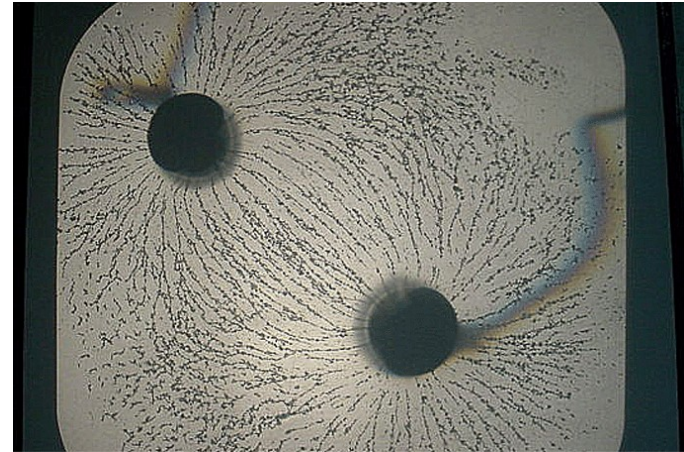
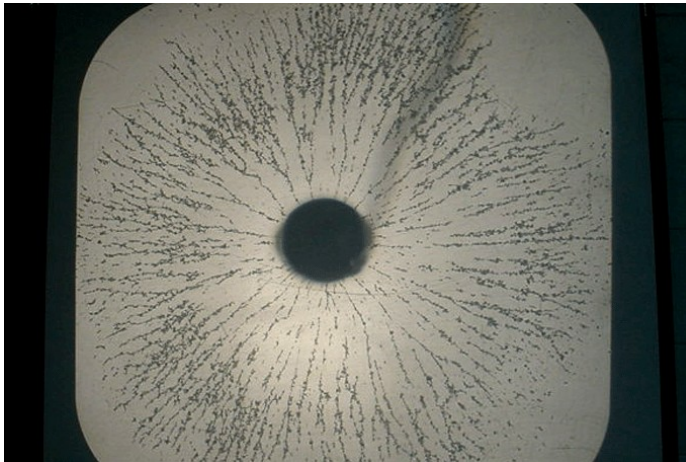


Campos Electromagnéticos

“Campo Eléctrico 2”



Profesor: Pedro Labraña
Departamento de Física,
Universidad del Bío-Bío

Carrera: Ingeniería Civil en Automatización
Créditos: 5

Campos Eléctricos

Cargas Eléctricas, Aisladores y conductores, Ley de Coulomb, Campo Eléctrico. Movimiento de partículas cargadas en campos eléctricos uniformes. Campo eléctrico de distribuciones continuas. Líneas de Campo Eléctrico.

Clase anterior: Campo Eléctrico

Campo eléctrico de una carga puntual ubicada en \vec{r}'

$$\vec{E}(\vec{r}) = K \frac{q}{||\vec{r} - \vec{r}'||^{3/2}} (\vec{r} - \vec{r}')$$

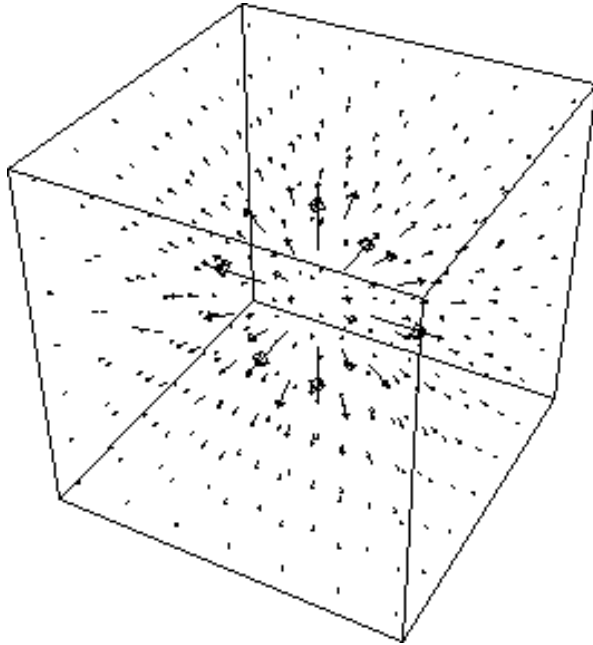
Carga puntual ubicada en el origen:

$$\vec{E}(\vec{r}) = K \frac{q}{r^2} \hat{r}$$

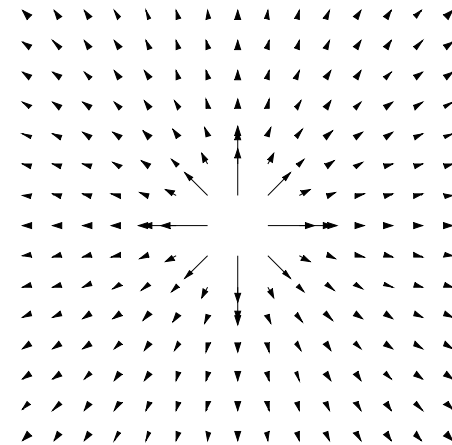
Notar que hemos escrito el campo eléctrico en coordenadas esféricas. ¿Como quedaría escrito en coordenadas cartesianas? (Pizarra)

El campo eléctrico es un campo vectorial. Esto es una función que a cada punto del espacio le asocia un vector.

Ej. El campo eléctrico de una carga puntual se “ve” de la siguiente forma en 3D



Proyección en 2D al plano (x,y)



Comente lo que ve

- i) ¿En que sentido apuntan estas flechitas ?
- ii) ¿Qué puede decir respecto al largo de estas flechitas?
- iii) Notar que estas flechitas parecen formar líneas
- iv) ¿Que puede decir respecto a la densidad de estas líneas y el largo de las flechitas?

Ej.1

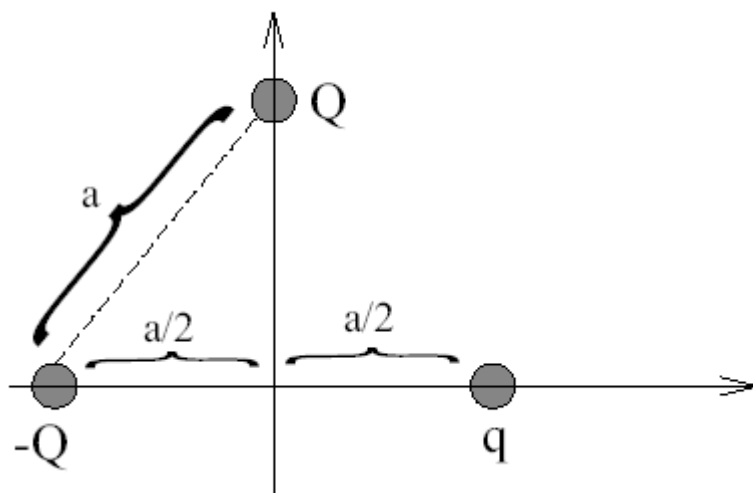
En el experimento de Millikan, se equilibra un ‘quanto’ de carga $+e$ (ión) bajo la acción de: la fuerza de peso $-mg\hat{\mathbf{i}}$ y la acción de un campo uniforme $\vec{E} = E_0\hat{\mathbf{i}}$. Si la partícula corresponde a un protón, ¿cuál es el valor de E_0 necesario para este equilibrio?

Rpta.

$$\begin{aligned}\vec{F}_{\text{neto}} &= m\vec{a} \\ q_e\vec{E} + m_p\vec{g} &= 0 \\ (eE_0 - m_pg)\hat{\mathbf{i}} &= 0 \\ E_0 &= m_pg/e = 1.02 \times 10^{-7} [\text{N/C}]\end{aligned}$$

Ej.2

Tres cargas q , Q y $-Q$ están dispuestas en los vértices de un triángulo equilátero de lado a como muestra la figura. ¿Cuál es el valor del campo que obra sobre q ? ¿Cuál es el valor del campo sobre Q ? ¿Cuál es valor del campo sobre $-Q$? ¿Cuál es el valor del campo sobre el origen del sistema de coordenadas? Por último determine la fuerza eléctrica que siente cada una de las cargas.



Solución . Consideramos las posiciones de las cargas:

$$\vec{r}_q = \frac{a}{2}\hat{x}$$

$$\vec{r}_Q = \frac{\sqrt{3}}{2}a\hat{y}$$

$$\vec{r}_{-Q} = -\frac{a}{2}\hat{y}$$

Para evaluar el campo eléctrico usamos:

En el caso del campo sobre la carga q se considera la contribución de las cargas Q y $-Q$ al campo en el punto en que se ubica la carga q . Así $\vec{r} = \vec{r}_q$ y $\vec{r}_1 = \vec{r}_Q$, $\vec{r}_2 = \vec{r}_{-Q}$. Queda:

$$\begin{aligned}
 \vec{E} &= \frac{KQ(\vec{r} - \vec{r}_Q)}{\|\vec{r} - \vec{r}_Q\|^3} + \frac{(-KQ)(\vec{r} - \vec{r}_{-Q})}{\|\vec{r} - \vec{r}_{-Q}\|^3} \\
 &= \frac{KQ(a/2\hat{x} - \sqrt{3}/2a\hat{y})}{\|a/2\hat{x} - \sqrt{3}/2a\hat{y}\|^3} \\
 &\quad + \frac{-KQ(a/2\hat{x} - (-a/2)\hat{x})}{\|a/2\hat{x} - (-a/2)\hat{x}\|^3} \\
 &= \frac{Q(a/2\hat{x} - \sqrt{3}/2a\hat{y})}{a^3} - \frac{Qa\hat{x}}{a^3} \\
 &= \frac{KQ^2}{a} \left(-1/2\hat{x} - \sqrt{3}/2\hat{y} \right)
 \end{aligned}$$

En el caso del campo sobre la carga Q se considera la contribución de las cargas q y $-Q$ al campo en el punto en que se ubica la carga Q . Así $\vec{r} = \vec{r}_Q$ y $\vec{r}_1 = \vec{r}_q$, $\vec{r}_2 = \vec{r}_{-Q}$. Queda:

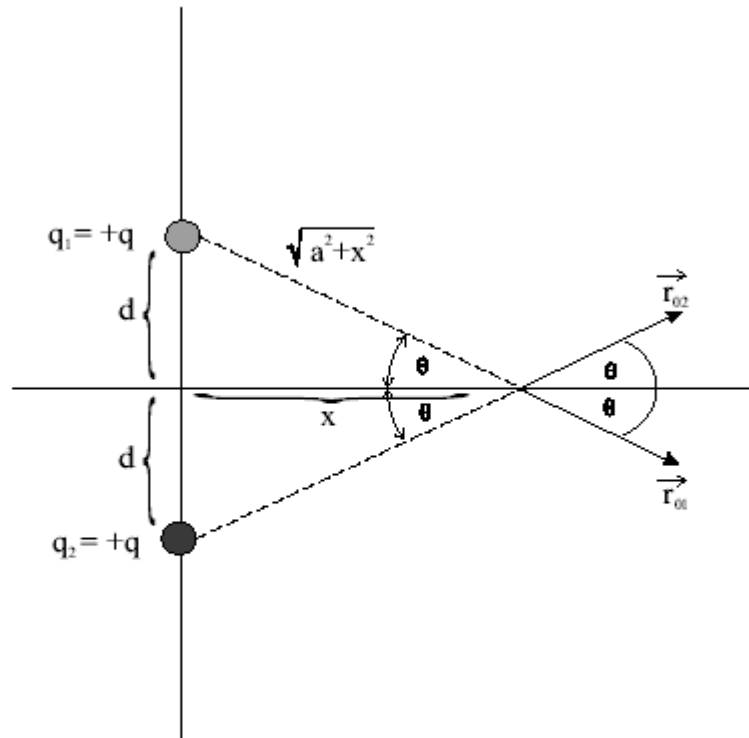
$$\begin{aligned}
 \vec{E} &= \frac{Kq(\vec{r} - \vec{r}_q)}{\|\vec{r} - \vec{r}_q\|^3} + \frac{(-KQ)(\vec{r} - \vec{r}_{-Q})}{\|\vec{r} - \vec{r}_{-Q}\|^3} \\
 &= \frac{Kq(\sqrt{3}/2a\hat{y} - a/2\hat{x})}{\|\sqrt{3}/2a\hat{x} - a/2\hat{x}\|^3} \\
 &\quad + \frac{-KQ(\sqrt{3}/2a\hat{y} - (-a/2)\hat{x})}{\|\sqrt{3}/2a\hat{y} - (-a/2)\hat{x}\|^3} \\
 &= \frac{KQ(a/2\hat{x} - \sqrt{3}/2a\hat{y})}{a^3} - \frac{KQa\hat{x}}{a^3} \\
 &= \frac{K}{2a^2} \left(-(q+Q)\hat{x} + (\sqrt{3}(q-Q)\hat{y}) \right)
 \end{aligned}$$

En el caso del campo sobre el origen $\vec{r} = 0$ se considera la contribución de las cargas q , Q y $-Q$ al campo en el origen. Así $\vec{r} = 0$ y $\vec{r}_1 = \vec{r}_q$, $\vec{r}_2 = \vec{r}_{-Q}$ y $\vec{r}_3 = \vec{r}_Q$.

$$\begin{aligned}
 \vec{E} &= \frac{Kq(\vec{r} - \vec{r}_q)}{\|\vec{r} - \vec{r}_q\|^3} + \frac{K(-Q)(\vec{r} - \vec{r}_{-Q})}{\|\vec{r} - \vec{r}_{-Q}\|^3} \\
 &+ \frac{K(Q)(\vec{r} - \vec{r}_Q)}{\|\vec{r} - \vec{r}_Q\|^3} \\
 &= \frac{Kq(0 - \vec{r}_q)}{\|0 - \vec{r}_q\|^3} + \frac{(-KQ)(0 - \vec{r}_{-Q})}{\|0 - \vec{r}_{-Q}\|^3} \\
 &+ \frac{(KQ)(0 - \vec{r}_Q)}{\|0 - \vec{r}_Q\|^3} \\
 &= \frac{Kq(-a/2\hat{x})}{\|-a/2\hat{x}\|^3} + \frac{(-KQ)(-(-a/2\hat{x}))}{\| -(-a/2\hat{x})\|^3} \\
 &+ \frac{(KQ)(-(\sqrt{3}/2a))}{\| -(\sqrt{3}/2a)\|^3} \\
 &= \frac{Kq(-a/2\hat{x})}{a^3/8} + \frac{(-KQ)(-(-a/2\hat{x}))}{a^3/8} \\
 &+ \frac{(KQ)(-(\sqrt{3}/2a\hat{y}))}{3^{3/2}/8a^3} \\
 &= -\frac{4Kq}{a^2}\hat{x} + \frac{-4KQ}{a^2}\hat{x} + \frac{-4KQ}{3a^2}\hat{y}
 \end{aligned}$$

Ej. 3

La figura 2.4 muestra dos cargas puntuales positivas iguales y de magnitud q , que están separadas a una distancia $2d$. Sobre el eje de las X se intenta poner un protón a distancia x .



¿Cuanto vale el campo eléctrico que siente el protón? ¿Cuanto vale la fuerza que siente el protón?

Podemos solucionar el problema de dos maneras

Figura 2.4: Campo eléctrico sobre un protón debido a dos cargas positivas. La figura grafica los vectores unitarios \hat{r}_{01} y \hat{r}_{02} .

Fin