

**Certamen 2 Física Mecánica**  
**Ingeniería Civil en Automatización**  
**Universidad del Bío-Bío**  
**Profesores Dino E. Risso, Carlos K. Ríos**

**Alumno:**

P1 Se lanza verticalmente hacia arriba una pelota desde el suelo. La velocidad inicial es  $\vec{v}_0 = 30 \hat{y}$  [m/s]. Dos segundos más tarde se lanza una segunda pelota, también desde nivel del suelo, y con la misma velocidad inicial.

NOTA: Por simplicidad del cálculo para las preguntas que siguen considere  $g = 10$  [m/s<sup>2</sup>].

- (a) ¿A qué altura se encuentran cuando chocan ambas pelotas? (no tengan en cuenta el tamaño de las pelotas).

**Rpta:** Al comienzo la primera pelota (A) se mueve de acuerdo a:

$$y_A = y_0 + 30t - 1/2gt^2 \quad \text{Ec.(1)}$$

$$v_{yA} = 30 - gt \quad \text{Ec.(2)}$$

Al cabo de 2 segundos la pelota A está en

$$y_A^* = 30 \times 2 - 5 \times 2^2 = 40 \text{ [m]}$$

con velocidad  $v_{yA}^* = 30 - 10 \times 2 = 10$  [m/s]

En esta nueva situación consideramos  $y_A^*$  y  $v_{yA}^*$  como posición y velocidad iniciales para A. Elegimos  $t_0 = 0$  nuevamente. Ahora:

$$y_A = 40 + 10t - 1/2gt^2 \quad \text{Ec.(3)}$$

$$y_B = 0 + 30t - 1/2gt^2 \quad \text{Ec.(4)}$$

Las pelotas A y B se encuentran cuando  $y_A = y_B$

$$40 + 10t - 1/2gt^2 = 30t - 1/2gt^2$$

$$40 = 20t$$

$$t = 2 \text{ [s]}$$

a altura  $y_{\text{choque}} = 40 + 10 \times 2 - 1/2g2^2 = 40$  [m]

- (b) ¿Qué velocidad llevaba la primera pelota al momento del impacto?

**Rpta:** Desde el comienzo del movimiento de la partícula A hasta el choque han pasado 4 segundos:

$$v_{yA} = 30 - 10 \times 4 = -10 \text{ [m/s]}$$

La velocidad es vertical y dirigida hacia abajo:

$$\vec{v}_A^{\text{choque}} = -10\hat{y} \text{ [m/s]}$$

- (c) ¿Estaba subiendo o bajando la primera pelota al momento del impacto?

**Rpta:** Bajando pues:  
medskip

$$v_A^{\text{choque}} < 0$$

- (d) ¿Qué velocidad llevaba la segunda pelota al momento del impacto?

**Rpta:** Para la segunda pelota desde su lanzamiento han pasado 2 segundos. La velocidad de la segunda pelota está dada por:

$$v_{yB} = 30 - gt$$

que evaluada en  $t = 2$  [s] entrega:  $v_{yB}^* = 30 - 10 \times 2 = +10$  [m/s]

O sea la segunda pelota se mueve con velocidad:

$$v_{2B} = 10\hat{y} \text{ [m/s]}$$

vertical y hacia arriba.

- (e) ¿Alcanza la primera pelota su máxima altura antes del impacto? Si la alcanza, ¿Cuál sería esa máxima altura?

La máxima altura queda determinada exigiendo que  $v_{yA} = 0$  en la Ec.(1). Esto entrega:

$$v_{yA} = 30 - gt_{\text{max}} \text{ de donde } t_{\text{max}} = 3 \text{ [s]. Mien-}$$

tras que el choque ocurre pasados un total de 4 [s] después que A fue lanzada, de modo que **SI, alcanza la máxima altura antes del choque.**

La máxima altura que se alcanza es (a partir de Ec.(1)):

$$y_A^{\text{max}} = 0 + 30 \times 3 - 1/2 \times 10 \times 3^2 = 45 \text{ [m]}$$

P2 Un objeto se mueve a lo largo del eje X con componente de velocidad  $v_x(t) = 3t^2 + 2t + 1$

- (a) Determine la aceleración

$$dv_x = d(3t^2 + 2t + 1)$$

$$dv_x = d(3t^2) + d(2t) + d(1)$$

$$dv_x = 3 d(t^2) + 2 d(t) + 0$$

$$dv_x = 3 \times 2t, dt + 2 dt$$

$$dv_x = \underbrace{(6t + 2)}_{a_x} dt$$

$$a_x(t) = 6t + 2$$

- (b) Se sabe que en el instante  $t = 1$  [s] (← **OJO**) la posición del objeto es  $x = 4$  [m]. Determine  $x(t)$ .

Usamos  $dx = v_x dt$  y antidiferenciamos:

$$dx = \underbrace{(3t^2 + 2t + 1)}_{v_x} dt$$

$$dx = \underbrace{3t^2}_{d(t^3)} dt + \underbrace{2t}_{d(t^2)} dt + \underbrace{1}_{d(t)} dt$$

$$dx = d(t^3) + d(t^2) + d(t)$$

de donde:

$$x = t^3 + t^2 + t + \text{Cte}$$

Usamos ahora que para  $t = 1$  se debe tener  $x = 4$ .

$$\text{O sea: } 4 = 1^3 + 1^2 + 1 + \text{Cte}$$

de donde sigue que Cte = 1. Finalmente

$$x = t^3 + t^2 + t + 1$$

- (c) ¿En que instante de tiempo la velocidad toma valor  $v_x = 11/3$  [m/s]?

$$v_x(t) = 3t^2 + 2t + 1 = 11/3$$

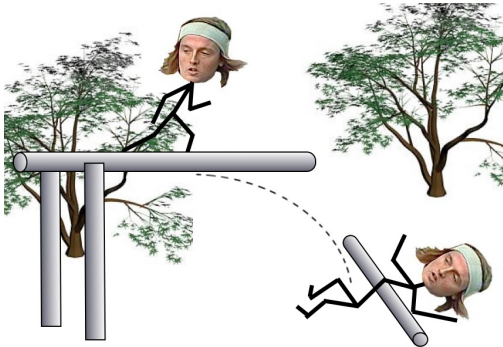
$$3t^2 + 2t - 8/3 = 0$$

$$t = \frac{-2 \pm \sqrt{4 + 4 \times 8/3}}{2 \times 3} = \frac{-2 \pm 4}{6}$$

Nos quedamos con la solución positiva

$$t = 2/6 = 1/3 = 0.66 \text{ [s]}$$

P3 Como todo buen estudiante de física usted debe saber que en una de las últimas competencias de Mundos Opuestos el concursante “Chispa” en un esfuerzo por alcanzar a Sebastián Roca en una prueba por equipos sufre una inesperada y dolorosa caída lesionándose dos vértebras.



Considere que antes de caer Chispa se movía con una velocidad paralela a la barra cuyo módulo era de  $3$  [m/s] y que la altura a la que está la barra del suelo es de  $1.5$  [m].

- a) Encuentre las 3 ecuaciones del movimiento de Chispa durante su caída:

**Rpta:**  $\vec{a} = -g\hat{y}$   
 $\vec{v} = v_0\hat{x} - gt\hat{y}$   
 $\vec{r} = v_0t\hat{x} + (h - \frac{1}{2}gt^2)\hat{y}$  equivalentemente:  
 $a_x = 0; a_y = -g$   
 $v_x = v_0; v_y = -gt$   
 $x = v_0t; y = h - gt^2/2$   
 con  $h = 1.5$  [m],  $v_0 = 3$  [m/s],  $g = 9.8$  [m/s<sup>2</sup>].

- b) ¿Con qué rapidez impacta Chispa el suelo?

**Rpta:** Impacta en el suelo cuando  $y = 0$ . Luego  $y = h - gt^2/2$  entrega:

$$t = \sqrt{2h/g} = \sqrt{2 \times 1.5/9.8} = 0.553 \text{ [s]}$$

En ese instante  $v_x = 3$  [m/s] y  $v_y = -gt = -9.8 \times 0.553 = -5.42$  [m/s] de modo que la rapidez resulta

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{3^2 + (-5.42)^2} = 6.20 \text{ [m/s]}$$

- e) ¿Cuánta distancia horizontal recorre Chispa en su caída?

**Rpta:** En ese tiempo recorre una distancia horizontal

$$x = v_0t = 3 \times 0.553 = 1.66 \text{ [m]}$$

- d) Dibuje claramente un vector posición en un instante cualquiera del “vuelo” de Chispa además dibuje la velocidad y aceleración en ese instante.

**R:**

- e)  $0.1$  [s] después de despegar los pies de la barra ¿qué dirección tiene la velocidad de Chispa? ¿Y la aceleración?

**Rpta:** Al cabo de  $0.1$  [s] la velocidad vale  $\vec{v} = 3 - 9.8 \times 0.1\hat{y} = 3\hat{x} - 0.98\hat{y}$  [m/s]  
 La dirección de la velocidad es:  $\theta = \arctan(v_y/v_x) = \arctan(-0.98/3) = \arctan(-0.327) = 272^\circ$ .  
 La aceleración es SIEMPRE dirigida contra la vertical  $-\hat{y}$ .

- f) Como sabemos Chispa ha bajado  $15$  [kg] de masa durante el Reality. ¿En qué variarían los resultados de los apartados c) y d) si Chispa no hubiese perdido esa masa? Explique.

**Rpta:** Si alcanza la misma rapidez horizontal  $v_0 = 3$  [m/s] el movimiento de caída no cambia pues TODOS los objetos caen con la misma aceleración  $-g\hat{y}$  no importando que masa tengan. Por supuesto al perder masa Chispa, es posible que la rapidez horizontal que alcance pudiera variar y ser diferente de  $3$  [m/s], pero nada más se puede decir de su velocidad inicial.