$$

$$(c) \mathbf{T} = \left[\frac{x^2}{x^2 + y^2} - y^2 \right] \mathbf{a}_x + \left[\frac{xy}{x^2 + y^2} + xy \right] \mathbf{a}_y + \mathbf{a}_z$$

$$\text{Resp: } \cos(\phi) \mathbf{a}_\rho + \rho^2 \sin(\phi) \mathbf{a}_\phi + \mathbf{a}_z$$

2-Exprese el siguiente vector en el sistema cartesiano:

$$\mathbf{C} = 6r^2 \sin(\theta) \cos(\phi) \mathbf{a}_r + 4r \cos(\theta) \sin(\phi) \mathbf{a}_\theta + r^3 \mathbf{a}_\phi$$

$$3\text{-Transforme el vector } \frac{[x(x^2 + y^2 + z^2) - y] \mathbf{a}_x + [y(x^2 + y^2 + z^2)] \mathbf{a}_y + [z(x^2 + y^2 + z^2)] \mathbf{a}_z}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}$$

a coordenadas esféricas.

$$\text{Resp: } r^2 \mathbf{a}_r + \sin(\theta) \mathbf{a}_\phi$$

4-Un campo vectorial está expresado en variables de coordenadas “mixtas” como

$$\mathbf{F} = \frac{3xz}{r^2} \mathbf{a}_x + \frac{3y \cos(\phi)}{r} \mathbf{a}_y + \left[2 - \frac{3y^2}{r^2} - \frac{3x^2}{r^2} \right] \mathbf{a}_z \quad \text{Exprese } \mathbf{F} \text{ en coordenadas esféricas en su totalidad.}$$

5-Sistemas de coordenadas.

Un punto tiene coordenadas cartesianas $x = -2$, $y = -3$, $z = -1$.

- Determine (en coordenadas cartesianas) el vector posición de dicho punto
- Determine (en coordenadas cartesianas) el vector unitario asociado a dicho vector de posición.
- Determine las coordenadas cilíndricas (ρ, ϕ, z) y esféricas (r, θ, ϕ) de dicho punto.
- Escriba ahora los vectores de posición del punto en coordenadas cilíndricas y esféricas.

6-Identidades vectoriales.

a) Demuestre, usando las definiciones dadas en clases, las siguientes identidades vectoriales:

$$\vec{A} \times \vec{B} = -\vec{B} \times \vec{A}$$

$$\vec{A} \times \vec{A} = 0$$

$$\vec{A} \cdot (\vec{B} \times \vec{C}) = (\vec{A} \times \vec{B}) \cdot \vec{C}$$

$$\vec{A} \times (\vec{B} \times \vec{C}) = (\vec{A} \cdot \vec{C}) \vec{B} - (\vec{A} \cdot \vec{B}) \vec{C}$$

b) Considere los siguientes vectores:

$$\vec{A} = \vec{r} = x\hat{x} + y\hat{y} + z\hat{z},$$

$$\vec{B} = z\hat{x} - x\hat{y},$$

$$\vec{C} = x\hat{z}, \text{ y evalúe:}$$

$$(1) \quad \vec{A} \times \vec{B}$$

$$(2) \quad -\vec{B} \times \vec{A}$$

$$(3) \quad \vec{A} \cdot (\vec{B} \times \vec{C})$$

$$(4) \quad (\vec{A} \times \vec{B}) \cdot \vec{C}$$

$$(5) \quad \vec{A} \times (\vec{B} \times \vec{C})$$

$$(6) \quad (\vec{A} \cdot \vec{C}) \vec{B} - (\vec{A} \cdot \vec{B}) \vec{C}$$

7-Dos cargas Puntuales , $Q_1=5q$ y $Q_2=q$ están localizadas en (-1,1,-3)m y (3,1,0)m respectivamente. Halle el campo eléctrico y la fuerza sobre Q_1 .

$$\text{Resp: } \frac{q(-4\mathbf{a}_x - 3\mathbf{a}_z)}{4\pi\epsilon_0 125}, \quad \frac{q^2(-4\mathbf{a}_x - 3\mathbf{a}_z)}{4\pi\epsilon_0 25}$$

8-Dos cargas puntuales están colocadas sobre el eje x. $Q_1=q$ en $x=a$ y $Q_2=-4q$ en $x=-a$.

a) Encuentre una expresión vectorial en coordenadas cartesianas para la fuerza que actúa sobre una carga de prueba Q , ubicada en un punto arbitrario en el plano xy.

b) Encuentre las coordenadas (x,y) de todos los puntos donde la carga de prueba está en equilibrio.

9-Halle la fuerza sobre una carga de $100\mu C$ en (0,0,3)m si cuatro cargas iguales de $20\mu C$ están localizadas en los ejes X y Y en ± 4 m.

$$\text{Resp: } 1,73\mathbf{a}_z$$

10-Dos partículas, cada una de masa m y cargas q y $2q$ respectivamente, están suspendidas por cuerdas de longitud l a partir de un punto en común. Encuentre el ángulo θ que forma cada una de las cuerdas con la vertical.

11-Tres esferas pequeñas idénticas de masa m están suspendidas de un punto común, por hilos de masas despreciables y de longitud l . Una carga Q está dividida en partes iguales entre las esferas y éstas llegan al equilibrio en los vértices de un triángulo equilátero horizontal cuyos lados son d . Demuestre que

$$Q^2 = 12 \pi \epsilon_0 m g d^3 \left[l^2 - \frac{d^2}{3} \right]^{-1/2}$$

12-Se sitúan cargas puntuales de $4 \times 10^{-9} \text{ C}$ en cada uno de los tres vértices de un cuadrado de lado 15 cm. Encuentre la magnitud, la dirección y el sentido del campo eléctrico en el vértice vacante del cuadrante.

13-Considere 2 cargas puntuales de 1 mC y -2 mC ($m = \text{mili} = 10^{-3}$) localizados en $(3, 2, -1)$ y $(-1, -1, 4)$ respectivamente. Se pide calcular la fuerza sobre una carga de 10 nC dispuesta en $(0, 3, 1)$. Calcule la fuerza y la intensidad del campo eléctrico en la posición de dicha carga.

Resp: $F = (-6.507, -3.817, 7.506) \text{ mN}$, $E = (-650.7, -381.7, 750.6) \cdot 10^3 \text{ [NC]}$

14-Tres cargas se colocan en las esquinas de un triángulo equilátero como en la figura 4.

- Determine la magnitud y dirección del campo eléctrico resultante en el centro del triángulo.
- Encuentre la magnitud y dirección de la fuerza resultante sobre la carga $-q$.
- Encuentre la distancia x donde se debe ubicar una carga $+Q = 2q$ para que la fuerza eléctrica sobre la carga $-q$ sea cero.

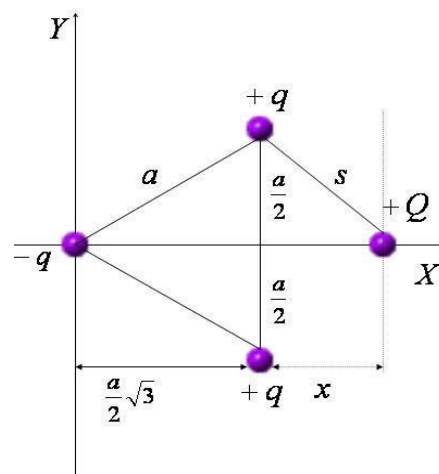


Fig. 4