FÍSICA MECÁNICA

Dino E. Risso
Carlos K. Ríos
Departamento de Física

UNIVERSIDAD DEL BÍO-BÍO

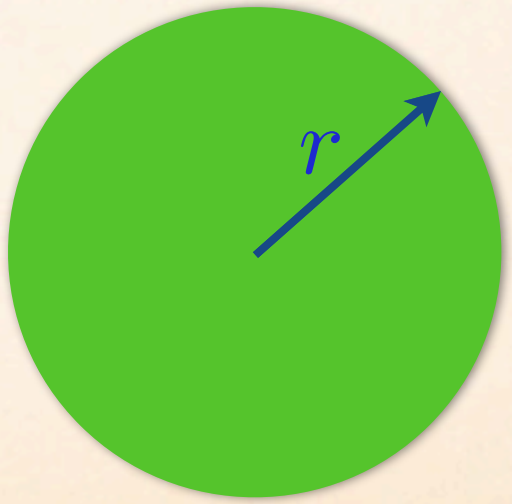
FUNCIONES

- Se dice que una cantidad es **función** de otra si el valor de la primera depende exclusivamente del valor de la segunda.

Ej:

El área de un círculo es función de su radio *r*:

$$A = \pi r^2$$



De esta manera el área $\boldsymbol{A}$ es llamada variable dependiente y el radio $\boldsymbol{r}$ es la variable independiente.

$$A = A(r)$$

Variable dependiente

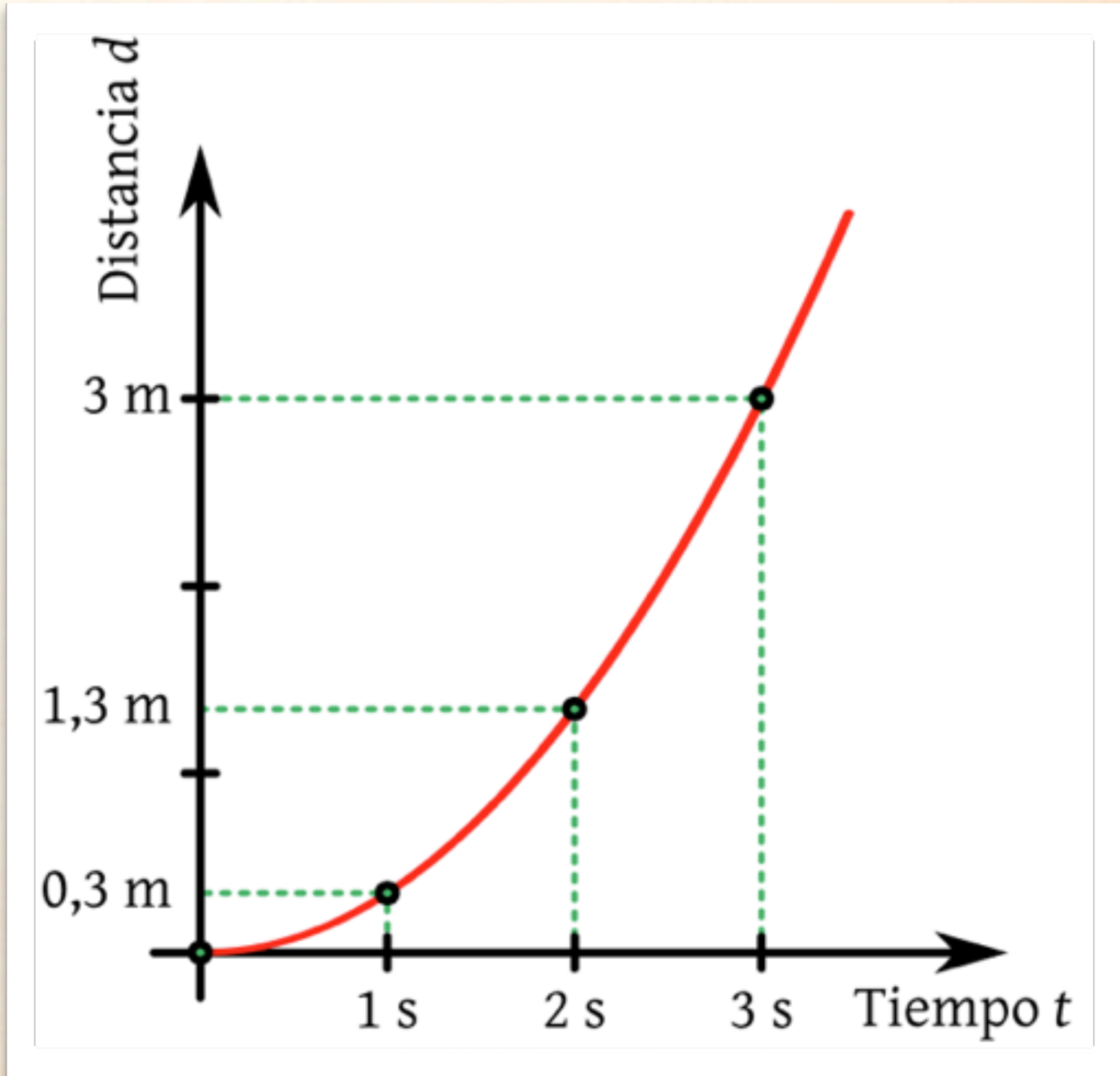
Variable independiente

Ej 2: Relación entre la posición y el tiempo en el movimiento de un cuerpo.

Un móvil que se desplaza con una aceleración de 0,66 m/s^2 recorre una distancia *d* que está en función del tiempo transcurrido *t*.

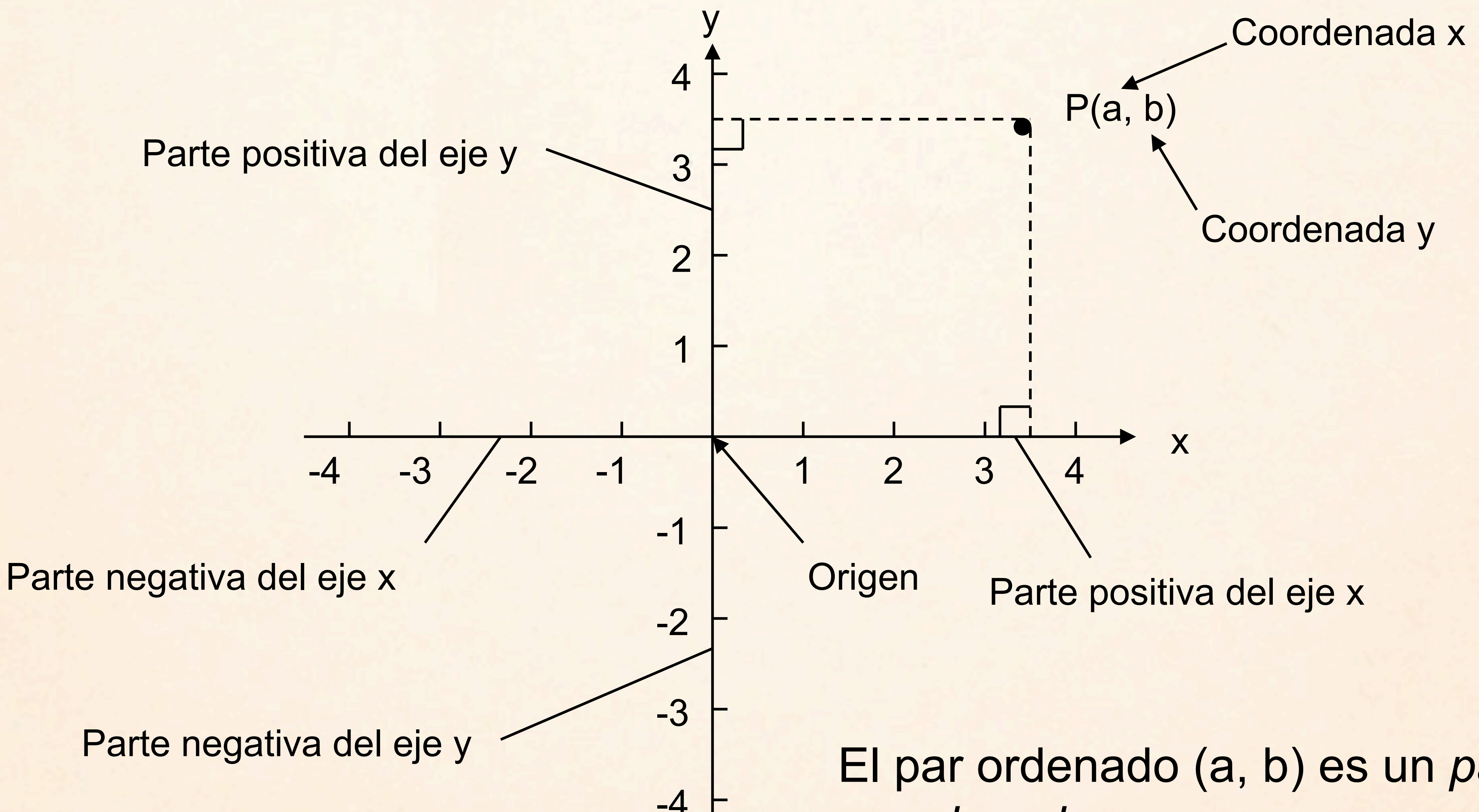
Los valores de las variables pueden recogerse en una tabla, anotando la distancia recorrida *d* en un cierto instante *t*, para varios momentos distinos:

Tiempo *t* (s)	Distancia *d* (m)
0,0	0,0
0,5	0,1
1,0	0,3
1,5	0,7
2,0	1,3
2,5	2,0



Coordenadas

Las posiciones de todos los puntos del plano pueden medirse con respecto a dos rectas reales perpendiculares del plano que se intersecan en el punto 0.



El par ordenado (a, b) es un *par coordenado*.

Incrementos

Cuando un objeto se mueve de un punto a otro del plano, los cambios netos en sus coordenadas se llaman *incrementos*.

Los incrementos se denotan mediante la letra griega Δ (delta)

Para dos $P(x_1, y_1)$ y $Q(x_2, y_2)$

Los incrementos se calcula por:

$$\Delta x = x_2 - x_1$$

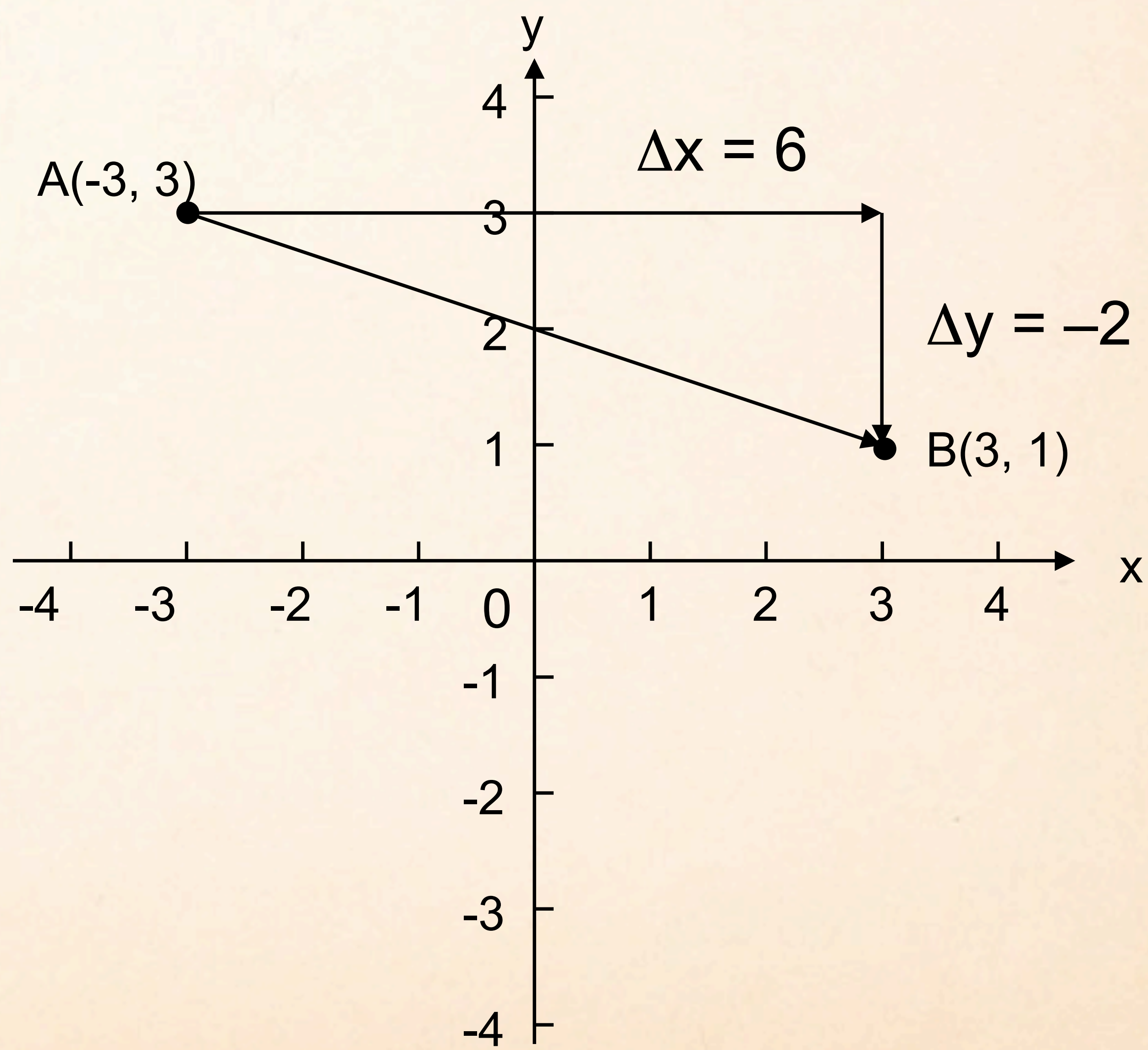
$$\Delta y = y_2 - y_1$$

Ejemplo:

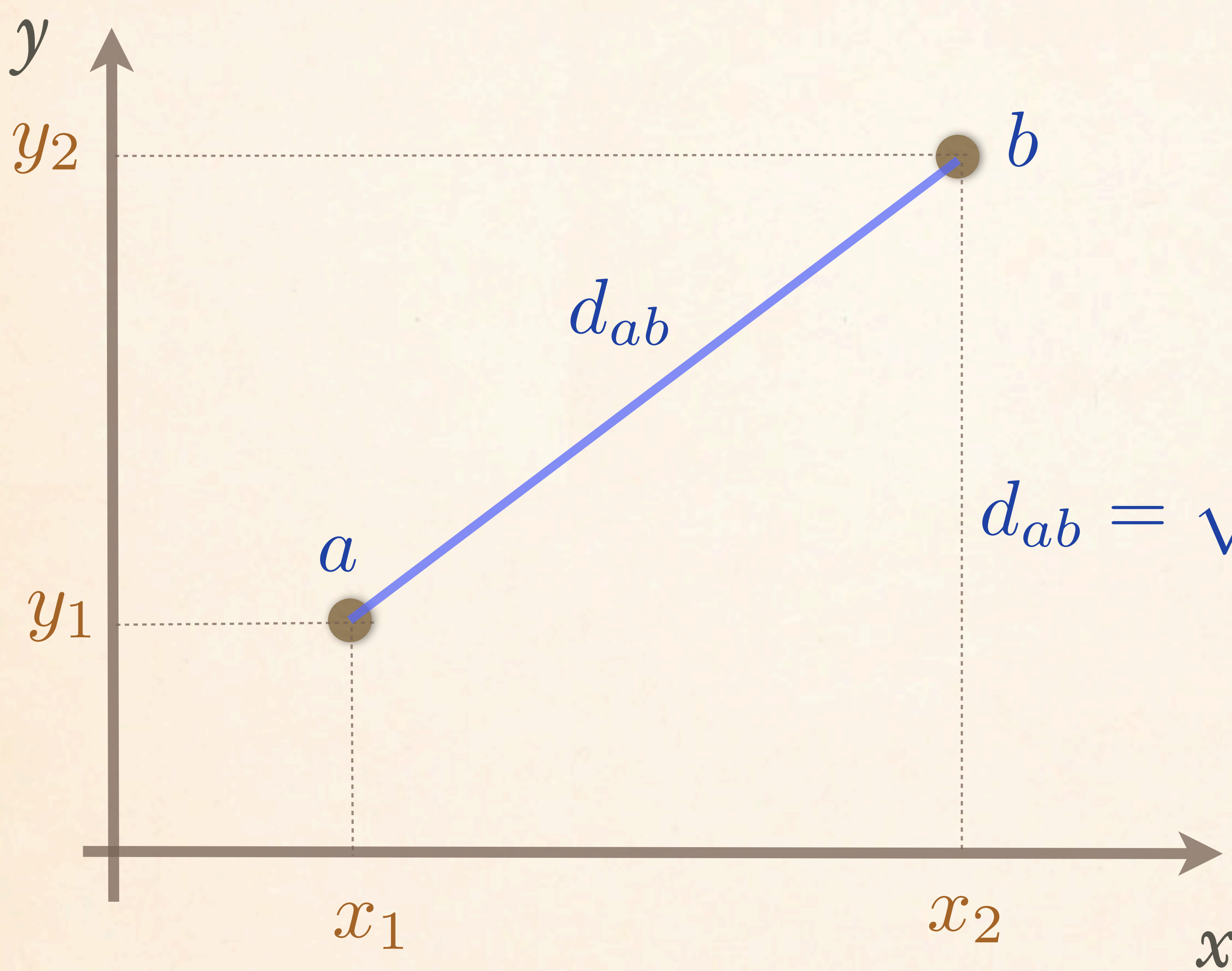
Al ir de A a B los incrementos son:

$$\Delta x = 3 - (-3) = 6$$

$$\Delta y = 1 - 3 = -2$$



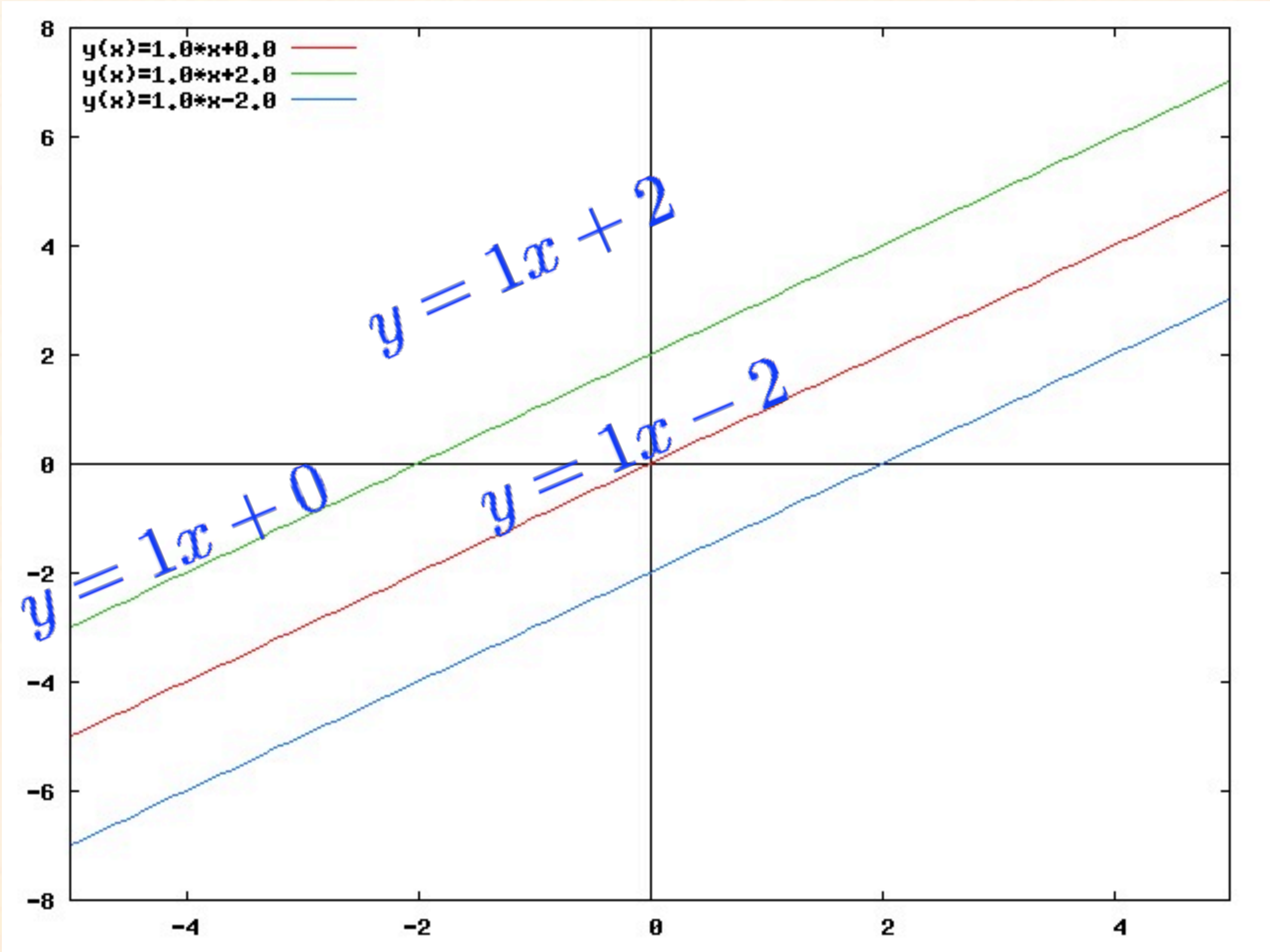
Distancia entre dos puntos



$$d_{ab} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

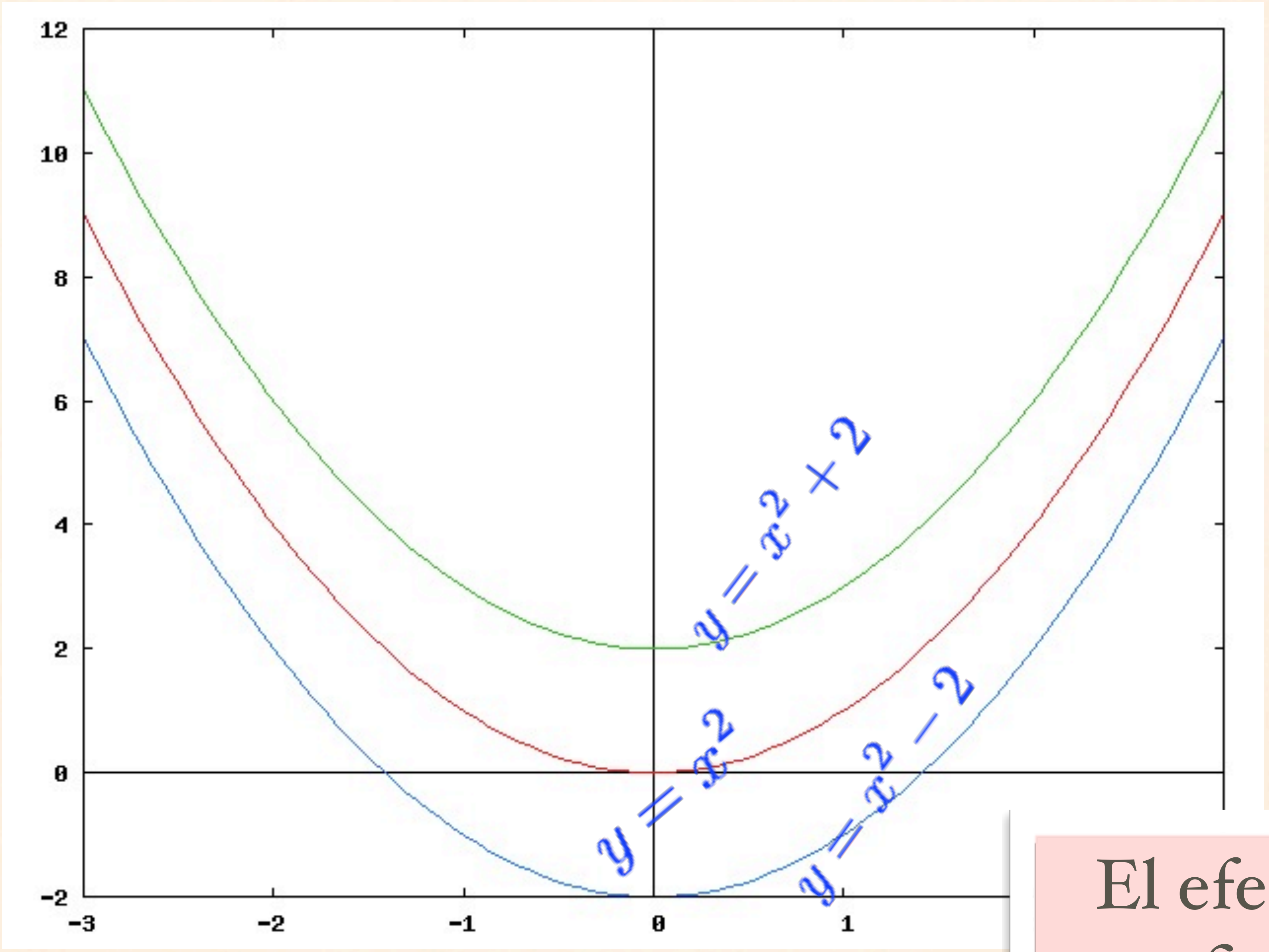
Algunas funciones famosas

La ecuación de la recta: $y = mx + n$



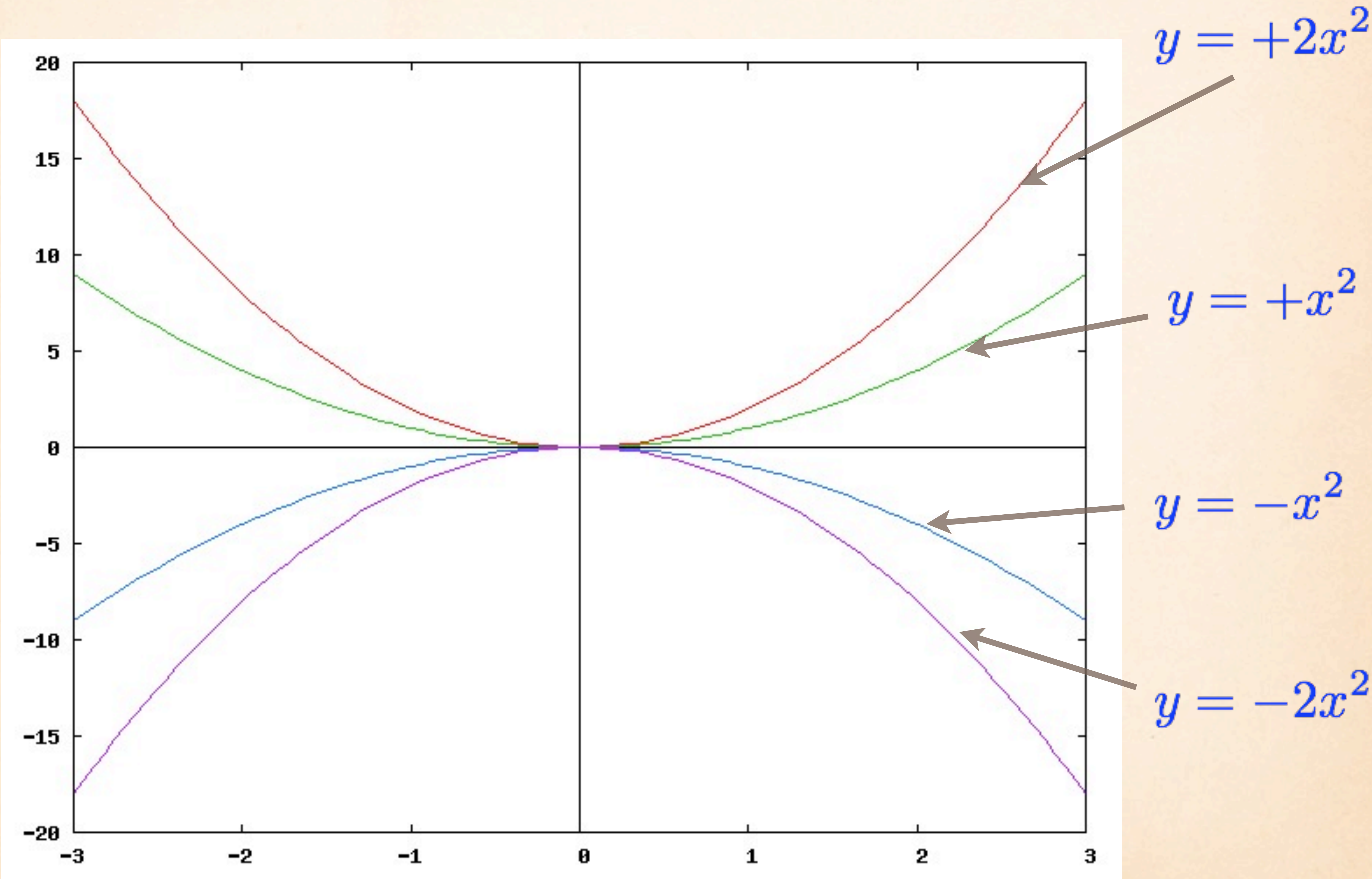
La ecuación de la parábola:

$$y = ax^2 + bx + c$$



El efecto del coeficiente c

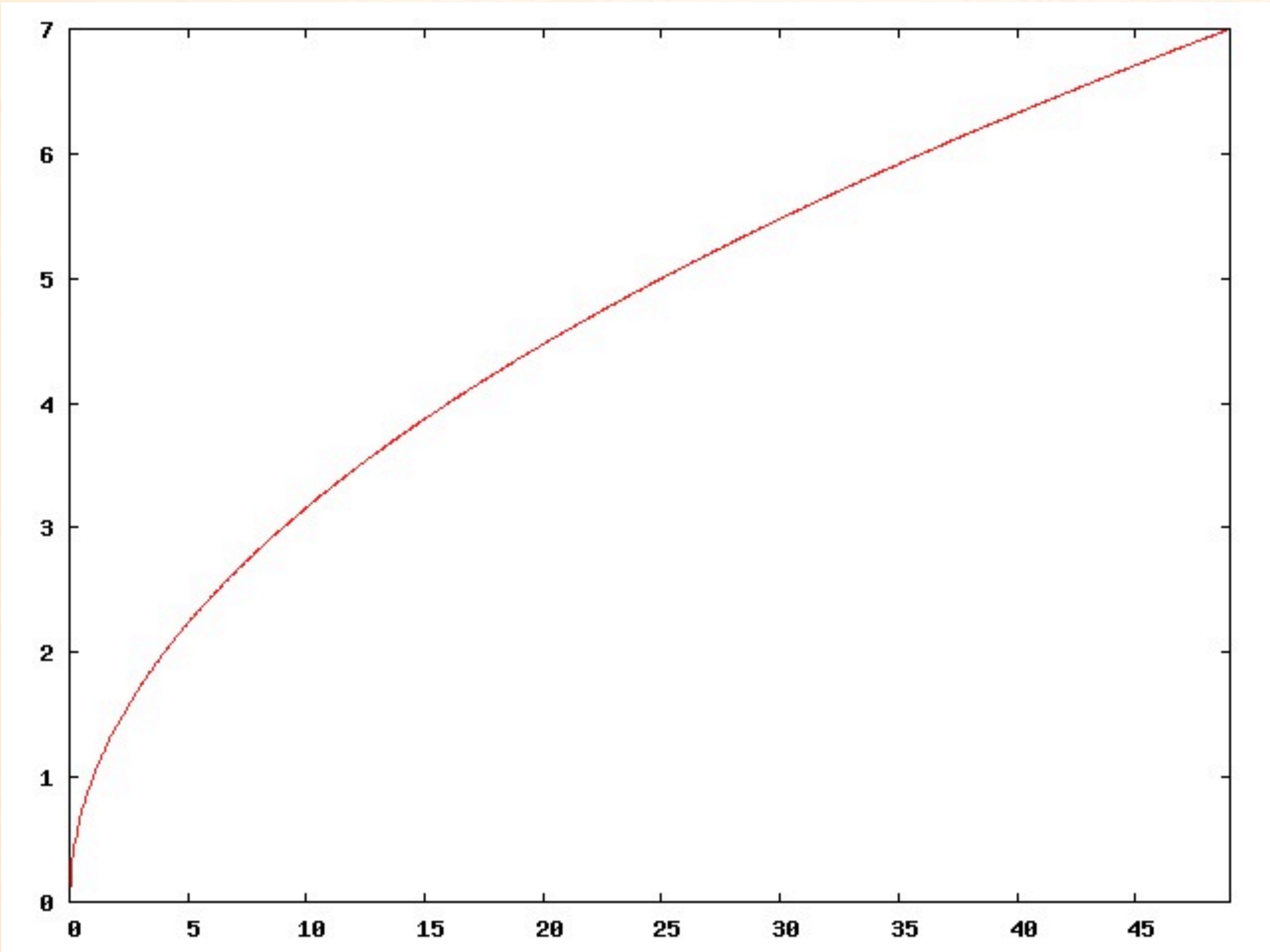
Parabola: como influye el coeficiente a



La función raiz: $y = \sqrt{x}$

Se define como encontrar el número y tal que y^2 resulta x

$$y = \sqrt{x} \quad \text{si y solo si} \quad y^2 = x$$

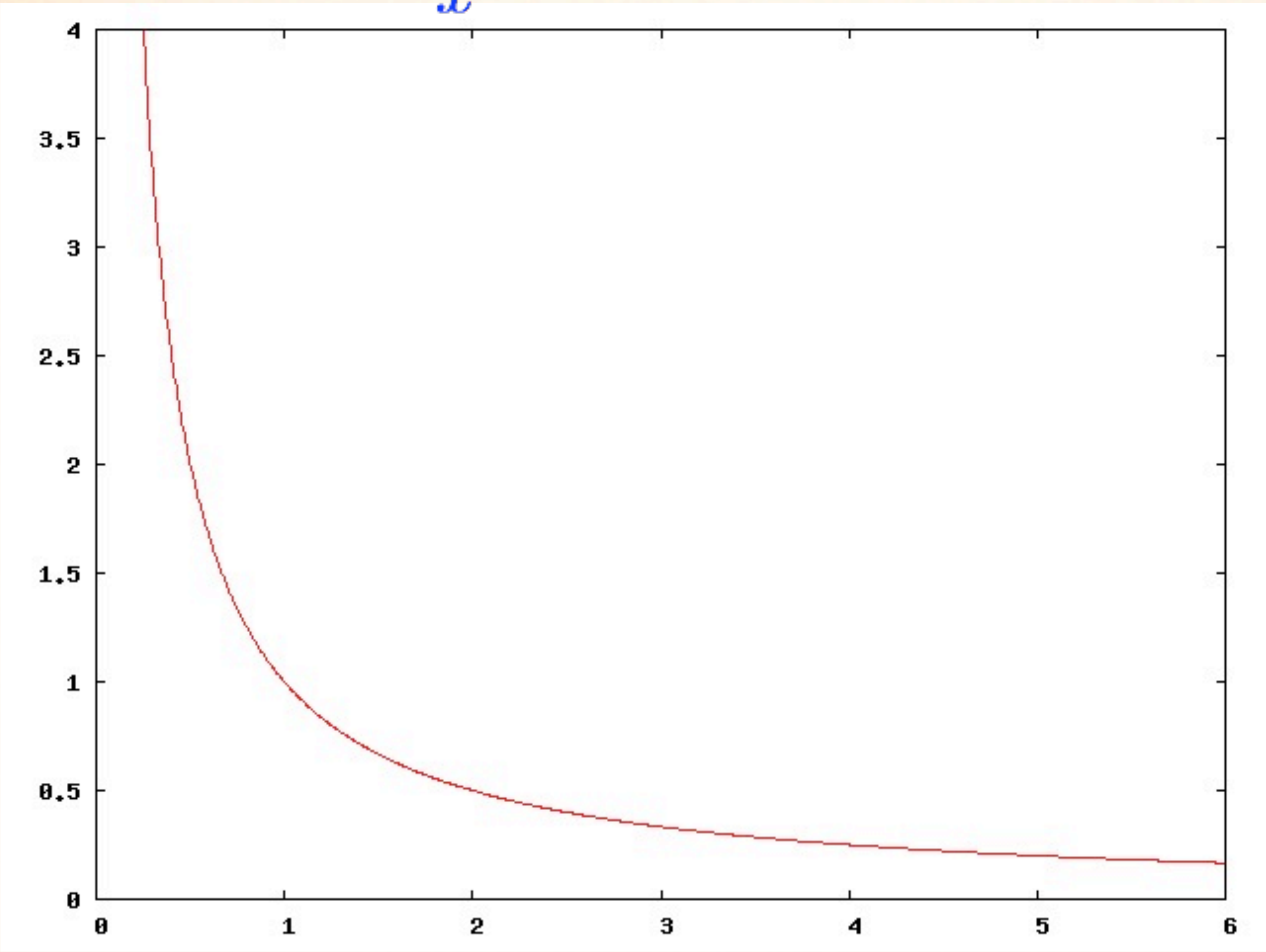


x	$\sqrt{x}$
0	0
1	1
4	2
9	3
16	4
25	5
36	6

La función inverso: $y = \frac{1}{x}$

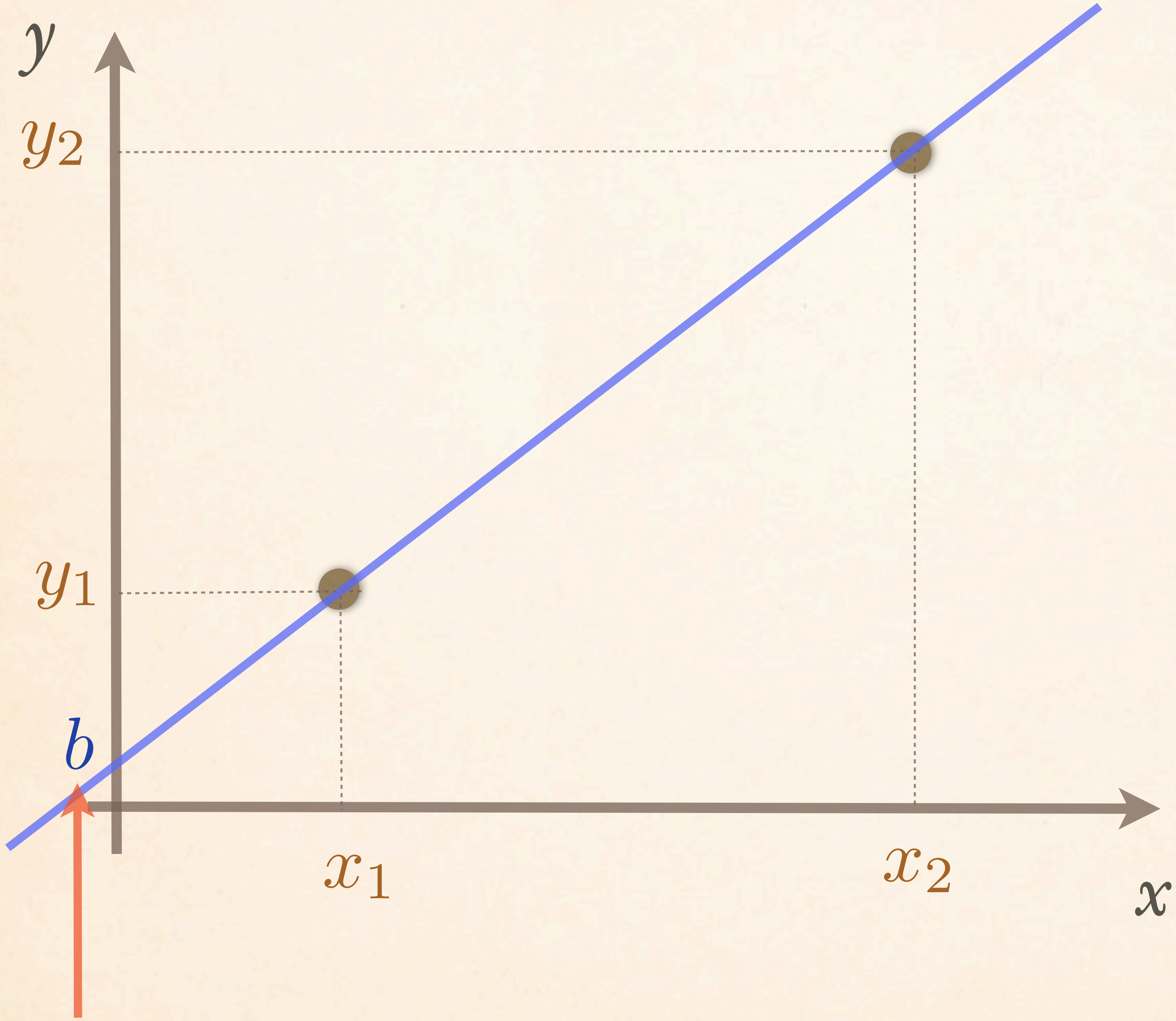
Se define como encontrar el número *y* tal que *yx* resulta *1*

$$y = \frac{1}{x} \quad \text{si y solo si} \quad yx = 1$$



x	$y = \frac{1}{x}$
0	indefinido
1	1
2	0,5
3	0.333...
4	0,25
5	0,2
6	0.1666...

La ecuación de la recta



Coeficiente de posición

Pendiente:

$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x}$$

Ecuación de la recta:

$$\boxed{y = mx + b}$$

¿Cuáles son los posibles signos de las pendientes?

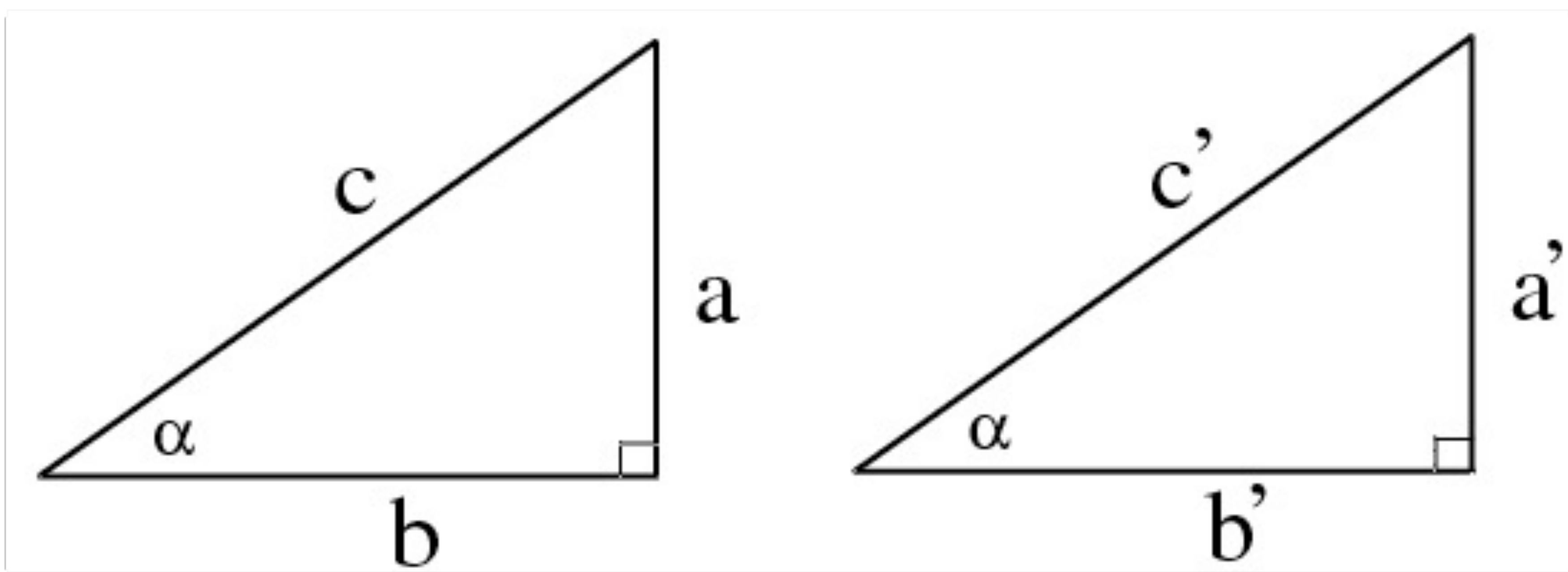
Ej:

Encontrar la ecuación de la recta que pasa por los puntos:

$$p_1 = (2, 3) \qquad\qquad p_2 = (-1, 0)$$

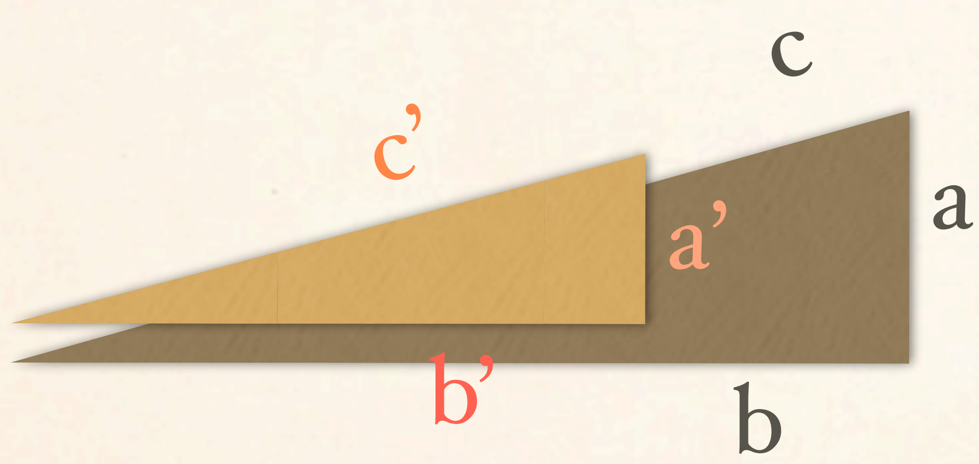
FUNCIONES TRIGONOMÉTRICAS

Un conjunto de funciones importantes y muy usadas en física, son las llamadas *funciones trigonimétricas*. Estas se apoyan en las *leyes de semejanza de los triángulos que tienen sus ángulos iguales*



$$\frac{a}{b} = \frac{a'}{b'} \qquad \frac{a}{c} = \frac{a'}{c'} \qquad \frac{b}{c} = \frac{b'}{c'}$$

En el caso de que uno de los ángulos es recto el cuociente de cada una de estas proporciones es un valor que sólo depende de si el ángulo α es más abierto o más cerrado



$$\frac{b}{c} = \frac{b'}{c'} = g(\alpha)$$

$$\frac{a}{b} = \frac{a'}{b'} = f(\alpha)$$

$$\frac{a}{c} = \frac{a'}{c'} = h(\alpha)$$

dichos cuocientes son funciones del valor del angulo α.

$$\frac{a}{b} = \frac{a'}{b'} = f(\alpha)$$

$$\frac{a}{c} = \frac{a'}{c'} = g(\alpha)$$

$$\frac{b}{c} = \frac{b'}{c'} = h(\alpha)$$

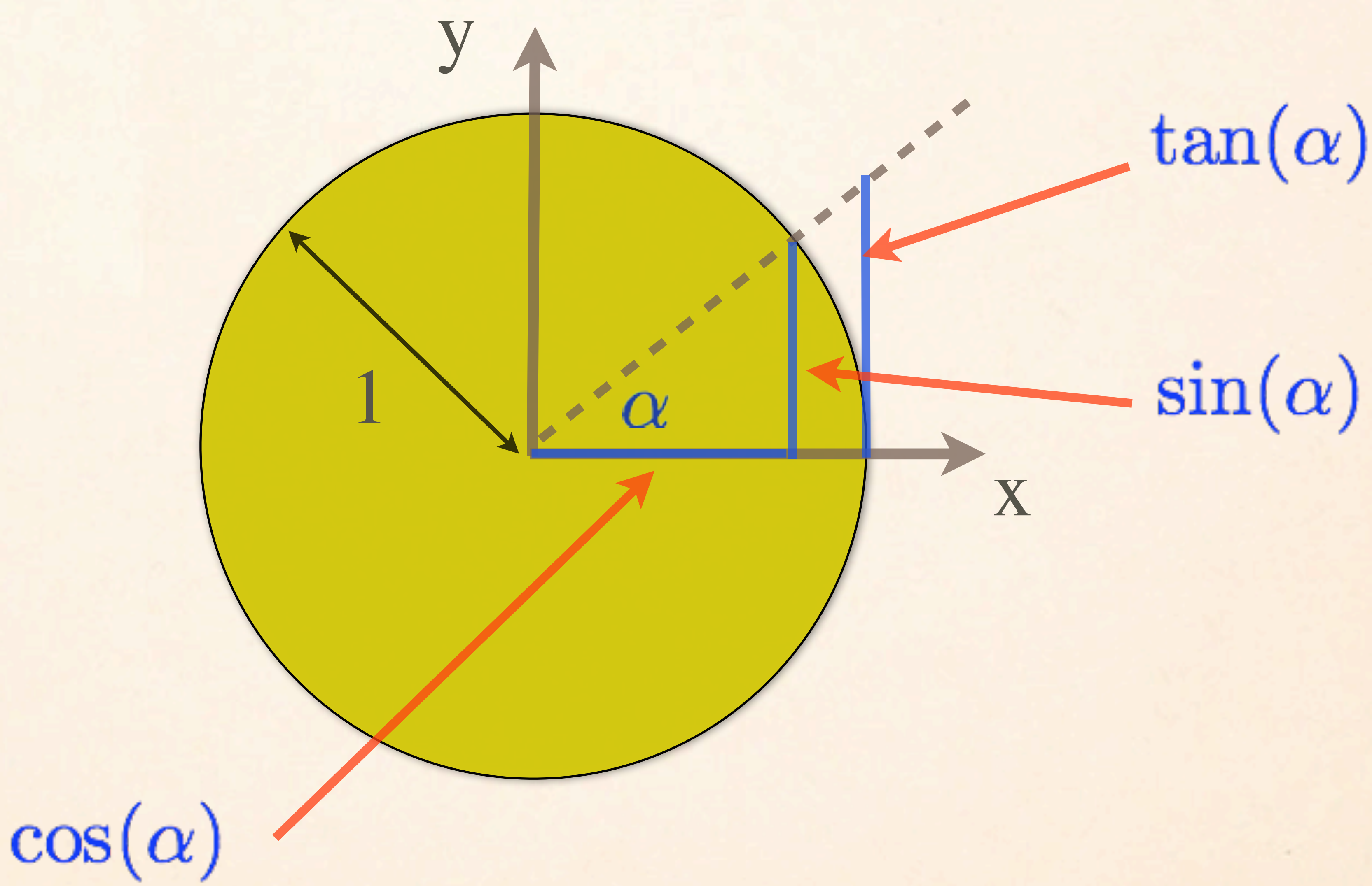
Las funciones *f* , *g*, *h* se acostumbran denominar *tangente*, *seno* y *coseno* correspondientemente

$$\tan(\alpha) = \frac{a}{b} = \frac{\text{cateto opuesto al angulo}\,\alpha}{\text{cateto adyacente al angulo}\,\alpha}$$

$$\sin(\alpha) = \frac{a}{c} = \frac{\text{cateto opuesto al angulo}\,\alpha}{\text{hipotenusa}}$$

$$\cos(\alpha) = \frac{b}{c} = \frac{\text{cateto adyacente al angulo}\,\alpha}{\text{hipotenusa}}$$

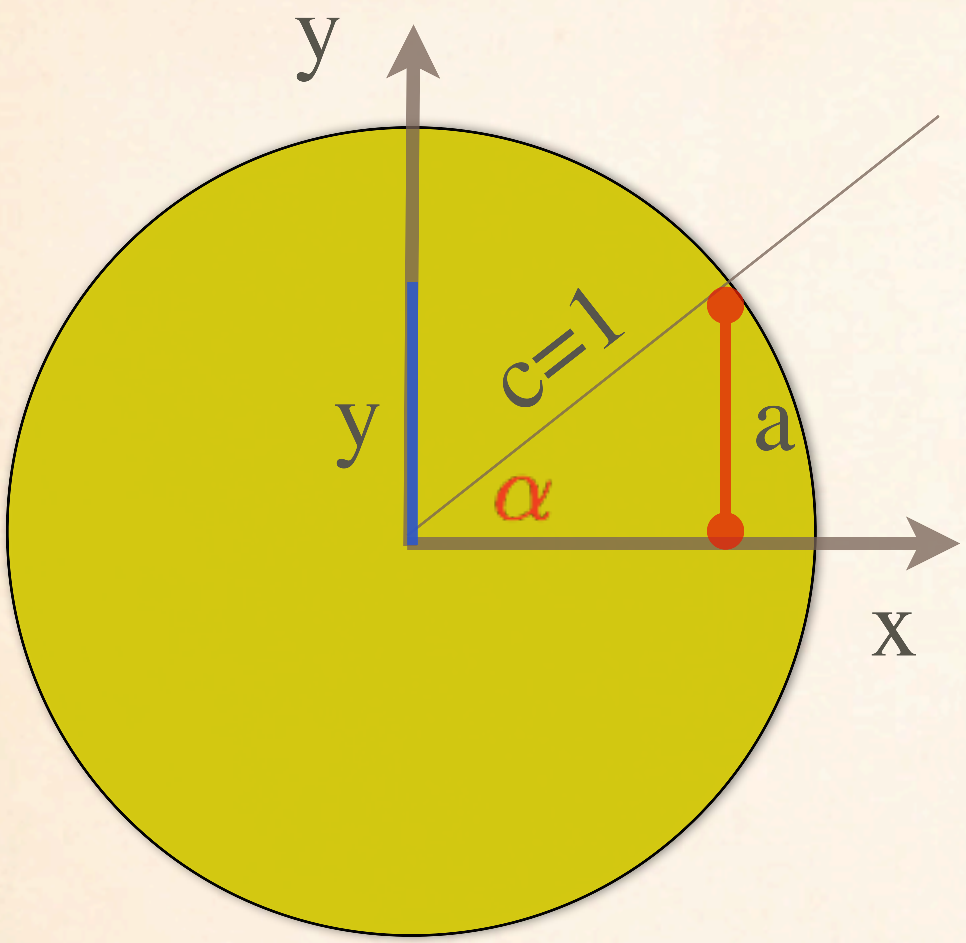
La definición más general de las funciones trigonométricas hace uso de las nociones geométricas previas y del círculo unitario.

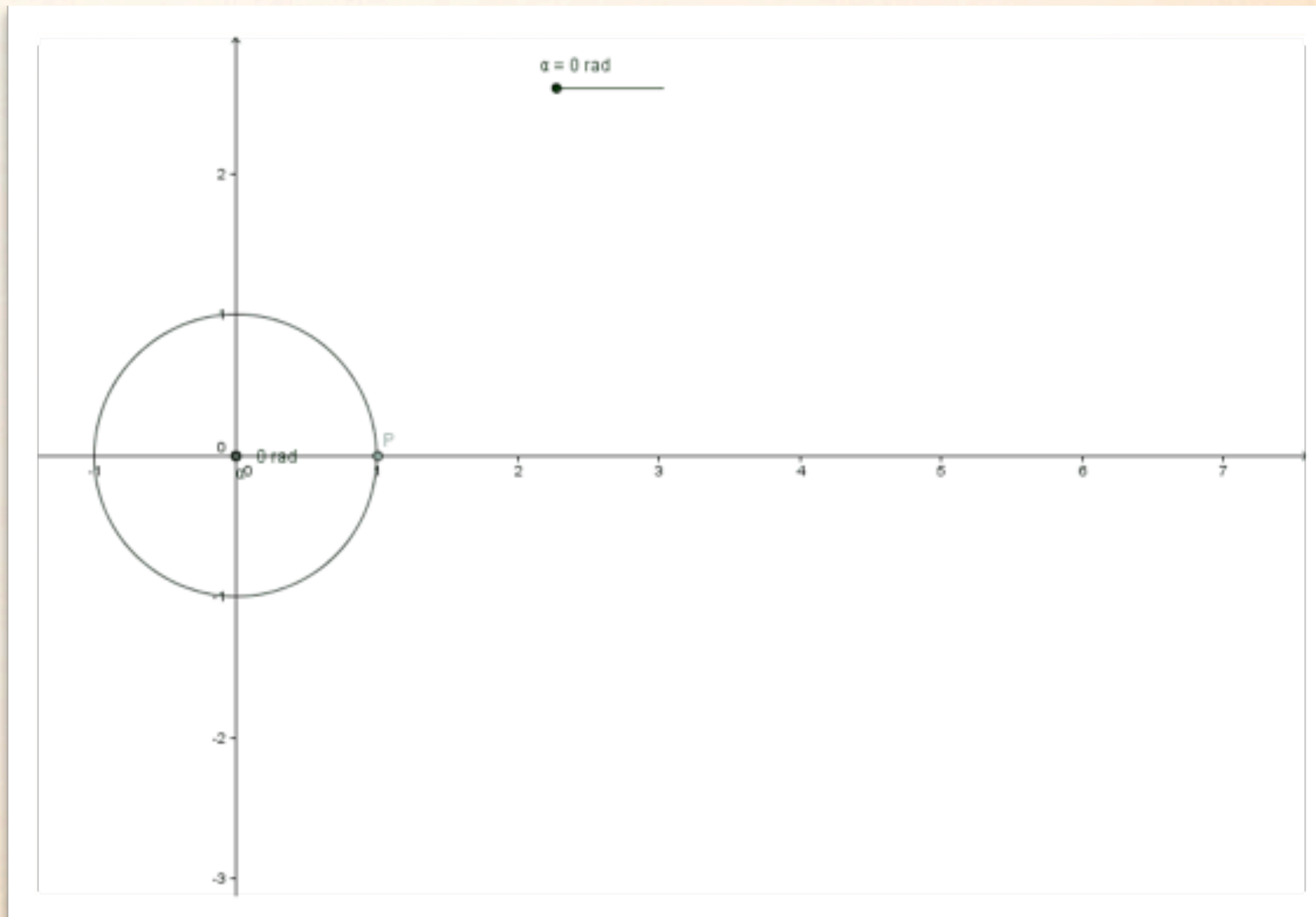


La función seno

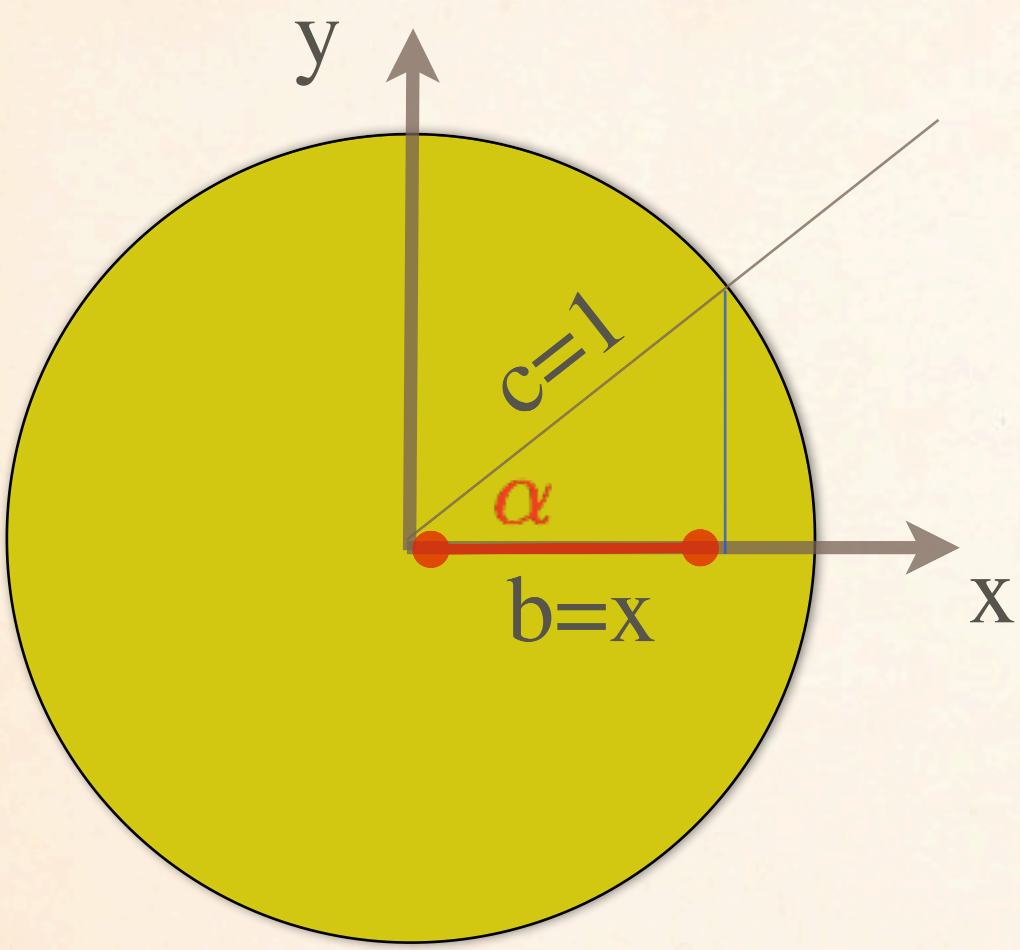
$$\sin(\alpha) = \frac{a}{c} = \frac{y}{1} = y$$

$$\boxed{y = \sin(\alpha)}$$



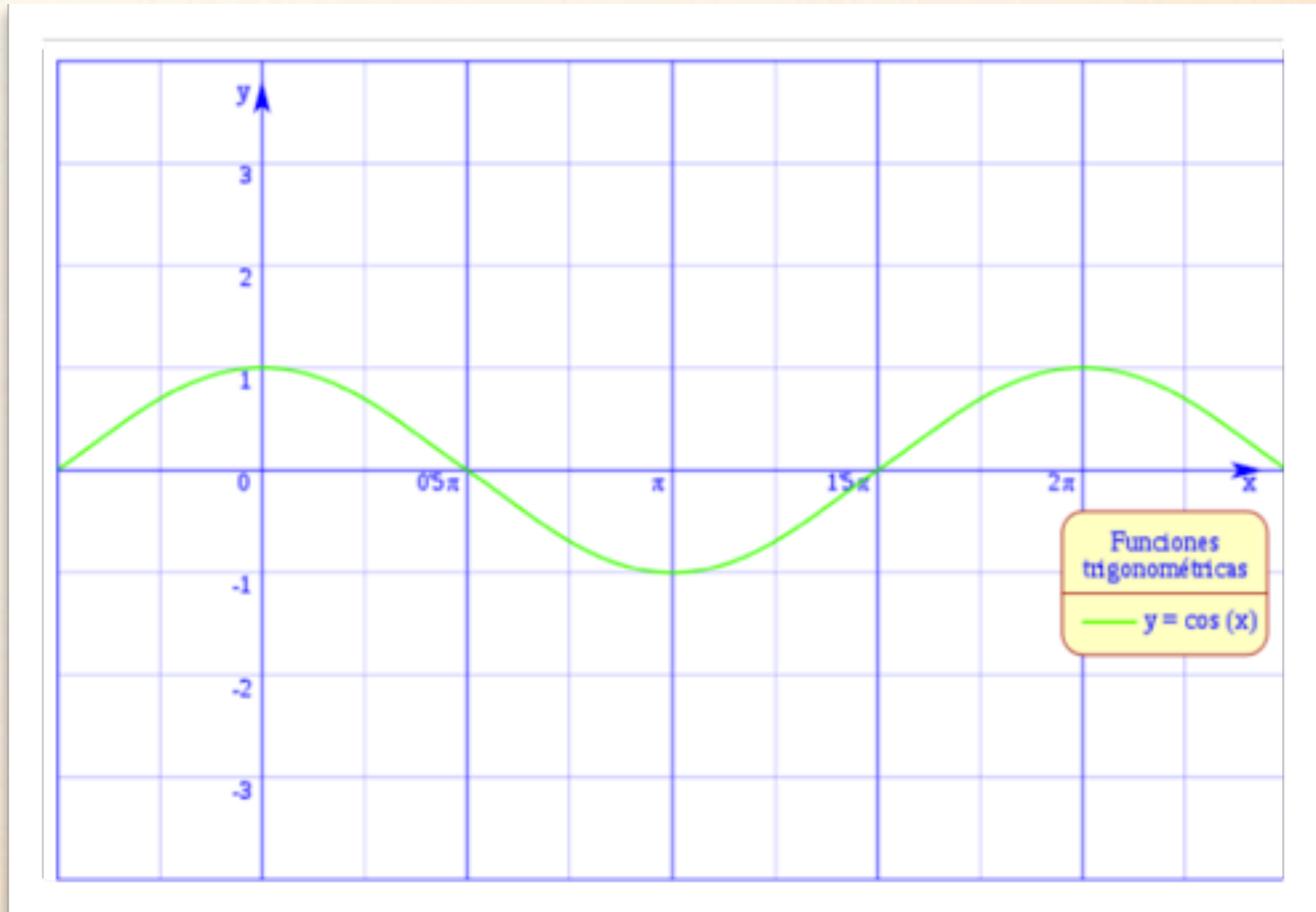


La función coseno



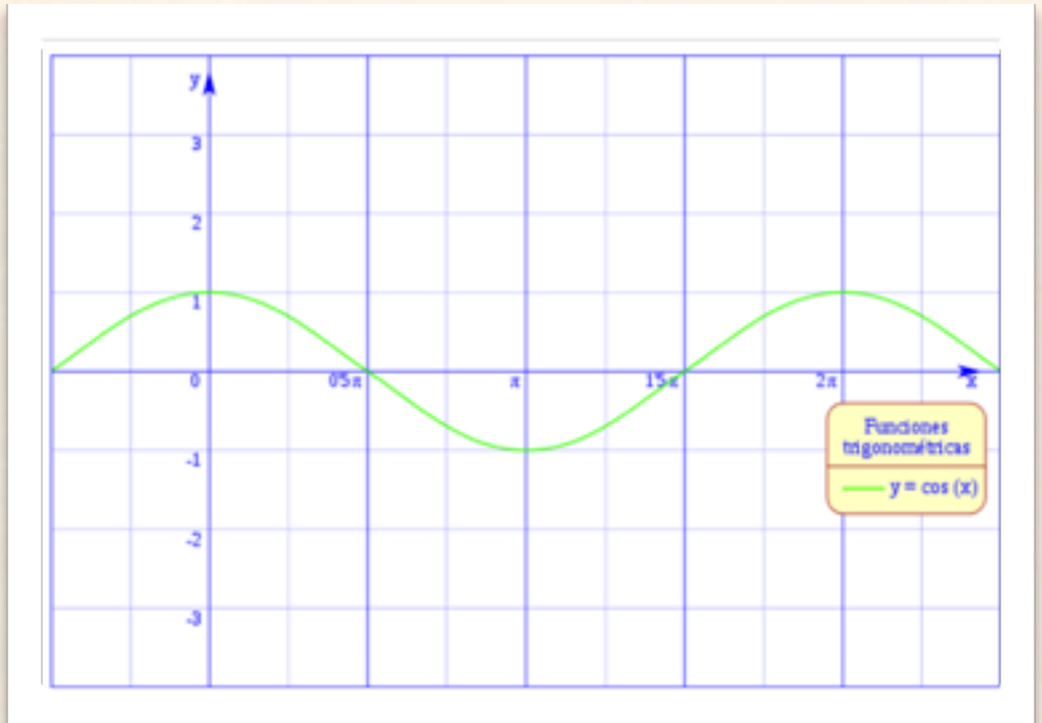
$$\cos(\alpha) = \frac{b}{c} = \frac{x}{1} = x$$

$$\boxed{x = \cos(\alpha)}$$

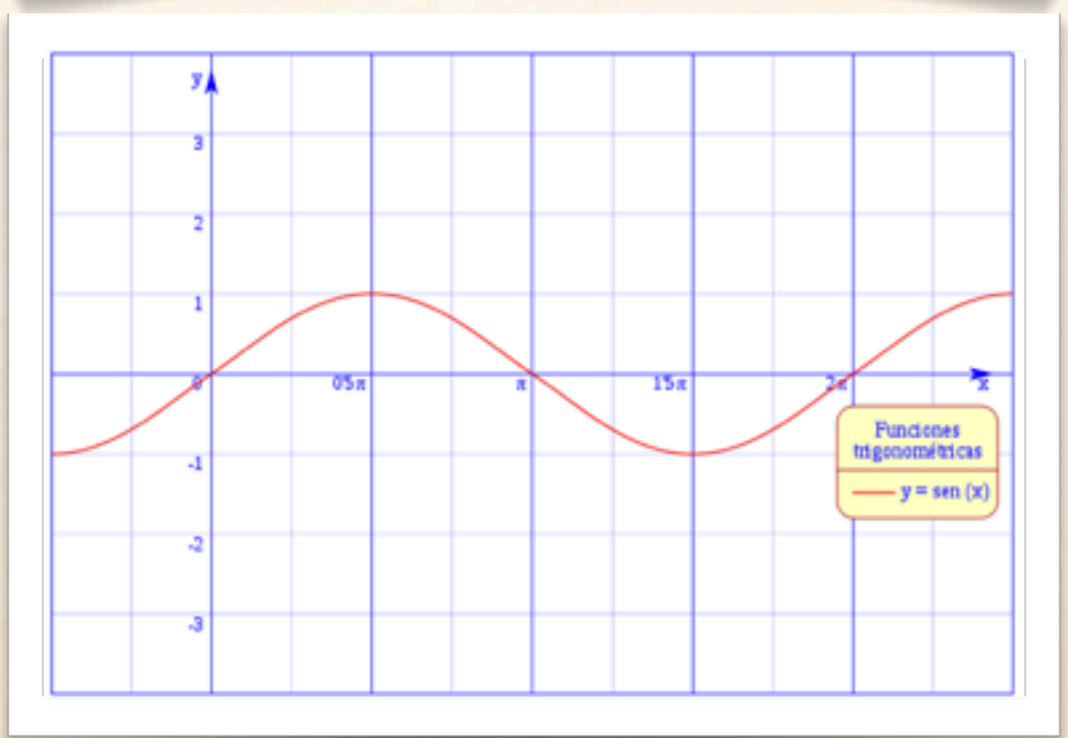


Diferencia entre función seno y coseno

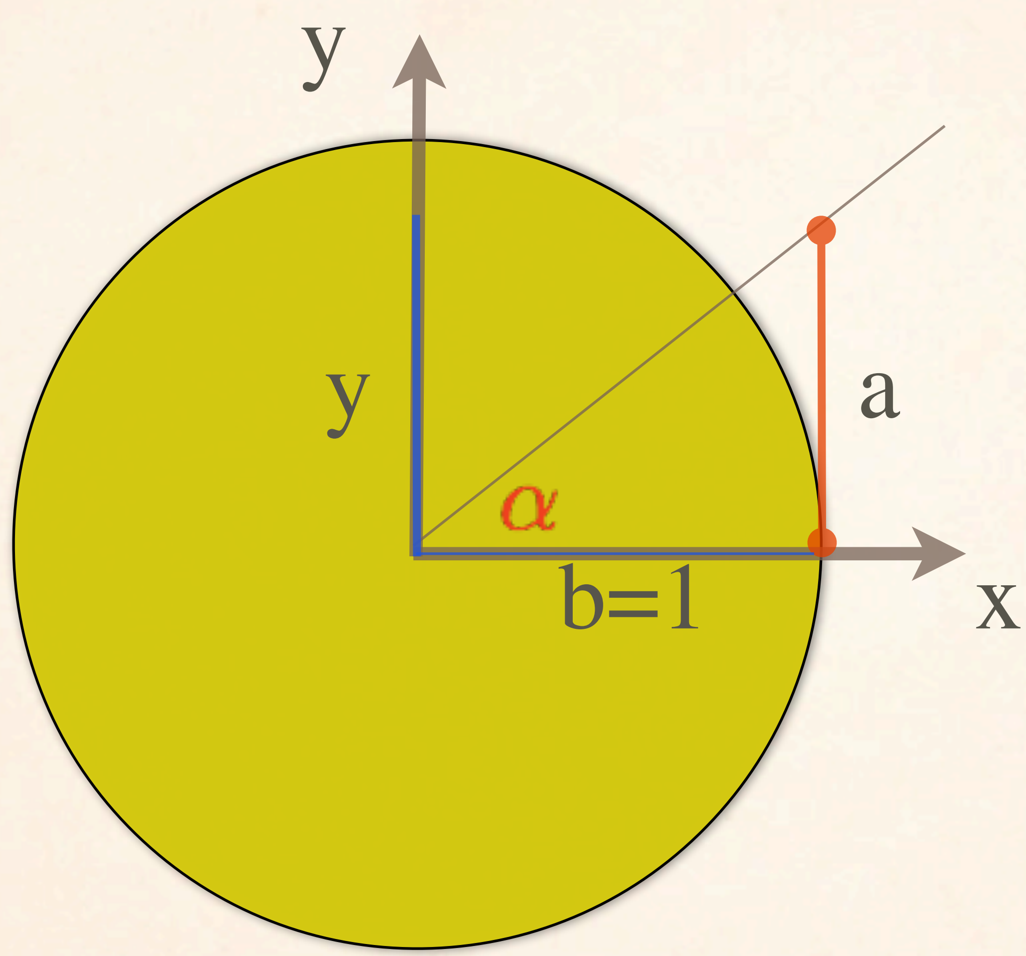
coseno



seno



La función tangente

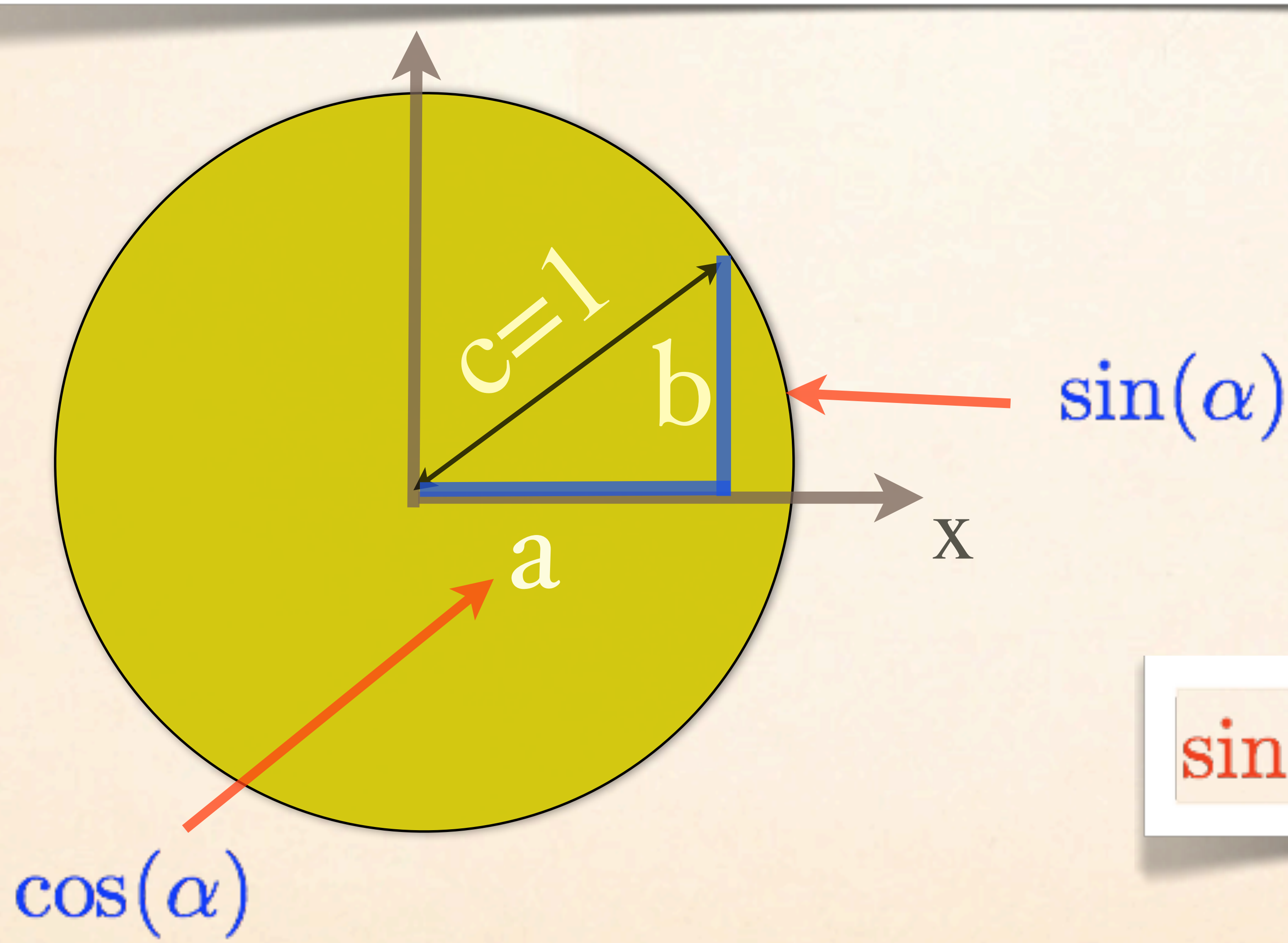


$$\tan(\alpha) = \frac{a}{b} = \frac{y}{1} = y$$

$$\boxed{y = \tan(\alpha)}$$

IDENTIDADES TRIGONIMETRICAS

Existen una serie de relaciones entre las funciones trigonimétricas. La mayor parte de ellas se pueden deducir de aplicar (astútamente) el teorema de Pitágoras al circulo trigonimétrico



$$a^2 + b^2 = 1$$

$$\sin^2(\alpha) + \cos^2(\alpha) = 1$$

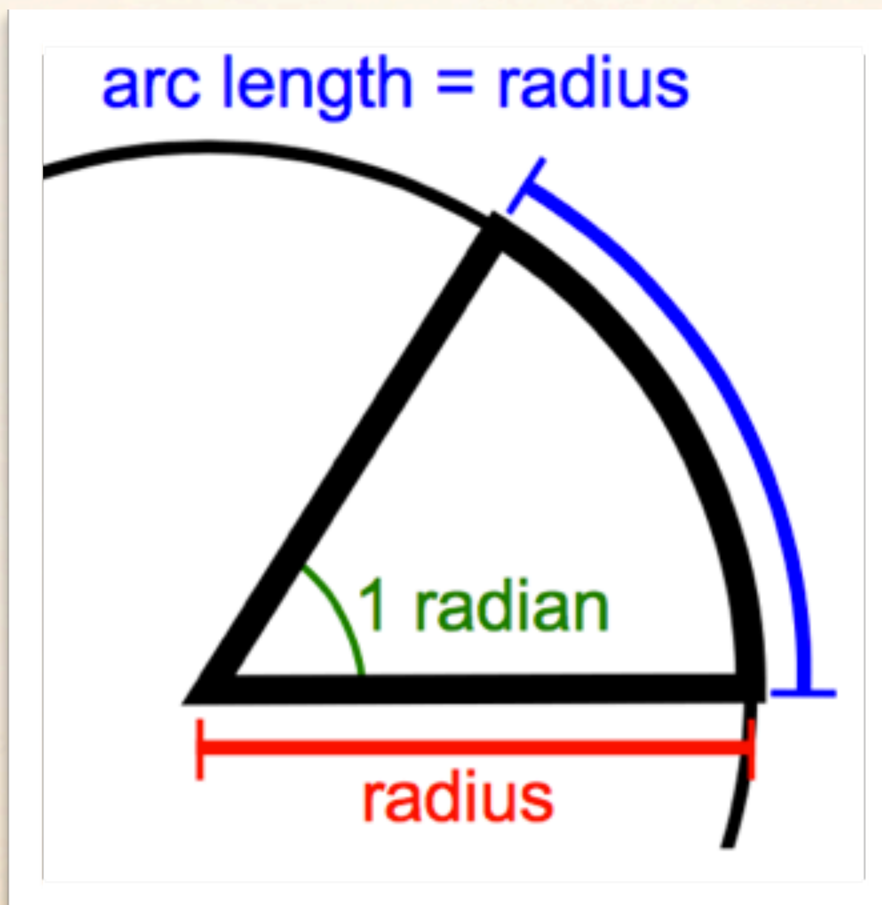
Sigue de lo anterior las identidades

$$\sin(\alpha) = \sqrt{1 - \cos^2(\alpha)}$$

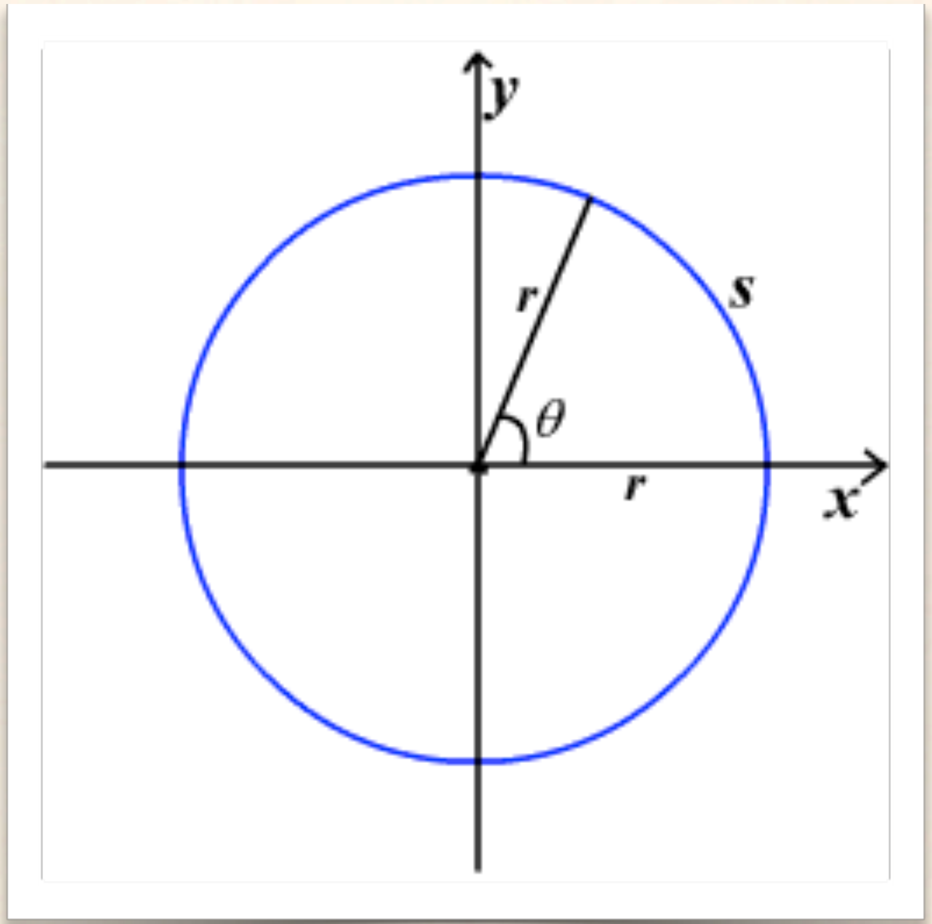
$$\cos(\alpha) = \sqrt{1 - \sin^2(\alpha)}$$

El Radián

El **radián** es la unidad de ángulo plano en el Sistema Internacional de Unidades. Representa el ángulo central en una circunferencia y abarca un arco cuya longitud es igual a la del radio. Su símbolo es **rad**.



Para un arco S cualquiera se tiene que: $S = r\theta$



A partir de la definición anterior demuestre que la longitud de circunferencia está dada por:

$$L = 2\pi r$$

Equivalencias:

Grados	0°	30°	45°	60°	90°	120°	135°	150°	180°	210°	225°	240°	270°	300°	315°	330°	360°
Radianes	0	π/6	π/4	π/3	π/2	2π/3	3π/4	5π/6	π	7π/6	5π/4	4π/3	3π/2	5π/3	7π/4	11π/6	2π

Proceden de que:

$$2\pi \rightarrow 360^o$$