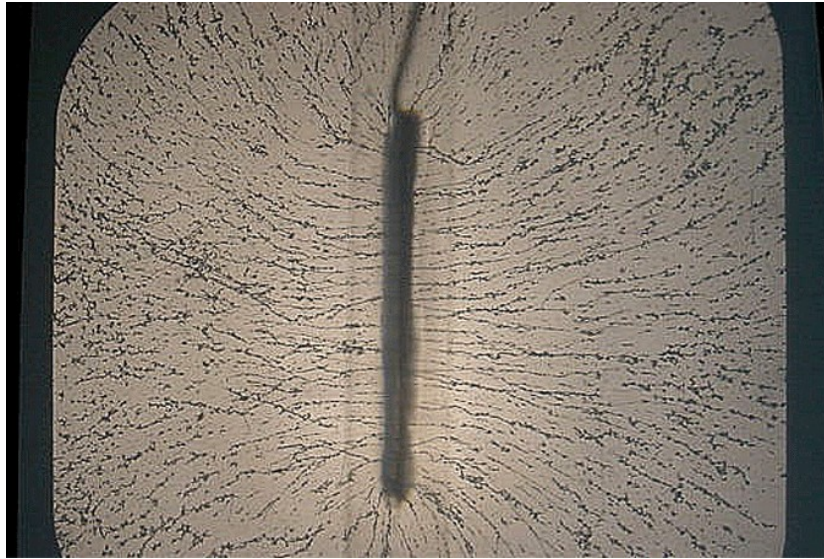


Campos Electromagnéticos

“Campo Eléctrico Generado por Distribuciones Continuas de Carga”



Profesor: Pedro Labraña
Departamento de Física,
Universidad del Bío-Bío

Carrera: Ingeniería Civil en Automatización
Créditos: 5

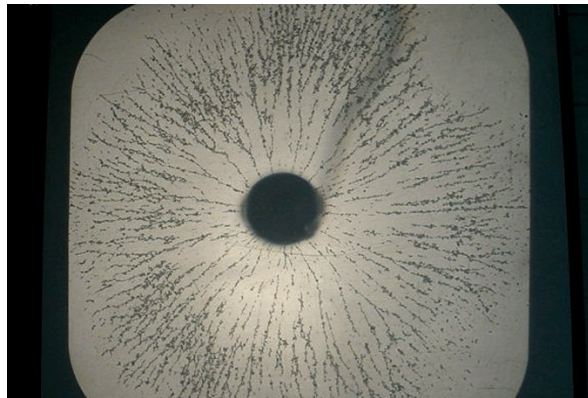
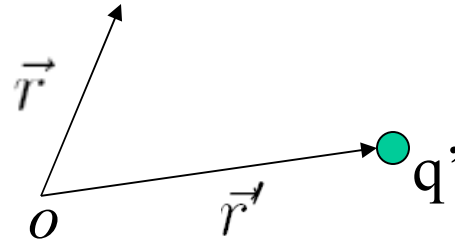
Campos Eléctricos

Cargas Eléctricas, Aisladores y conductores, Ley de Coulomb, Campo Eléctrico. Movimiento de partículas cargadas en campos eléctricos uniformes. Campo eléctrico de distribuciones continuas. Líneas de Campo Eléctrico.

Clases anteriores: Campo Eléctrico

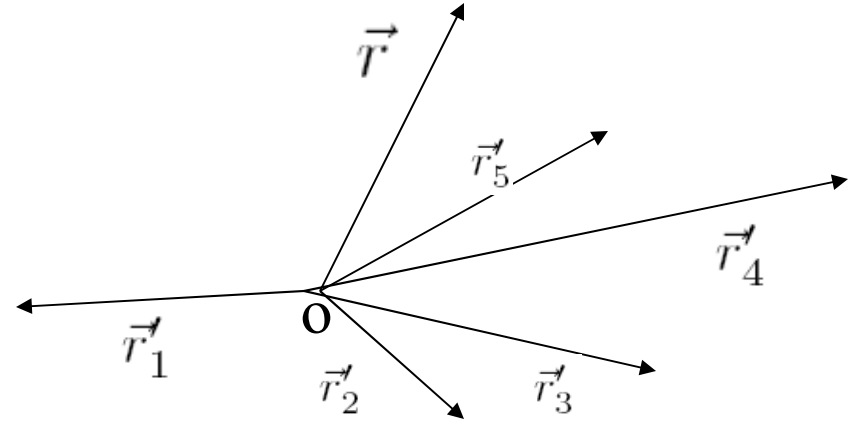
Campo eléctrico de una carga puntual ubicada en \vec{r}' evaluado en \vec{r}

$$\vec{E}(\vec{r}) = K \frac{q'}{||\vec{r} - \vec{r}'||^3} (\vec{r} - \vec{r}')$$

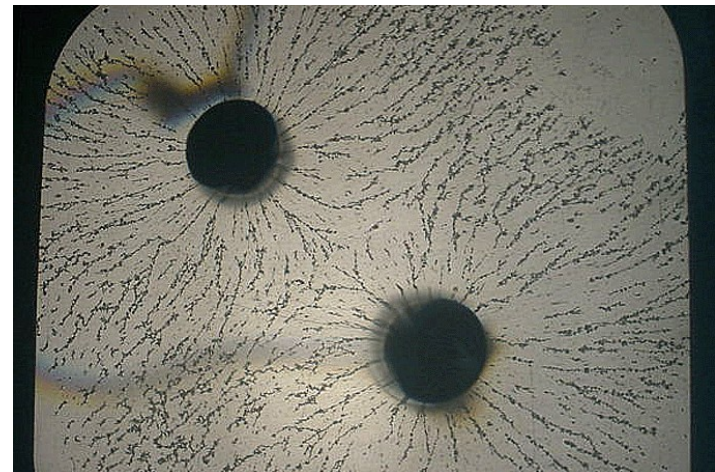
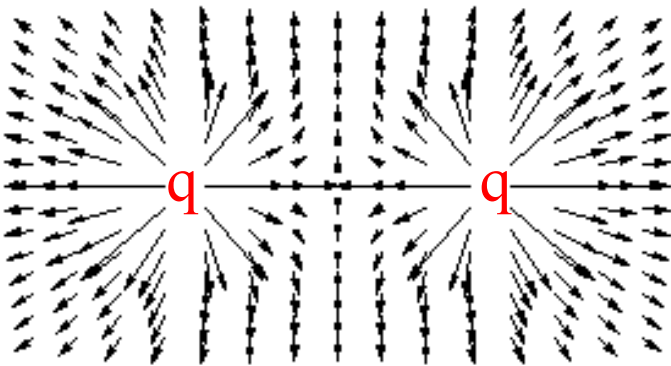


Campo eléctrico de una distribución de cargas puntuales
evaluado en \vec{r}

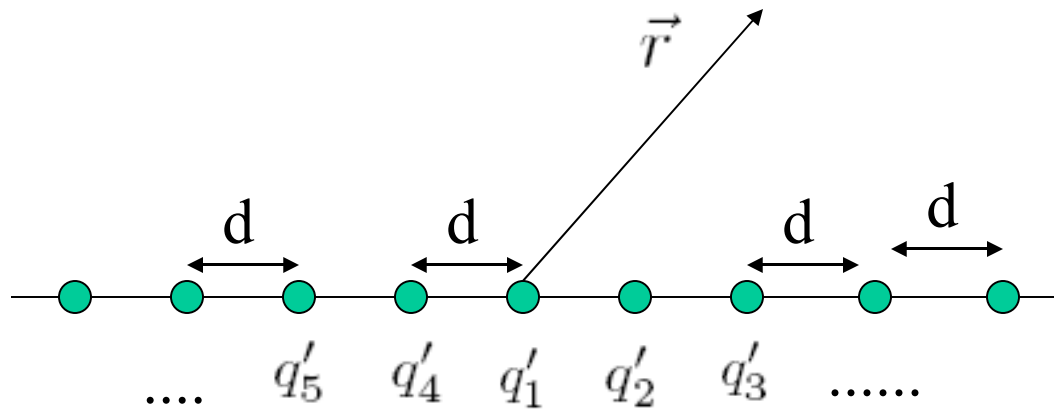
$$\vec{E}(\vec{r}) = K \sum_{i=1}^N \frac{q'_i}{||\vec{r} - \vec{r}'_i||^3} (\vec{r} - \vec{r}'_i)$$



Ej. Dos cargas puntuales del mismo signo



¿Qué pasa si consideramos la siguiente distribución de cargas discretas?

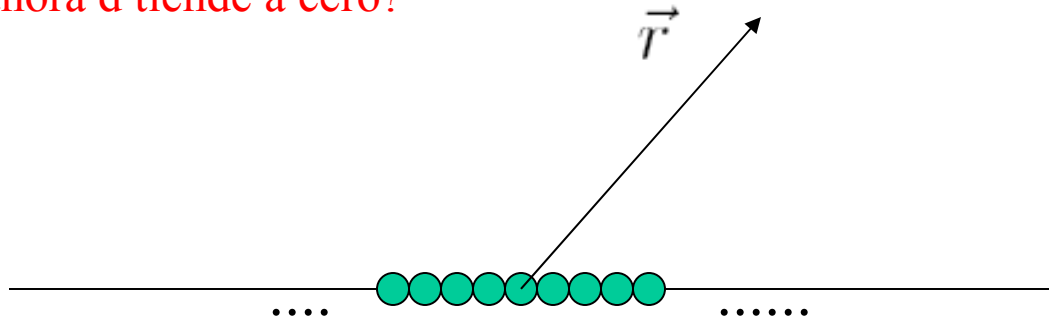


¿Cuanto vale el campo eléctrico en \vec{r} ?

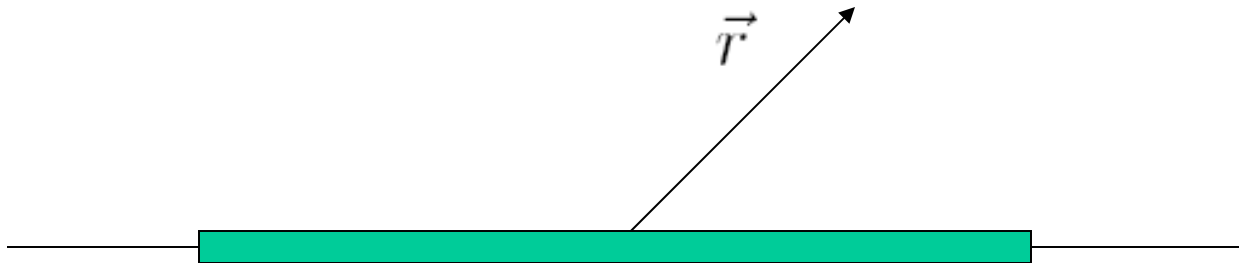
$$\vec{E}(\vec{r}) = K \frac{q'_1}{\|\vec{r} - \vec{r}'_1\|^3} (\vec{r} - \vec{r}'_1) + K \frac{q'_2}{\|\vec{r} - \vec{r}'_2\|^3} (\vec{r} - \vec{r}'_2) + K \frac{q'_3}{\|\vec{r} - \vec{r}'_3\|^3} (\vec{r} - \vec{r}'_3) \\ + K \frac{q'_4}{\|\vec{r} - \vec{r}'_4\|^3} (\vec{r} - \vec{r}'_4) + K \frac{q'_5}{\|\vec{r} - \vec{r}'_5\|^3} (\vec{r} - \vec{r}'_5) + \dots$$

$$\vec{E}(\vec{r}) = K \sum_{i=1}^N \frac{q'_i}{\|\vec{r} - \vec{r}'_i\|^3} (\vec{r} - \vec{r}'_i)$$

¿Qué pasa si ahora d tiende a cero?



Podemos considerar que ahora esta es una distribución de carga continua. En particular este caso corresponde a una distribución lineal de carga



¿Cuánto vale ahora el campo eléctrico en \vec{r} ?

$$\vec{E}(\vec{r}) = K \frac{q'_1}{||\vec{r} - \vec{r}'_1||^3} (\vec{r} - \vec{r}'_1) + K \frac{q'_2}{||\vec{r} - \vec{r}'_2||^3} (\vec{r} - \vec{r}'_2) + K \frac{q'_3}{||\vec{r} - \vec{r}'_3||^3} (\vec{r} - \vec{r}'_3) \\ + K \frac{q'_4}{||\vec{r} - \vec{r}'_4||^3} (\vec{r} - \vec{r}'_4) + K \frac{q'_5}{||\vec{r} - \vec{r}'_5||^3} (\vec{r} - \vec{r}'_5) + \dots$$

$$\vec{E}(\vec{r}) = K \sum_{i=1}^N \frac{q'_i}{||\vec{r} - \vec{r}'_i||^3} (\vec{r} - \vec{r}'_i)$$

Sólo que ahora hay que tener un poco más de cuidado al realizar esta sumatoria

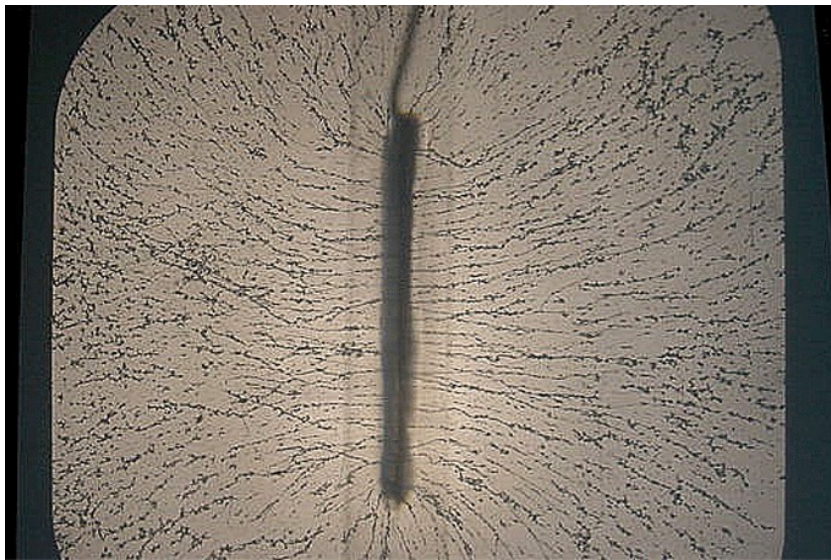
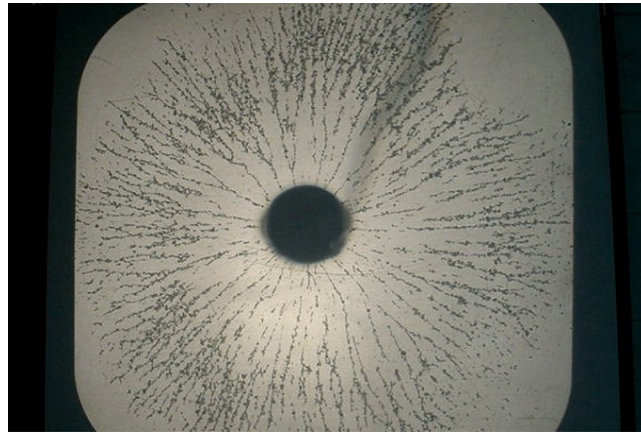
En particular lo que obtenemos es lo siguiente

$$\vec{E}(\vec{r}) = K \sum_{i=1}^N \frac{q'_i}{||\vec{r} - \vec{r}'_i||^3} (\vec{r} - \vec{r}'_i) \quad \longrightarrow \quad \vec{E}(\vec{r}) = K \int \frac{\lambda(\vec{r}') dr'}{||\vec{r} - \vec{r}'||^3} (\vec{r} - \vec{r}')$$

Donde $\lambda(\vec{r}')$ es la densidad de carga por unidad de longitud [C/m]

Ver pizarra !!

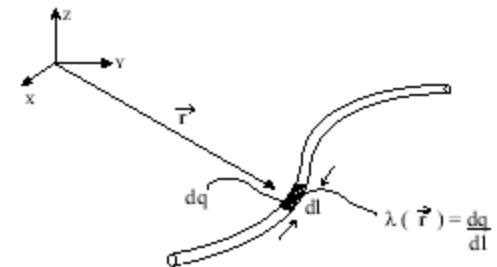
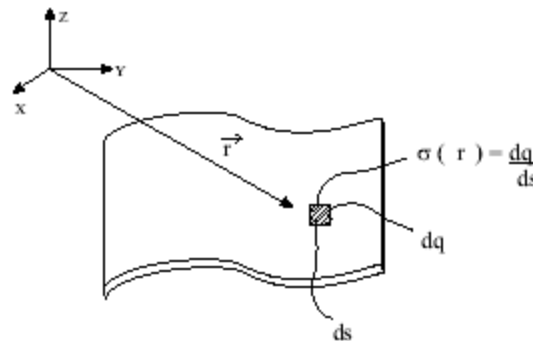
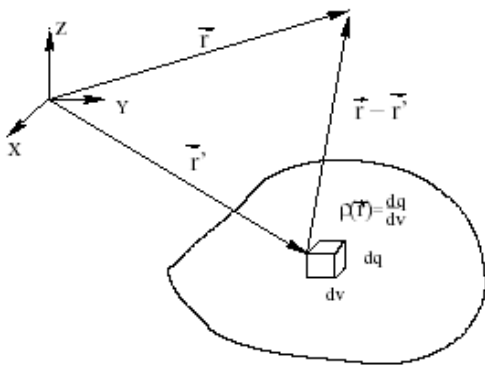
Algunos ejemplos de distribuciones continuas de carga eléctrica



Campo Eléctrico Generado por Distribuciones Continuas de Carga Eléctrica

En la electricidad clásica hablamos de cargas puntuales o cargas discretas y de distribución continua de cargas, ya sea en un volumen, en una superficie o en una línea. Definimos:

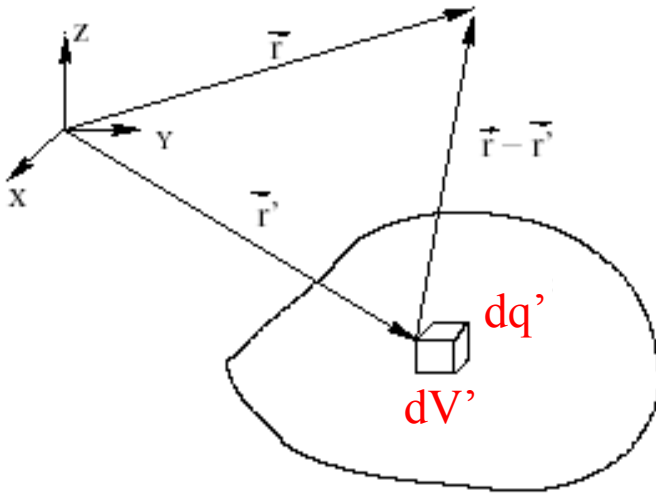
- ρ la densidad de carga por unidad de volumen [C/m^3],
- σ la densidad de carga por unidad de área [C/m^2] y
- λ la densidad de carga por unidad de longitud [C/m].



Cada una de estas distribuciones de carga generan un campo eléctrico

El campo eléctrico debido a cada una de estas distribuciones de carga puede considerarse como la sumatoria del campo al que contribuyen las numerosas cargas puntuales que forman las distribuciones de carga.

Consideremos como ejemplo la siguiente distribución de carga volumétrica



Un elemento de volumen dV' contendrá un elemento de carga dq' . Este elemento de carga generará un elemento de campo eléctrico (diferencial de campo eléctrico) dado por la siguiente expresión:

$$d\vec{E}(\vec{r}) = K \frac{dq'}{||\vec{r} - \vec{r}'||^3} (\vec{r} - \vec{r}')$$

Luego el campo eléctrico total generado por la distribución será “la sumatoria” de estos diferenciales de campo eléctrico

$$\vec{E}(\vec{r}) = \int d\vec{E}(\vec{r})$$

Luego para las diferentes distribuciones de carga tenemos

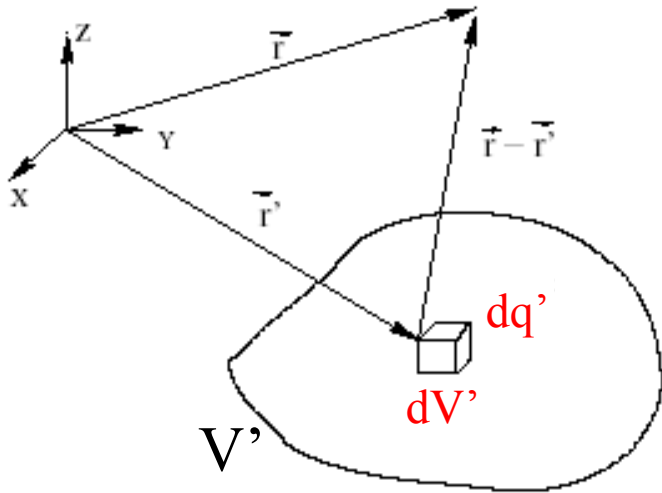
Distribución de carga volumétrica

$$d\vec{E}(\vec{r}) = K \frac{dq'}{||\vec{r} - \vec{r}'||^3} (\vec{r} - \vec{r}')$$

$$\vec{E}(\vec{r}) = \int d\vec{E}(\vec{r})$$

En este caso: $dq' = \rho(\vec{r}') d^3 r'$

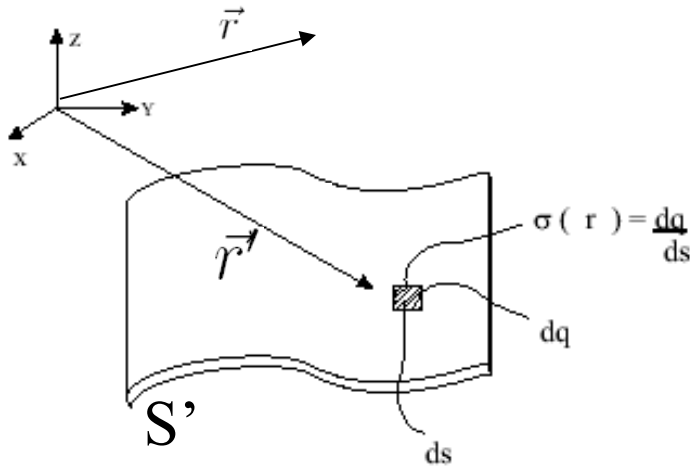
Donde \vec{r}' es el vector posición de la carga dq' .
También hemos utilizado que $dV' = d^3 r'$



Luego el campo eléctrico para esta distribución será

$$\vec{E}(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_{V'} \frac{\rho(\vec{r}')(\vec{r} - \vec{r}')}{||\vec{r} - \vec{r}'||^3} d^3 r'$$

Distribución de carga superficial



$$d\vec{E}(\vec{r}) = K \frac{dq'}{||\vec{r} - \vec{r}'||^3} (\vec{r} - \vec{r}')$$

$$\vec{E}(\vec{r}) = \int d\vec{E}(\vec{r})$$

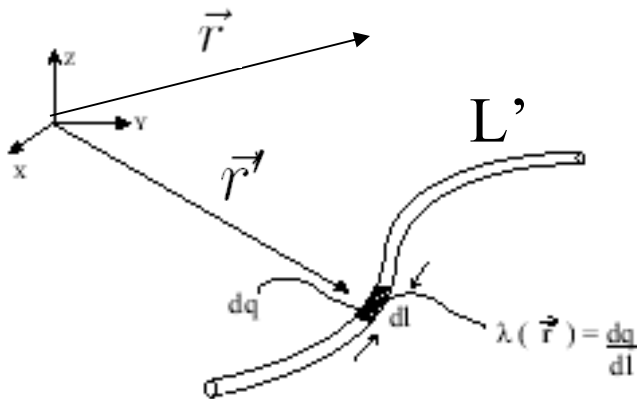
En este caso: $dq' = \sigma(\vec{r}') d^2 r'$

Donde \vec{r}' es el vector posición de la carga dq'.

Luego el campo eléctrico para esta distribución será

$$\vec{E}(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_{S'} \frac{\sigma(\vec{r}') (\vec{r} - \vec{r}')}{||\vec{r} - \vec{r}'||^3} d^2 r'$$

Distribución de carga lineal



$$d\vec{E}(\vec{r}) = K \frac{dq'}{||\vec{r} - \vec{r}'||^3} (\vec{r} - \vec{r}')$$

$$\vec{E}(\vec{r}) = \int d\vec{E}(\vec{r})$$

En este caso: $dq' = \lambda(\vec{r}') dr'$

Donde \vec{r}' es el vector posición de la carga dq' .

Luego el campo eléctrico para esta distribución será

$$\vec{E}(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_{L'} \frac{\lambda(\vec{r}')(\vec{r} - \vec{r}')}{||\vec{r} - \vec{r}'||^3} dr'$$

Fin