



UNIVERSIDAD DEL BÍO-BÍO

Apuntes Curso 230025: Física Mecánica

Profesor Carlos Ríos Morales

Enero 2010

1. Introducción

La física es una ciencia fundamental que estudia y describe el comportamiento de los fenómenos naturales que ocurren en todo nuestro universo. Su nombre proviene del griego y significa naturaleza, en éste sentido se le denominó en el pasado “*Filosofía Natural*”.

1.1 Algunas definiciones:

Ley: Comprobación de una hipótesis sin ninguna contradicción. Una ley física se considera como tal cuando todos los experimentos obedecen esa ley.

Ciencia: Método para dar respuestas a preguntas teóricas. La ciencia descubre hechos y formula teorías.

Religión, fe: Su propósito es comprender el *sentido* de la naturaleza y el hombre, no ocupa los métodos de la ciencia, tiene que ver con el amor y la obediencia a un ser supremo, que es Dios (YHWH). Ciencia y religión **no son contradictorias**, son complementarias: ambas pueden ser adoptadas.

1.2 Método Científico

1. Metodología utilizada por los científicos que consta de básicamente tres partes:
2. Hacer observaciones o experimentos
3. Establecer leyes matemáticas que describan o modelen las observaciones. Construir una hipótesis o teoría que describa todo el conjunto de observaciones similares.
4. Estudiar si las consecuencias matemáticas de las hipótesis efectivamente se observan en la naturaleza. Si las consecuencias se observan aceptar las hipótesis como válidas, si por el contrario no se observan descartar las hipótesis como falsas e intentar construir nuevas hipótesis que puedan dar cuenta de las observaciones existentes y nuevas observaciones.

Tarea 1.2.a: Buscar quienes fueron y en que aportaron a la ciencia las siguientes personas: Aristóteles, Copérnico, Kepler, Galileo, Newton, Einstein, Planck, Schrödinger, Bohr, Heisemberg.

2. Mediciones

¿Cuál es la *temperatura* del patio?, ¿qué tan *alto* es el edificio?, ¿Cuánta *masa* tiene el pan?, ¿Qué *velocidad* tiene el scooter?, ¿Cuántos *litros* de coca cola consume semanalmente? este tipo de preguntas es muy cotidiano, sin embargo: ¿sabemos realmente lo que estamos diciendo? en otras palabras: ¿conocemos el significado de *medir*?

Medir: Es una técnica por medio de la cual asignamos un número a una propiedad física, como resultado de una comparación de dicha propiedad con otra similar tomada como patrón.

2.1 Magnitudes físicas

Una magnitud física es cualquier “cosa” susceptible a una medida. Para definir las unidades físicas de dichas magnitudes utilizaremos el Sistema Internacional de Medidas SI.

Existen dos tipos de magnitudes físicas: fundamentales y derivadas.

I. Fundamentales: son las magnitudes más básicas con las cuales podemos construir conocimiento en física. Las principales son:

Magnitud	Unidad (SI)	Símbolo
Longitud	metro	m
Masa	kilogramo	kg
Tiempo	segundo	s
Temperatura	kelvin	K

Tabla n°1: Magnitudes fundamentales

II. Derivadas: una magnitud derivada es todo aquella que se compone por una combinación de magnitudes fundamentales.

Ejemplos: rapidez, aceleración, fuerza, torque, momentum, energía cinética, etc.

Es interesante notar en éste punto que la física cuenta con ciertas “*cantidades invariantes*” que llamaremos desde ahora constantes físicas. Algunas de ellas son:

Nombre	Símbolo	Valor
Velocidad de la luz ¹	c	1/299792458[m/s]
Constante de Planck	h	6.62606896exp(-34)[Js]
Aceleración de gravedad terrestre	g	~9,8[m/s ²]

Tabla nº2: Constantes físicas.

2.2 Patrones de medida

Un patrón de medida es un objeto o mecanismo estandarizado que sirve para definir una *unidad* de una magnitud física.

Alguno patrones de medida utilizados son:

- Kilogramo patrón: Se define como la masa que tiene el prototipo internacional, compuesto de una aleación de platino e iridio, que se guarda en la Oficina Internacional de Pesos y Medidas en París.
- Metro patrón: Se define como la distancia que recorre la luz en el vacío durante un intervalo de 1/299792458 de segundo.
- Segundo patrón: Un segundo es el tiempo que requiere un átomo de Cesio 133 para realizar 9.192.631.770 vibraciones, correspondientes a la transición entre dos niveles hiperfinos de su estado fundamental.

Tarea 2.2.a: Buscar en cuáles son y en que consisten los patrones de medida de: corriente eléctrica, luminosidad, temperatura y cantidad de sustancia.

2.3 Análisis dimensional

El análisis dimensional es una poderosa herramienta que permite simplificar el estudio de cualquier fenómeno en el que estén involucradas muchas magnitudes físicas en forma de variables independientes.

“En cualquier ecuación física legítima las dimensiones de todos los términos deben ser las mismas”.

Por ejemplo consideremos a partir de la distancia d recorrida y el tiempo t empleado la rapidez v asociada a un vehículo que se mueve uniformemente, es decir, su rapidez no varía.

Esta cantidad (v) tiene unidades de [m/s], es decir “longitud sobre tiempo” en consecuencia si la letra t denota un intervalo temporal en unidades de segundo [s], entonces la combinación $v \cdot t$ tiene unidades de:

$$[v \cdot t] = \frac{\text{longitud}}{\text{tiempo}} \cdot \text{tiempo} = \text{longitud}$$

Luego es posible sumar $d + [vt]$ ya que son dimensionalmente equivalentes.

Para realizar el análisis dimensional basta con sustituir las unidades físicas de la manera siguiente:

$$m \rightarrow L$$

$$s \rightarrow T$$

$$kg \rightarrow M$$

Ejercicio1:

La ley de Gravitación Universal formulada por Newton, se resume en la siguiente expresión:

$$F = G \frac{m_1 m_2}{d^2}$$

Donde F , denota la fuerza de gravitación, m_1 y m_2 las masas de dos objetos y d la distancia de separación entre ellos. La cantidad G se denomina constante de gravitación universal. ¿Qué unidades la constante G ?

Ejercicio 2: Si x_0 denota posición, v_0 rapidez inicial, t el tiempo y a la aceleración con unidades de [m/s²] entonces cuál(es) de las siguientes expresiones es dimensionalmente correcta(s):

i) $v = v_0 + at^2$

ii) $v = v_0 + \frac{1}{2}at^2$

iii) $v = v_0 + ax$

iv) $v = v_0^2 + ax$

v) $v = v_0 + at$

Ejercicio 3:

Se plantea que la aceleración de gravedad $g=9,8[m/s^2]$ puede ser escrita como una combinación de $M_T = 5,98 \cdot 10^{24}[kg]$, $R_T = 6,37 \cdot 10^6[m]$ y $G = 6,67 \cdot 10^{-11}[S.I.]$ que denotan la masa de la Tierra, el radio de la Tierra y la Constante de Gravitación Universal respectivamente. Demuestre que dicha afirmación es verdadera y calcule a través de dicha combinación el valor de g .

3. Cantidades Variables y Constantes

Las cantidades que no varían el tiempo son las llamadas **constantes** tales como las descritas en la Tabla nº2: Constantes físicas. Existen otras cantidades que varían en el tiempo (evolucionan) llamadas cantidades **variables** como por ejemplo la velocidad de un cuerpo que cae desde cierta altura o la temperatura dentro de un aula.

Se dice que una cantidad física es un **parámetro** si es una constante fija para un problema particular pero que para otro problema asume un valor que no es necesariamente el mismo.

Ejemplo:

Consideremos la siguiente ecuación

$$x_f = x_i + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$$

Parámetro
Constante
Variable

Variable
Parámetro

Si t representa el tiempo entonces t se conoce como la *variable temporal*. Usualmente una variable se expresa de la siguiente forma:

$$t \in [t_i, t_f]$$

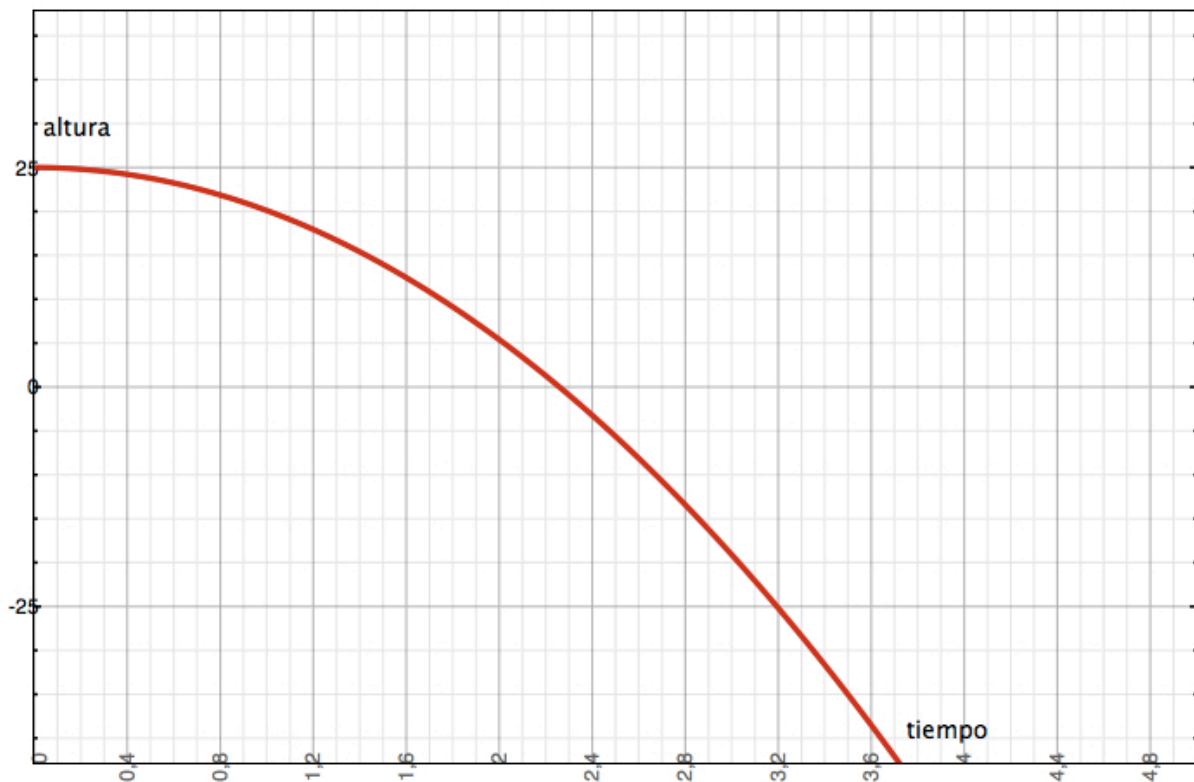
representa que el tiempo pertenece o está contenido en el *intervalo temporal* que se extiende desde el *tiempo inicial* hasta el *tiempo final*. Decimos entonces que el rango de valores adoptados por x_f depende de los valores que puede adoptar t o que x_f depende de t . Lo anterior se denota como:

$$x_f = x_f(t)$$

Una herramienta común para el análisis y la comprensión de esto son los llamados **sistemas cartesianos**.

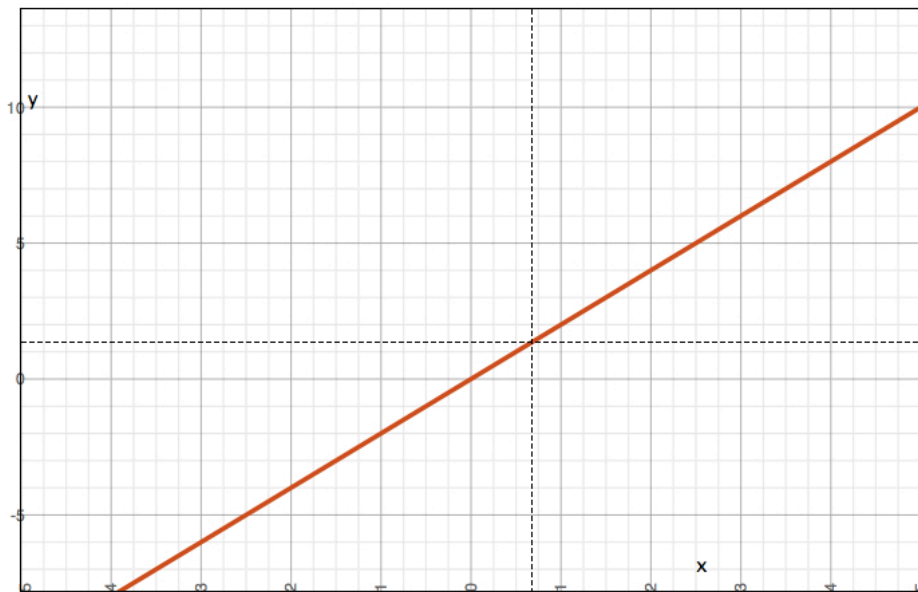
3.1 Sistemas cartesianos

Si suponemos que el ejemplo del apartado 2.4 representa como varía la altura en el tiempo de un cuerpo que se deja caer desde 25 metros del piso, entonces su representación cartesiana está dada por:

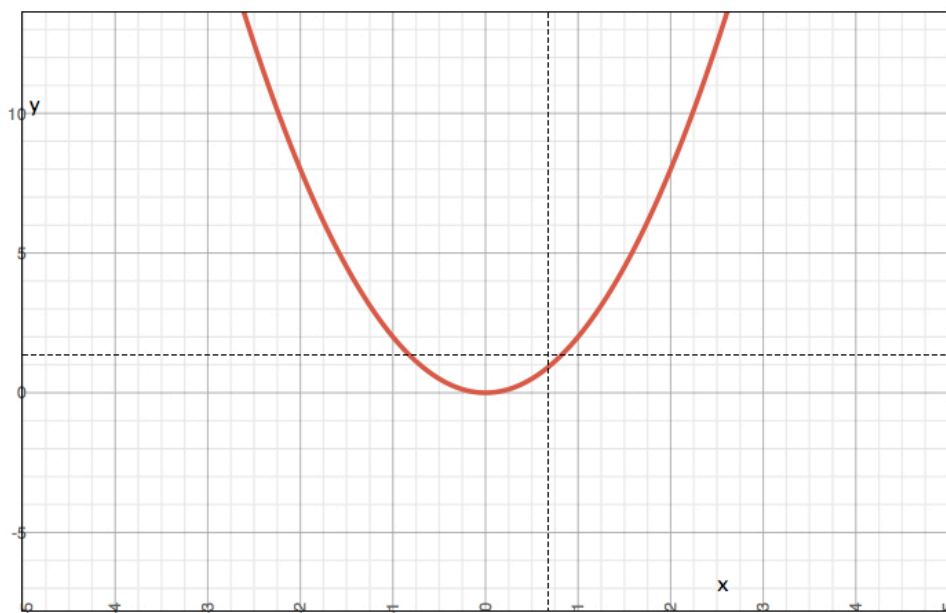


Otras **funciones** ya estudiadas por el alumno son:

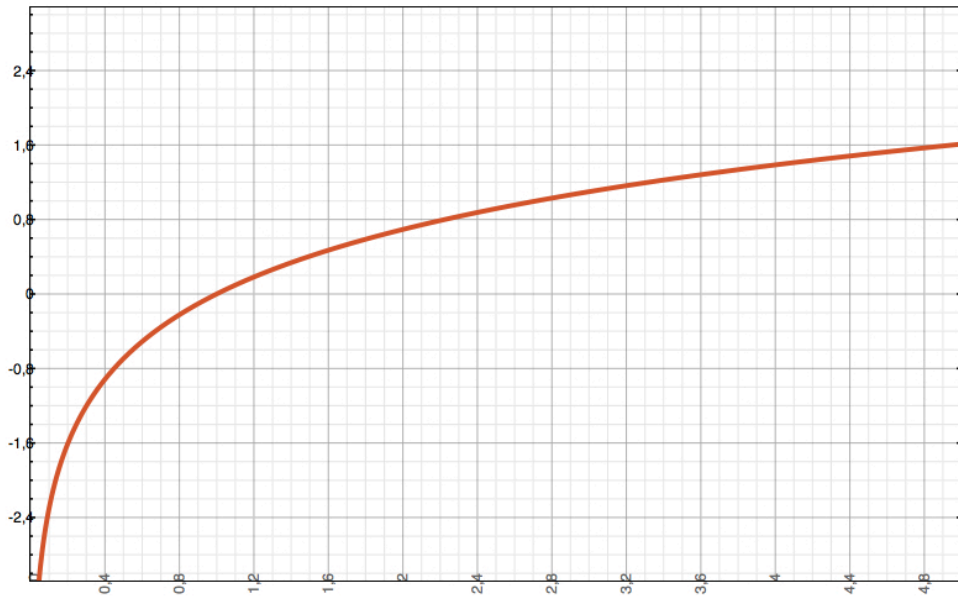
Ecuación de la recta:



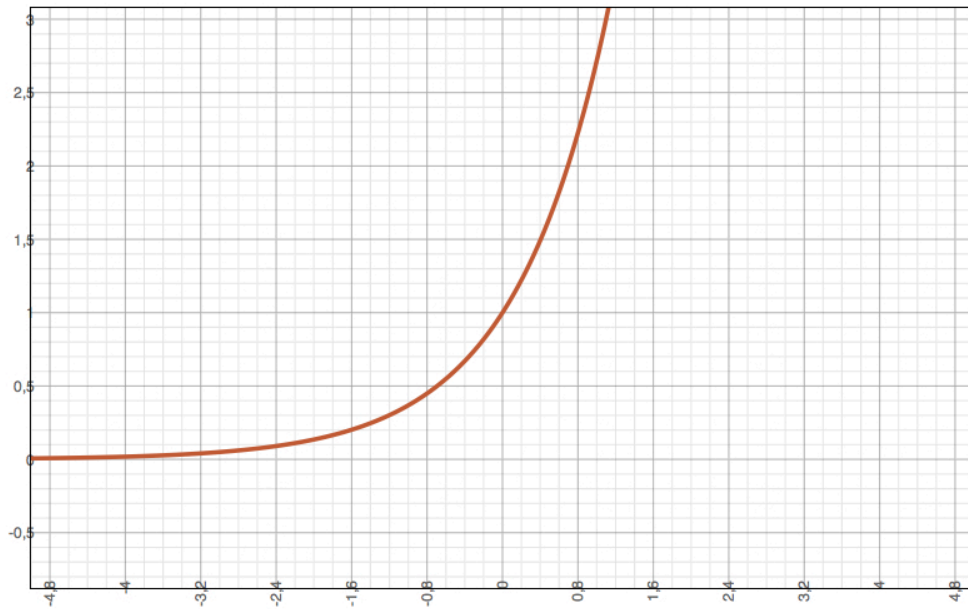
La parábola:



Logaritmo natural:



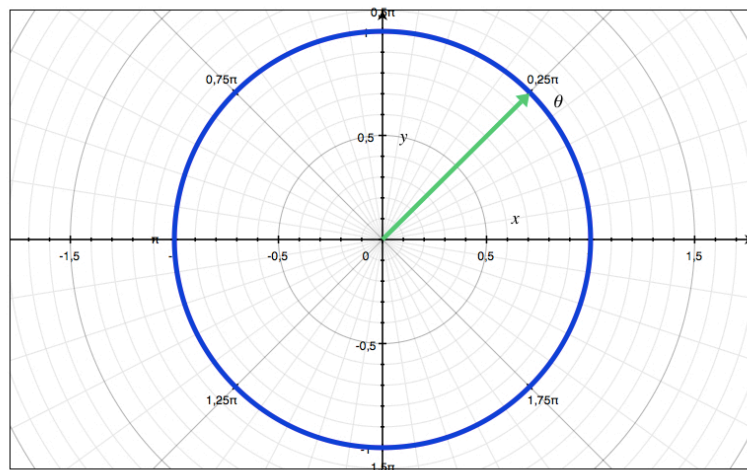
La exponencial:



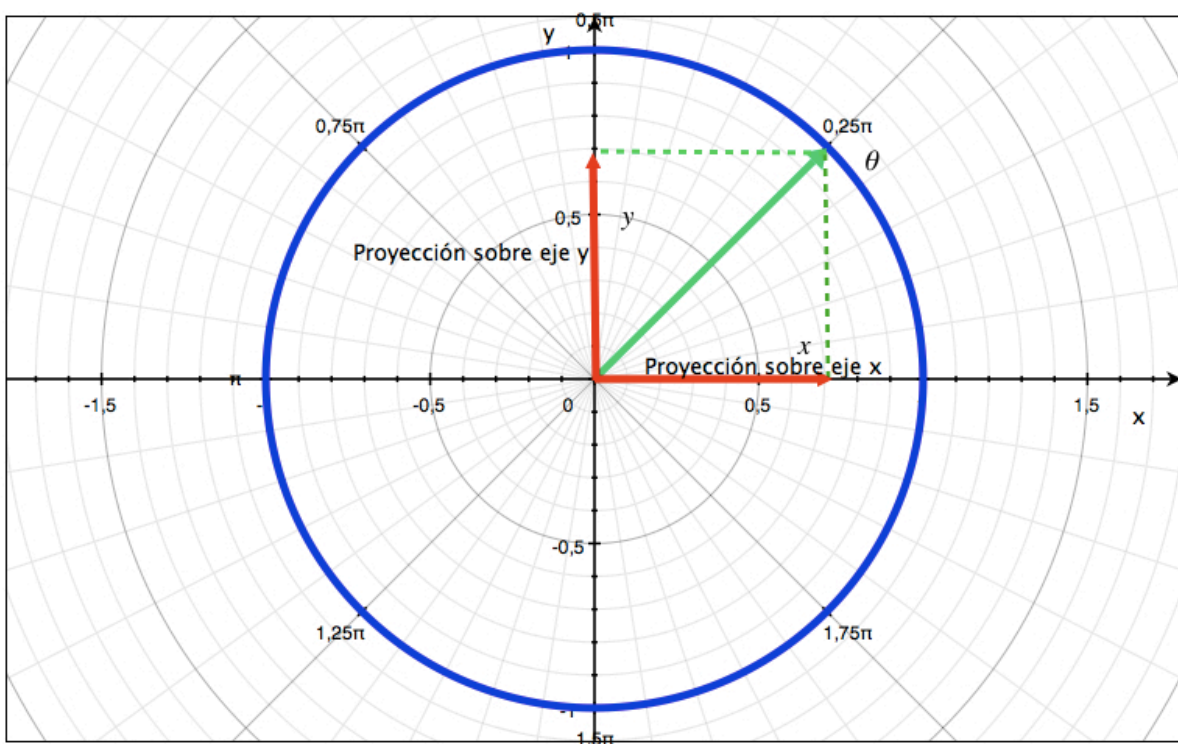
Otras funciones interesantes son las **funciones trigonométricas**.

3.2 Funciones trigonométricas

Una forma natural de introducir el estudio de las funciones trigonométricas nace de la idea de describir las *proyecciones* de un **rayo** en una **circunferencia unitaria** (radio $r=1$):



Las proyecciones del rayo sobre cada eje están dadas por los rayos color rojo:



Es evidente (para el primer cuadrante) que:

- Si el ángulo θ formado por el rayo y el eje x aumenta la proyección sobre el eje y aumenta y sobre el eje x disminuye.
- Si el ángulo θ formado por el rayo y el eje x disminuye la proyección sobre el eje x aumenta y sobre el eje y disminuye.
- Al módulo (tamaño) de la proyección sobre el eje x se le conoce como: $\cos(\theta)$ (coseno de theta).
- Al módulo (tamaño) de la proyección sobre el eje y se le conoce como: $\text{sen}(\theta)$ (seno de theta)

3.2.1 Medida de un ángulo

- I. Grado sexagesimal: un grado sexagesimal es el ángulo central subtendido por un arco cuya longitud es igual a $1/360$ de la circunferencia, esto es, una circunferencia se subdivide angularmente en 360 partes idénticas llamadas grados sexagesimales.
- II. Radianes: el radián es la unidad de ángulo plano en el Sistema Internacional de Unidades. Representa el ángulo central en una circunferencia que subtiende un arco cuya longitud es igual a la del radio. Su símbolo es **rad**.

3.2.2 Transformación de ángulos:

Para transformar ángulos de sexagesimales a radianes se debe utilizar la siguiente relación:

$$2\pi \rightarrow 360^\circ$$

ó

$$\pi \rightarrow 180^\circ$$

Tarea 3.2.2.a: Calcular la equivalencia en radianes para los siguientes ángulos: 0° , 30° , 45° , 60° , 90° , 120° , 150° , 180° , 240° , 270° , 300° y 360° .

Tarea 3.2.2.b: Calcular el seno y el coseno para los siguientes ángulos:

$$0[\text{rad}], \frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{2}, \pi, \frac{3\pi}{2}, 2\pi$$

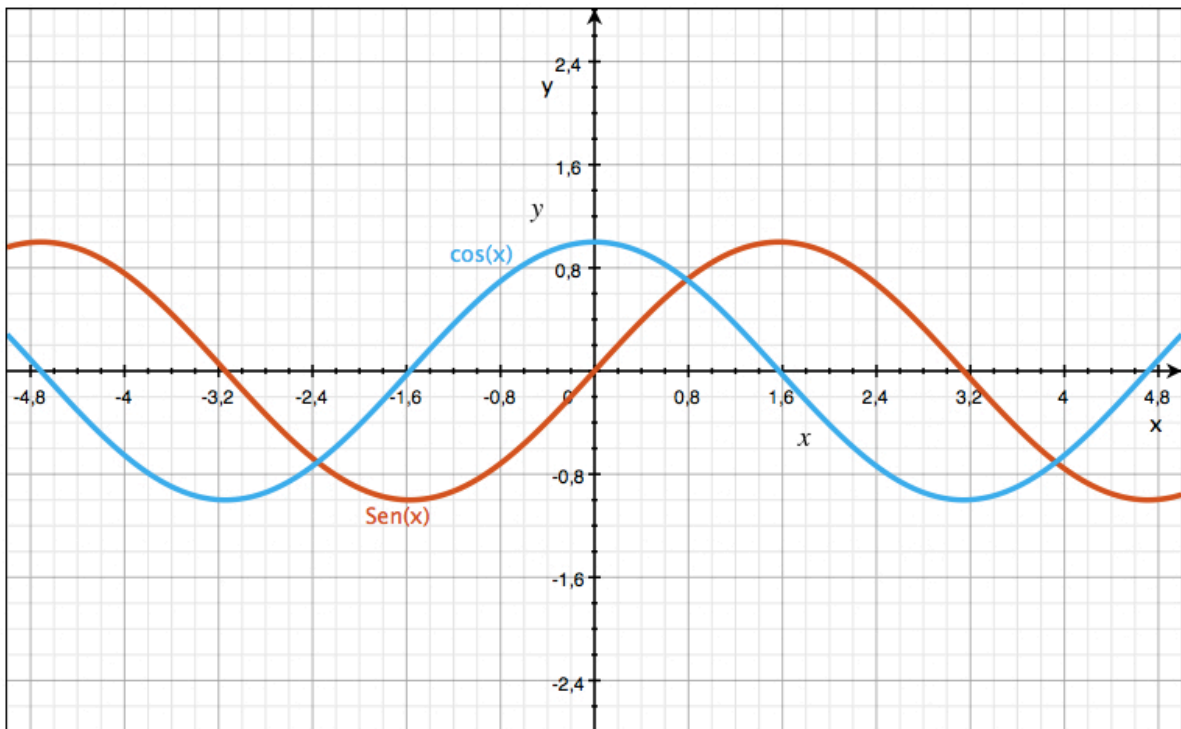
Tarea 3.2.2.c: Sabiendo que la tangente de θ está definida como:

$$\tan(\theta) = \frac{\text{sen}(\theta)}{\text{cos}(\theta)}$$

calcular la tangente para los siguientes ángulos:

$$0[\text{rad}], \frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{2}, \pi, \frac{3\pi}{2}, 2\pi$$

Los datos obtenidos deben concordar con la siguiente gráfica:



4. La Física ¿ciencia exacta?

La Física, por ser una ciencia experimental, es aproximada. Existen varias fuentes de aproximación:

- los datos de un experimento al ser obtenidos están sujetos a errores o imprecisiones de medición.
- los modelos o teorías que se usan en las mediciones experimentales se apoyan en suposiciones que muchas veces ayudan a entregar los resultados experimentales solo en forma aproximada.

Por ejemplo es sabido que la teoría de la Mecánica de Newton no resulta válida cuando los objetos se mueven con rapidez muy parecida a la de la luz, tampoco es válida cuando los objetos son muy pequeños (de tamaño atómico) o cuando estamos estudiando el universo a gran escala.

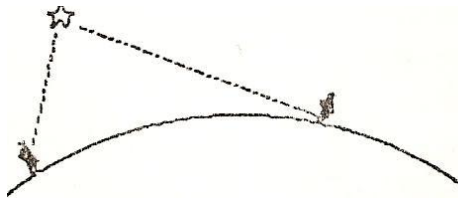
4.1. Ejercicios

En los ejercicios que siguen observaremos como en la historia se ha obtenido ciertos valores en forma experimental revisando sus supuestos y dándonos cuenta que las estimaciones son de permanente aplicación en Física, sin embargo, a pesar de ser usar valores aproximados los resultados son bastante satisfactorios.

4.1.1 Estimación del tamaño de la Tierra.

Los antiguos reconocieron la esfericidad de la Tierra a través de diversas observaciones:

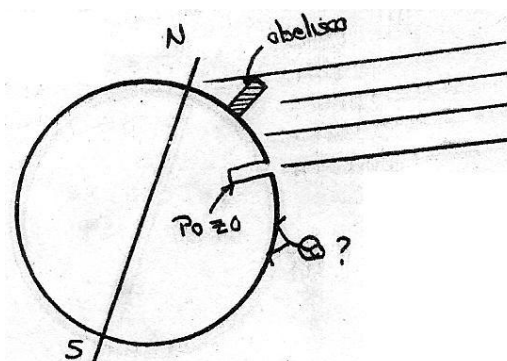
- En los eclipses de Luna la sombra de la Tierra sobre la superficie lunar es redonda.
- La elevación de una estrella sobre el horizonte varía con la latitud (como muestra la figura de a continuación).



Los barcos se pierden rápidamente de vista al alejarse en el horizonte.



Uno de los primeros valores para el perímetro del radio terrestre fue obtenido por Eratóstenes de Cirene (276 al 194 A.C).



Eratóstenes sabía que al mediodía del 22 de Junio el Sol caía verticalmente en Siena (actualmente Asuan en Egipto). La luz solar incidía sobre un profundo pozo y se reflejaba en el fondo hacia arriba. El mismo día, a la misma hora, se midió en Alejandría la sombra de un alto obelisco. Eratóstenes encontró que los rayos del sol Formaban un ángulo de 7.5° con la vertical.

Sabiendo que (de acuerdo a Eratóstenes) la distancia entre Siena y Alejandría es alrededor de 800 [km], estime el perímetro y radio terrestres.

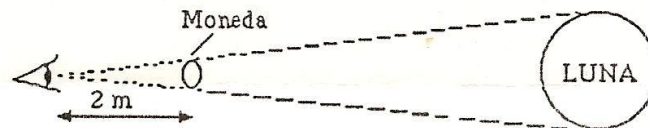
4.1.2 Estimación tamaño de la Luna.

El tamaño de la Luna fue comparado con el de la Tierra observando un eclipse lunar por Aristarco (310-220 A.C.). Aristarco midió el tiempo que tarda la Luna en cruzar la sombra terrestre y encontró que el tiempo que le tomaba desde comenzar ha ocultarse hasta ocultarse completamente era aproximadamente de 1 hora. El eclipse completo tiene una duración de 2 1/2 horas.

Suponga que los rayos del sol inciden paralelamente sobre la tierra, de modo que la sombra de la tierra es perfectamente cilíndrica. ¿Cuánto sería entonces nuestra estimación para el tamaño de la Luna?

4.1.3 Estimación de la distancia Tierra-Luna.

Si se superpone una moneda de aproximadamente 2 [cm] de diámetro entre el ojo y la Luna se encuentra que ésta lo oculta casi exactamente cuando la moneda está a 2 [m] de distancia de la pupila.



Use el valor recién estimado para el diámetro de la Luna y determine la distancia Tierra-Luna.

Compare los valores obtenidos con los que se conocen actualmente:

- diámetro de la luna = 3478 [km]
- distancia Tierra-Luna = 384 400 [km]

4.1.4 Estimación de la masa de la Tierra.

La mayoría de los líquidos y sólidos constituyentes de nuestro planeta tiene densidades que fluctúan entre 1 a 10 [kg/Litro]. A partir de estos datos y usando el valor obtenido para el radio de la Tierra, estime la masa de la Tierra.

Le será de utilidad alguno de los siguientes resultados (que conviene memorizar desde ya:

Superficie S de una esfera de radio R :

$$S = 4\pi R^2$$

Volumen V de una esfera de radio R :

$$V = 4/3\pi R^3$$

5. Diferenciación

Sea $f(t)$ una función con parámetro t que eventualmente podría ser el tiempo. Entendemos por diferenciar una función como el hecho de encontrar un valor de ella entre dos instantes muy cercanos uno del otro.

Si t es un cierto instante de tiempo y dt es un valor muy pequeño y posterior a t , diremos que la diferencial df queda definida como:

$$df = f(t+dt) - f(t)$$

Es decir, queda definida como la función evaluada en el instante t más el valor del tiempo en un instante ligeramente más tarde, dt , menos el valor de la función evaluada en el instante t .

A modo de ejemplo consideremos la siguiente tabla en la que evaluaremos la diferencial de la función $f(t) = t^2$ utilizando un pequeño intervalo de tiempo posterior $dt = 0,1$:

t	$f(t) = t^2$	$df = f(t+dt) - f(t) = (t+dt)^2 - t^2$
0,0	0,0	0,01
0,1	0,01	0,03
0,2	0,04	0,05
0,3	0,09	0,07

A continuación se presentan los gráficos de la función y su diferencial

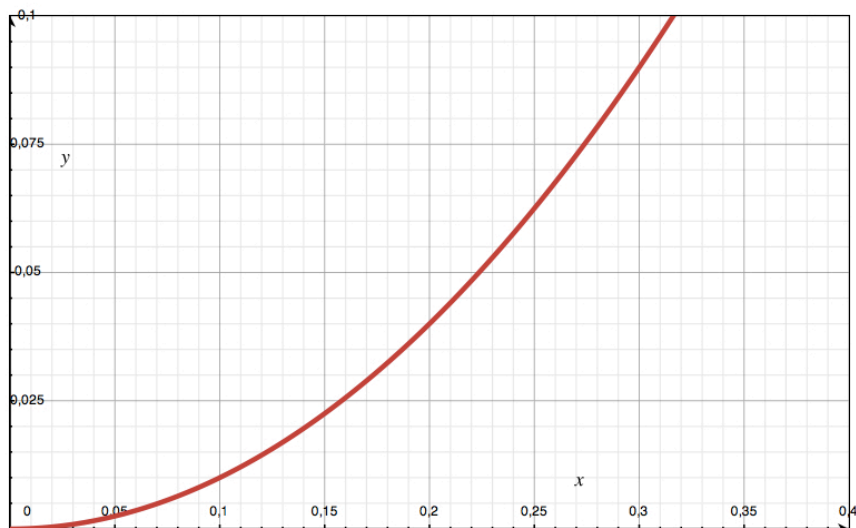


Imagen 5.1: función $f(t)$

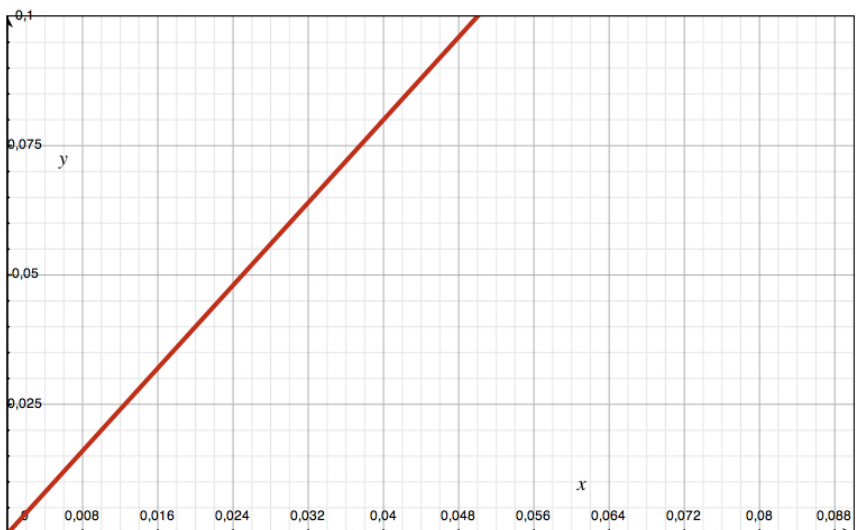


Imagen 5.2: diferencial $df(t)$

5.1 Reglas de diferenciación

El objetivo es sistematizar el cálculo de las diferenciales, para ello aplicaremos ciertas reglas que nos ahorrarán trabajo, dichas reglas son:

5.1.1 Regla de la suma

Teorema: La diferencial de la suma de a y b es la suma individual de sus diferenciales.

$$d(a + b) = da + db$$

Dem: Sea a y b tales que $a = a(t)$ y $b = b(t)$. En un tiempo t la suma está dada por $t = a + b$ tal que un tiempo posterior t' estará dado por $t' = t + dt$. Si a y b evolucionan tal que $a' = a + da$ y $b' = b + db$ entonces la diferencia entre la suma de a y b está dada por:

$$\begin{aligned} df(a + b) &= (a' + b') - (a + b) \\ \Rightarrow &= (a + da) + (b + db) - (a + b) \\ &\Rightarrow = da + db \\ \Rightarrow df(a + b) &= da + db \end{aligned}$$

5.1.2 Regla del producto

Teorema: El diferencial del producto de a y b es la suma del primero por el segundo diferenciado más el segundo sin diferenciar por el primero diferenciado.

$$d(ab) = adb + bda$$

Dem: Sea a y b tales que $a = a(t)$ y $b = b(t)$. En un tiempo t la suma está dada por $t = a + b$ tal que un tiempo posterior t' estará dado por $t' = t + dt$. Si a y b evolucionan tal que $a' = a + da$ y $b' = b + db$ entonces la diferencia entre el producto de a y b está dado por:

$$\begin{aligned} df(ab) &= (a' b') - (ab) \\ \Rightarrow &= (a + da)(b + db) - (ab) \\ &\Rightarrow = ab + adb + bda + dadb - ab \\ &\Rightarrow = adb + bda + dadb \end{aligned}$$

Pero dado que $dadb$ es el producto de dos cantidades *infinitesimales* su producto tiende a cero. Así:

$$df(a + b) = da + db$$

Ejemplos:

I. Hallar la diferencial de las siguientes funciones:

$$i) y(t) = c, \text{ cte}$$

$$ii) y(t) = t,$$

$$iii) y(t) = t^2$$

$$iv) y(t) = t^3$$

$$v) y(t) = t^n$$

$$vi) y(t) = \sqrt{t}$$

$$vii) y(t) = \sqrt{t}$$

$$viii) y(t) = \sqrt[3]{t}$$

$$ix) y(t) = \sqrt[4]{t}$$

$$x) y(t) = \sqrt[n]{t}$$

$$xi) y(t) = \frac{1}{t}$$

$$xi) y(t) = \frac{1}{t^2}$$

Desarrollemos iii) y vi)

iii) *dado que $t^2 = t \cdot t$, se tiene que :*

$$\begin{aligned} dy &= d(t^2) \\ &= d(t \cdot t) \\ &= t \cdot dt + dt \cdot t \\ &= 2tdt \end{aligned}$$

vi)

$$\begin{aligned} y &= \sqrt{t} \\ \Rightarrow y^2 &= t \\ \Rightarrow d(y^2) &= d(t) \\ \Rightarrow d(y \cdot y) &= dt \\ \Rightarrow 2ydy &= dt \\ \Rightarrow dy &= \frac{dt}{2y} \\ \Rightarrow dy &= \frac{dt}{2\sqrt{t}} \end{aligned}$$

5.2 Interpretación de la diferencial

La diferencial de una función es una medida del cambio de una función cuando su variable independiente sufre un incremento diferencial.

5.2.1 Diferencial con respecto a las dimensiones físicas

Desde un punto de vista puramente dimensional diremos que si una magnitud tal como y representa la posición de un objeto, y por lo tanto una medida de longitud, entonces su diferencial dy también posee las mismas unidades de medida.

Observemos además que al aplicar las reglas de diferenciación a una función $f(t)$ obtenemos como resultado $df=g(t)dt$, donde $g(t)$ es otra función dependiente del tiempo. Con ello, si dy representa un diferencial de posición, entonces:

$$dy = g(t)dt$$
$$\Rightarrow g(t) = \frac{dy}{dt}$$

Es evidente que la dimensión de $g(t)$ es $[\text{longitud/tiempo}] \Leftrightarrow dt \neq 0$. Si una magnitud física posee una combinación de dimensiones como la anterior se dice que $g(t)$ o más precisamente dy/dt es una *velocidad*.

Una forma alternativa y aún más recurrente para llamar a dy/dt es *la derivada de y con respecto a t*, o simplemente la derivada de y , tal que mide la variación de la posición de un cuerpo con respecto al tiempo o dicho de otra forma el ritmo de cambio de la posición en el tiempo.

5.2.2 Punto de vista geométrico de la diferencial

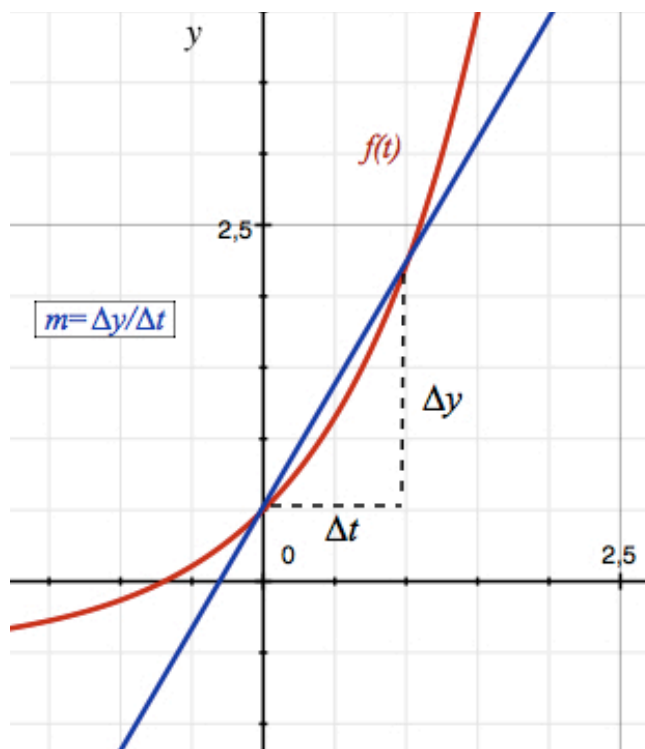
Desde un punto de vista geométrico la cantidad dy/dt puede comprenderse como una medida de la pendiente de una curva.

Si disponemos de dos puntos distantes en una función $f(t)$ y deseamos calcular la pendiente de ésta función a través de su gráfica podemos ocupar la ecuación de la pendiente:

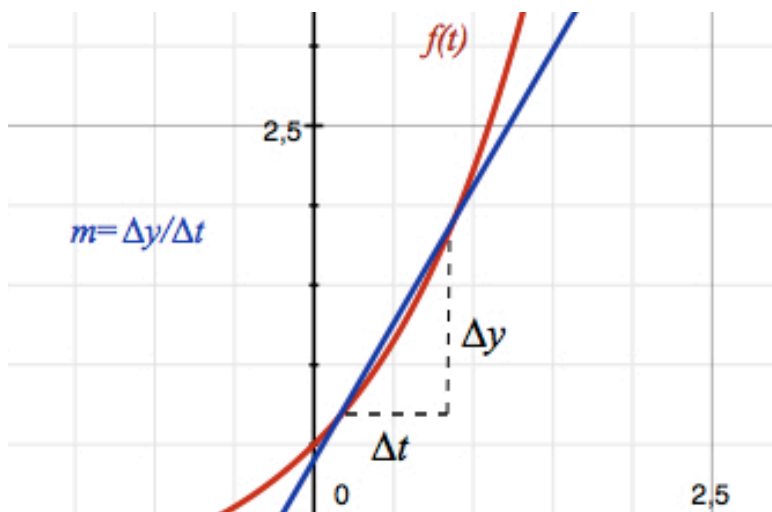
$$m = \frac{\Delta y}{\Delta t}$$

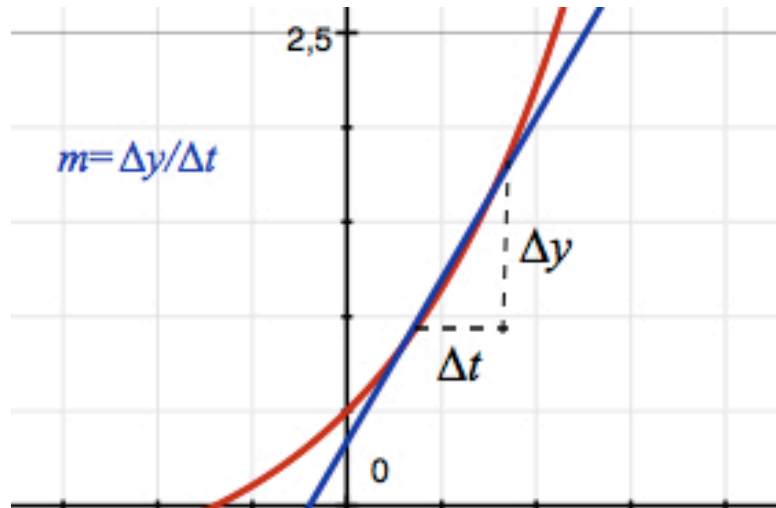
Derivada de la ecuación de la recta.

La siguiente figura muestra una función $f(t)$ y la pendiente m de su curva :



Observemos que en el límite en que Δt tiende a cero ($\Delta t \rightarrow 0$) los puntos ya no nos parecen distantes y la recta termina pasando por un solo punto, de ésta manera se hace tangente a la curva tal como muestran las figuras siguientes:

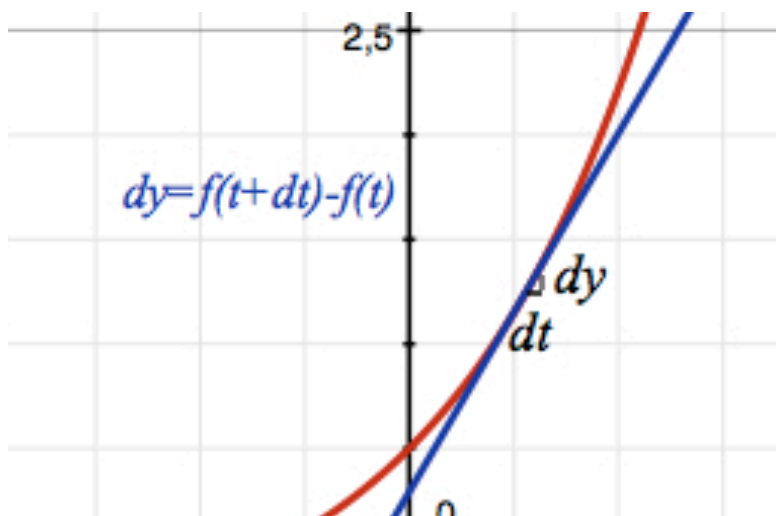




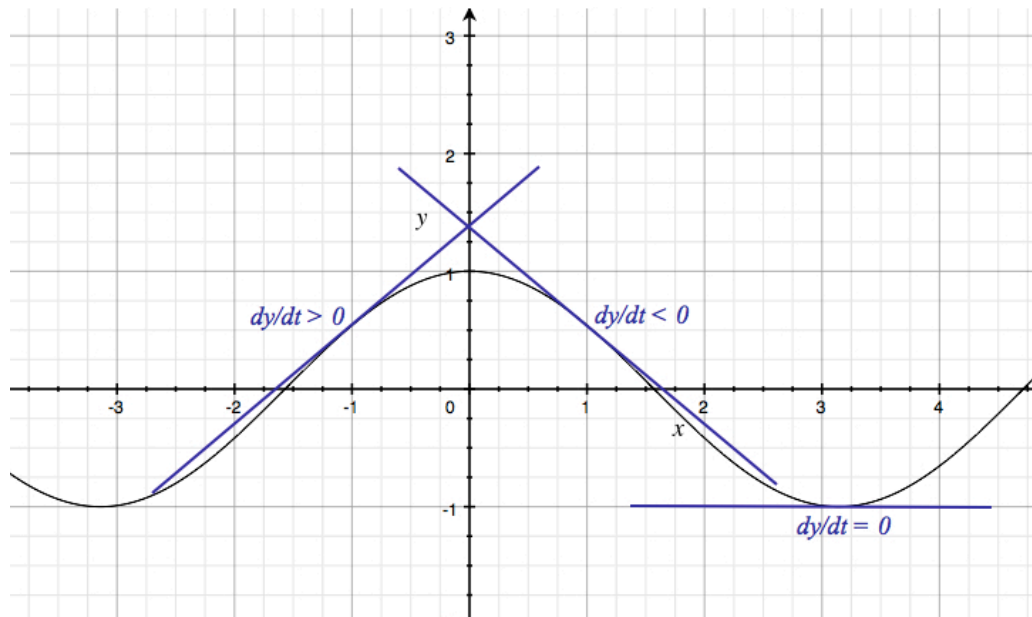
En el límite cuando Δt tiende a cero (se aproxima a cero pero nunca lo alcanza), entonces se hace el paso al límite de estas variaciones transformándose en infinitesimales. Matemáticamente:

$$\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta t} = \frac{dy}{dt}$$

Como observamos en la siguiente gráfica los deltas se han transformado en cantidades infinitesimales (debido a que $\Delta t \rightarrow 0$) haciendo que la recta toque a la curva en un solo punto, esto se conoce como la derivada de la función $y(t)$ en ese punto.



Observemos que dada la definición de pendiente podemos tener los siguientes casos:



6. Incertidumbre y cifras significativas

Las mediciones están siempre asociadas a incertidumbres. Si deseamos medir el espesor de una hoja y contamos con una regla que mide al milímetro y medimos que ésta tiene un espesor de 3.00mm nuestra respuesta está *errada* pues dadas las limitaciones del instrumento de medida no es posible determinar si el espesor es 3,14mm o 2,92mm. Observemos entonces que efectivamente existe una incertidumbre o **error** en nuestra medición, dicho error muestra la máxima diferencia probable entre el valor medido y el real. Se escribirá una medición con su incertidumbre de la siguiente manera: 3,03mm \pm 0,11mm esto indica que el valor real se encuentra entre 2,92mm y 3,14mm o en forma abreviada 3,03(11)mm; no es posible medirlo con mayor **exactitud**.

Tarea 6.a: Enunciar la diferencia entre exactitud y precisión.

6.1. Cifras significativas

En muchos casos no se entrega explícitamente la incertidumbre de un número, si no que se indican sus **cifras significativas** en el valor medido.

Si el espesor de la hoja es de 3,02mm , número que posee tres cifras significativas, queremos decir que los dos primeros dígitos son correctos más el tercer dígito es incierto o *estimado*. El último número está en las centésimas así que el error es \pm 0,01mm.

Si utilizamos números que poseen incertidumbre para realizar operaciones matemáticas entonces los resultados poseerán también una incertidumbre. Por ejemplo queremos calcular la densidad de un cuerpo sabiendo que su masa = 4,1[kg] (dos cifras significativas) y su volumen = 7,3[m³] (dos cifras significativas), luego dicho valor es:

$$\rho = \frac{\text{masa}}{\text{volumen}} = \frac{4,1}{7,3} = 0,561643835[\text{kg}/\text{m}^3]$$

Un simple análisis nos dice que:

El valor de la masa del cuerpo es mayor que 4[kg] y menor que 5[kg] y que está más cerca de 4[kg]. Estamos **seguros** que tiene una masa de 4[kg] y “un poco más” y ese “poco más” hace que estimemos la siguiente cifra 1, finalmente afirmamos que el valor estimado de la masa es 4,1[kg], caeríamos en un error el escribir 4,10[kg] pues ni siquiera estamos seguros que sea 4,1[kg]. El razonamiento es análogo para el volumen. Ahora bien, el resultado del cociente es 0,561643835 ¿estará bien dicho número? la respuesta es no. Pues aquel número nos dice que hemos ganado información que no poseemos, en el siguiente sentido: los valores de la masa y el volumen poseen dos cifras significativas, sin embargo, la densidad posee ¡9 cifras significativas! ¿cómo podría ser esto si a penas conocemos que la masa es mayor que 4[kg] y que el volumen es mayor que 7 [m³]?. Aquí es donde la física resuelve ésta interrogante:

“El resultado de una operación debe contener tantas cifras significativas como contenga el número con menor número de cifras significativas una vez realizada todas las operaciones matemáticas de una ecuación física”.

así el valor correcto para la densidad del material analizado debe ser:

$$\rho = \frac{\text{masa}}{\text{volumen}} = \frac{4,1}{7,3} = 0,56[\text{kg}/\text{m}^3]$$

Nota: una constante numérica posee infinitas cifras significativas.

6.1 Reglas de redondeo: ¿4,55 ≈ 4,6 o 4,5?

Redondear un número significa cortarlo en alguna cifra en particular, pero para que exista el menor error en la aproximación ocuparemos la forma siguiente:

- Si la cifra que queremos cortar es sucedida por un número mayor o igual a 5 entonces aumenta en una unidad.
- Si la cifra que queremos cortar es sucedida por un número menor a 5 entonces la cifra no se modifica.

- Si la cifra que queremos cortar es un 5 y está sucedida por un número menor a 5 entonces la cifra se mantiene igual.
- Si la cifra que queremos cortar es un 5 y está sucedida por un número mayor o igual a 5 debemos mirar la cifra antecesora y ocupar la siguiente regla:
 1. Si es par: la cifra no se modifica.
 2. Si es impar: la cifra aumenta una unidad.

Ejercicio:

La energía en reposo E de un electrón de masa $m = 9,11 \cdot 10^{-31}[\text{kg}]$ puede calcularse mediante la famosa ecuación: $E = mc^2$. Encuentre el valor de dicha energía. La unidad del SI para la energía es el Joule [J] y se define como $1 [\text{kg m}^2/\text{s}^2]$.

Es interesante notar que existen muchas reglas para seleccionar las cifras significativas y el redondeo, no sólo las expuestas aquí. Muchos autores han dedicado sus vidas al estudio de los errores, incertidumbres, redondeos, dispersiones, etc. y cada uno posee su “receta” que por lo demás no es aplicable a todos los fenómenos físicos. Dado este precepto debemos encontrar un punto común y es que en éste curso utilizaremos las reglas expuestas en presente capítulo.

7. Vectores

Para el actual capítulo utilizaremos el apunte de Vectores del Profesor. Dino Risso.

8. Cinemática

La cinemática es la rama de la física que estudia la descripción del movimiento sin importar sus causas.

8.1 Definiciones

8.1.1 Movimiento

El movimiento se define como el cambio de posición de un sistema físico con respecto a un sistema de referencia particular. Ello implica la relatividad del movimiento.

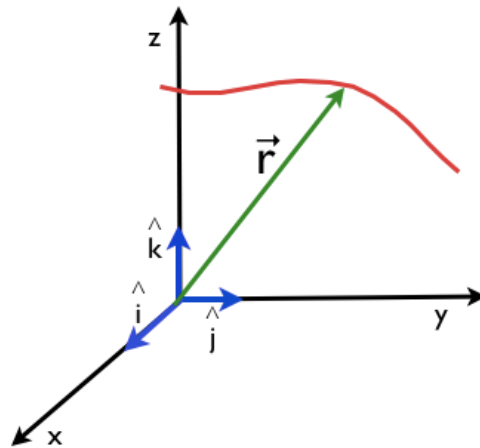
8.1.2. Sistema de referencia

Un sistema de referencia está dado clásicamente por un plano cartesiano invariante, en cuyo origen se encuentra un observador que posee instrumentos de medida tales como reloj, metro, balanza, etc. con los que puede realizar mediciones físicas.

8.1.3 Vector Posición

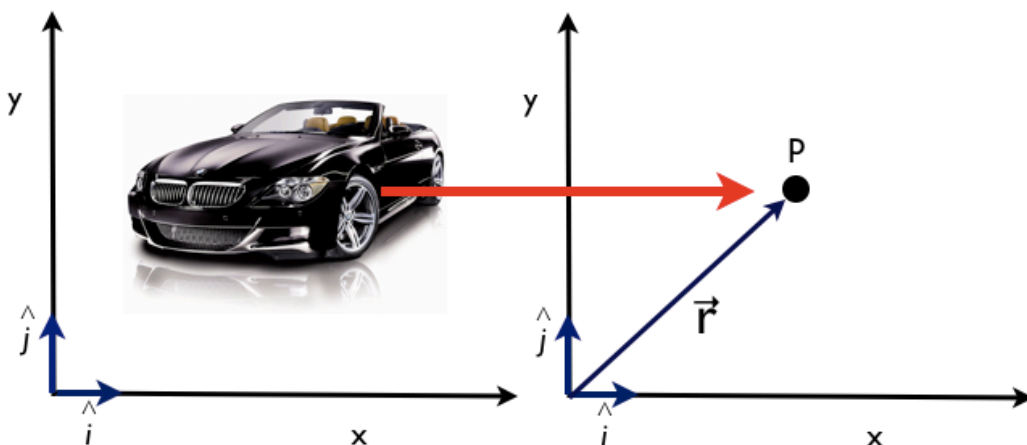
Para ubicar un cuerpo en el espacio, debemos conocer su posición \vec{r} con respecto a un sistema de referencia adecuado, cuyas coordenadas cartesianas son x , y y z , para el caso de tres dimensiones.

$$\vec{r} = r_x \hat{i} + r_y \hat{j} + r_z \hat{k}$$



8.1.4 Cuerpo

Un cuerpo es cualquier objeto del Universo que al ser idealizado se transforma a una partícula o *punto material* cuando sus dimensiones y orientaciones espaciales son despreciables para la descripción del fenómeno que estudiamos.



8.1.5 Posición como función del tiempo

Si la posición de un cuerpo varía en el tiempo, entonces ésta es descrita por $\vec{r}(t)$. Así, para cada instante de tiempo t se obtendrá una posición en general distinta, y por tanto un set de coordenadas x , y y z , distinta del cuerpo. Descrita por:

$$\vec{r}(t) = r_x(t)\hat{i} + r_y(t)\hat{j} + r_z(t)\hat{k}$$

De aquí en adelante haremos abuso de la notación y escribiremos la ecuación anterior como:

$$\vec{r}(t) = x(t)\hat{i} + y(t)\hat{j} + z(t)\hat{k}$$

Ejemplo:

$$\vec{r}(t) = 4t^{-1}\hat{i} + t^3\hat{j} - 2t^4\hat{k}$$

Para definir que una cantidad es constante usualmente se denota con un subíndice:

$\vec{r}(t_0)$: posición inicial

$x(t_1)$: posición en el tiempo t_1 a lo largo del eje x

$z(t_n)$: posición en el tiempo t_n a lo largo del eje z

Para nuestro ejemplo anterior en $t=2[s]$:

$$\vec{r}(t) = 4t^{-1}\hat{i} + t^3\hat{j} - 2t^4\hat{k}$$

$$\Rightarrow \vec{r}(2) = 4(2)^{-1}\hat{i} + (2)^3\hat{j} - 2(2)^4\hat{k}$$

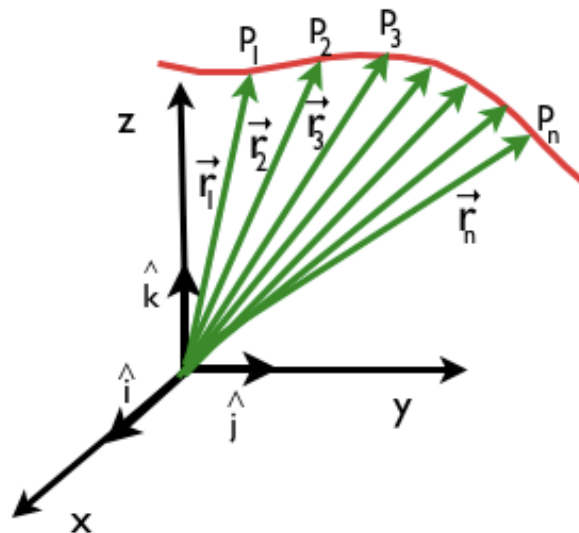
$$\Rightarrow \vec{r}(2) = 2\hat{i} + 8\hat{j} - 32\hat{k}$$

o de manera compacta:

$$\vec{r}(2) = (2, 8, -32)$$

8.1.6 Trayectoria

Se define como el conjunto de todos los puntos $P = (x,y,z)$ por los que pasa un cuerpo en su movimiento durante un intervalo de tiempo t . En la figura siguiente queda descrito como la línea continua roja.



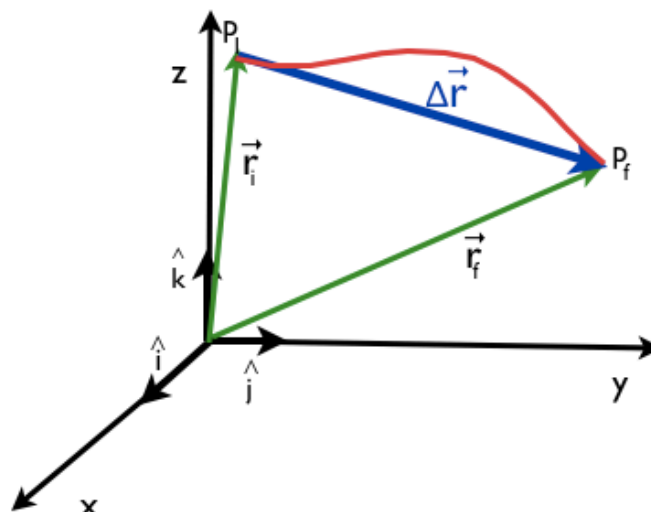
8.1.6 Vector posición inicial y vector posición final

Se conocen como vector posición inicial \vec{r}_i y final \vec{r}_f a los vectores posición que indican el punto inicial y final del movimiento respectivamente.

8.1.7 Desplazamiento

Se define el desplazamiento como el vector que nace en el punto inicial del movimiento y llega hasta el punto final de este o algún momento particular de t .

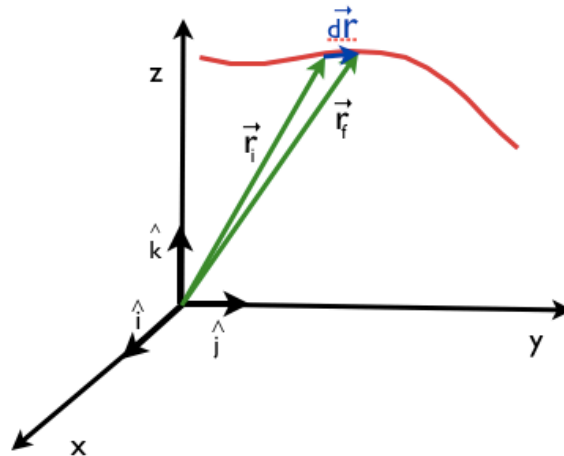
$$\vec{d} = \Delta\vec{r} = \vec{r}_f - \vec{r}_i$$



8.1.8 Desplazamiento infinitesimal

Se define como el desplazamiento realizado en un intervalo de tiempo dt tal que:

$$\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \Delta \vec{r} = d\vec{r} = \vec{r}(t + dt) - \vec{r}(t)$$



Tarea 8.1.8.a: Demostrar que: $d\vec{r} = dx\hat{i} + dy\hat{j} + dz\hat{k}$

Tarea 8.1.8.b: Calcule el valor del desplazamiento infinitesimal para el ejemplo de la sección 8.1.5

8.2 Velocidad y Rapidez

Para viajar de un punto a otro en el Universo es necesario “ocupar” un determinado tiempo, dado que por el momento no es posible la *teleportación* de materia, es por ello que se definen las cantidades rapidez y velocidad.

8.2.1 Velocidad

En el apartado 5.2.1 vimos que si:

$$dy = g(t)dt$$

$$\Rightarrow g(t) = \frac{dy}{dt}$$

donde $g(t)$ describía una velocidad.

Para el caso de $x(t)$:

$$dx = v_x(t)dt$$

$$\Rightarrow v_x(t) = \frac{dx}{dt}$$

Para $y(t)$ y $z(t)$ es análogo. De ésta forma:

$$d\vec{r} = dx\hat{i} + dy\hat{j} + dz\hat{k}$$

$$\Rightarrow d\vec{r} = v_x(t)dt\hat{i} + v_y(t)dt\hat{j} + v_z(t)dt\hat{k}$$

$$\Rightarrow d\vec{r} = (v_x(t)\hat{i} + v_y(t)\hat{j} + v_z(t)\hat{k})dt$$

$$\Rightarrow d\vec{r} = \vec{v}(t)dt$$

finalmente obtenemos el vector velocidad dado por:

$$\vec{v}(t) = \frac{d\vec{r}}{dt}$$

8.2.1 Rapidez

La rapidez se define como el módulo o tamaño de la velocidad por lo que evidentemente:

$$\vec{v} = \|\vec{v}\|\hat{v} = v\hat{v}$$

Es interesante enfatizar que la velocidad es una magnitud vectorial mientras que la rapidez es una magnitud escalar definida operacionalmente como:

$$v = \|\vec{v}\| = \sqrt{\vec{v} \cdot \vec{v}} = \sqrt{\sum_{i=1}^3 v_i^2} = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}$$

Ejercicio:

1. Considere una partícula cuyo movimiento está gobernado por las ecuaciones de itinerario:

$$x(t) = 2 + 3t$$

$$y(t) = t - 1$$

Determinar: v_x , v_i , v y \vec{v} .

8.2.2 Aceleración

La función vectorial llamada aceleración se define como el ritmo de cambio infinitesimal de la velocidad en el tiempo:

$$\vec{a}(t) = \frac{d\vec{v}(t)}{dt}$$

Dado que es una función vectorial debe existir una aceleración en cada componente de tal forma que:

$$\vec{a}(t) = a_x \hat{i} + a_y \hat{j} + a_z \hat{k}$$

Ejemplos:

1. Considere las siguientes velocidades y calcule su aceleración.

$$\vec{v}_1(t) = 3\hat{i} + 2\hat{j} \text{ [m/s]} \quad \text{y} \quad \vec{v}_2(t) = 3t^2\hat{i} + 2\hat{j} \text{ [m/s]}$$

2. Calcule la velocidad y la rapidez para un cuerpo que posee la siguiente función posición sabiendo que A y B son constantes, determine además la dimensión de dichas constantes:

$$\vec{r}(t) = A\sqrt{t}\hat{i} + Bt^3\hat{j} \text{ [m]}$$

8.3. Cinemática unidimensional

Es evidente que la cinemática más básica se da en el contexto unidimensional, esto quiere decir movimientos que están limitados a una dimensión espacial.