Pauta Tarea 6. Física II

11/05/2011

Problema 1: $s(t,x) = 2[\mu m] \cos(15.7[rad/m]x - 8.58[rad/s]t)$

Encuentre amplitud, long. onda y rapidez

$s_0 = 2[\mu m]$ corresponde a la amplitud.

$k = 15.7\left[\frac{rad}{m}\right]$: número de onda, $\lambda = \frac{2\pi}{k} = 4.00\times10^{-1}m.$

$\omega = 8.58\left[\frac{rad}{s}\right]$: frecuencia angular, $\omega = \frac{2\pi}{T}$ ← período.

$v = \frac{\lambda}{T} = \frac{2\pi}{k}\frac{\omega}{2\pi} = \frac{\omega}{k}$: rapidez de la onda.

$$v = \frac{8.58}{15.7} = 5.46\times10^{-1}\frac{m}{s}.$$

La función $s(t,x)$ indica el desplazamiento, respecto de la posición de equilibrio, de una partícula del medio

$$s(0.05,3) = 2[\mu m]\cos\left(15.7\frac{rad}{\cancel{m}}\times 0.05\cancel{m} - 8.58\frac{rad}{\cancel{s}}\times 3\times10^{-3}\cancel{s}\right)$$

$$= 2[\mu m]\cos(0.785 - 0.0257)$$

$$= 2[\mu m]\times 0.725 = 1.45[\mu m]$$

La rapidez de un elemento de medio se obtiene derivando la función $s(t,x)$ respecto del tiempo.

$$\frac{\partial s}{\partial t} = 2[\mu m]\times 8.58\left[\frac{rad}{s}\right]\times \text{sen}\left(15.7\left[\frac{rad}{m}\right]x - 8.58\left[\frac{rad}{s}\right]t\right)$$

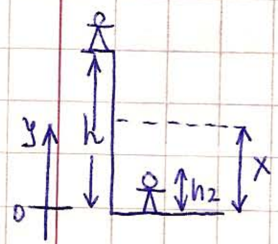
$$\frac{\partial s}{\partial t} = 2.33\times10^{-7}\left[\frac{m}{s}\right]\text{sen}\left(15.7\left[\frac{rad}{m}\right]x - 8.58\left[\frac{rad}{s}\right]t\right)$$

El valor máximo de esta función es para $\text{sen}(\dots) = 1$, luego.

$$\left(\frac{\partial s}{\partial t}\right)_{max} = 2.33\times10^{-7}\left[\frac{m}{s}\right].$$

Problema 2:

Un macetero cae desde un balcón:



$t_{reac.} = 0.35$

$h = 20\ m$

$h_2 = 1.75\ m$

$v_i = 0$ (cae)

$g = 9.8\ m/s^2$

El macetero tarda un tiempo t_* en llegar a la cabeza de la persona o el macetero tarda un tiempo t_* en recorrer una distancia $h - h_2$.

La posición del macetero respecto del piso es dada por:

$$y(t) = y_i + v_i t + \frac{1}{2} a t^2$$

$$\Rightarrow y(t) = h - \frac{1}{2} g t^2$$

luego: $y(t_*) = h_2 = h - \frac{1}{2} g t_*^2$.

$$\Rightarrow \quad t_* = \sqrt{\frac{2(h-h_2)}{g}} \doteq 1.9299\ [s]$$

El sonido viaja con una rapidez aprox. de 340 m/s. En recorrer una distancia $h-h_2$ el sonido tardará: $t = \frac{d}{v} = \frac{18.25}{340} = 5.3676 \times 10^{-2} [s]$

Para reaccionar apropiadamente, en respuesta a un grito desde 20 m. de altura, se necesita como mínimo $3.5368 \times 10^{-1} [s]$

Si consideramos que la posición x es donde se encuentra el macetero cuando la persona en el edificio grita y la persona en la acera alcanza a reaccionar, entonces, si t_{**} es el tiempo desde que el macetero cae hasta esa posición tenemos:

$$y(t_{**}) = x = h - \frac{1}{2} g t_{**}^2$$

$$y(t_*) = h_2 = h - \frac{1}{2} g t_*^2$$

Por otra parte, $t_* - t_{**} = 3.5368 \times 10^{-1} [s]$

$$\Rightarrow t_{**} = 1.5762\ [s].$$

$$\Rightarrow x = h - \frac{1}{2} g t_{**}^2 = 20 - \frac{1}{2} \times 9.8 \times 1.5762^2 = 7.8264\ m.$$

El macetero puede llegar a 7.8264 m de la vereda antes de que la persona en el edificio grite

Problema 3

$\mathcal{P} = 6\,W$

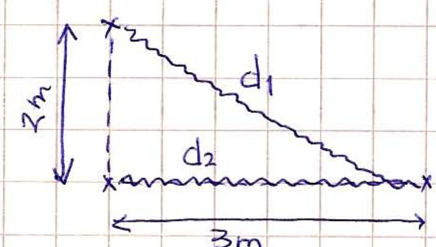
igualmente en todas direcciones $\Rightarrow$ frentes onda esféricos $\Rightarrow$ $A = 4\pi r^2$

$$\Rightarrow I = \frac{\mathcal{P}}{A} = \frac{6}{4\pi r^2}$$

dolor $\rightarrow$ $I_d = 1\,W/m^2$ $\rightarrow$ $r_d = \sqrt{\dfrac{6}{4\pi I_d}} = 3.3\times10^{-1}\,m$

umbral audición $\rightarrow$ $I_a = 10^{-12}\,W/m^2$ $\rightarrow$ $r_a = \sqrt{\dfrac{6}{4\pi I_a}} = 6.9\times10^{5}\,m.$

Problema 4



altavoces en fase inicialmente

frecuencia altavoces 300 Hz.

$$v = \lambda f \Rightarrow \lambda = \frac{v}{f} = \frac{340}{300} = 1.13\,m.$$

la diferencia de camino óptico sera $d_1 - d_2 = \sqrt{2^2+3^2} - 3 = 0.60555\,m.$
A esa diferencia de camino óptico podemos asociar una diferencia de fase haciendo $\phi = k\delta = \dfrac{2\pi}{\lambda}\delta$

$$\Rightarrow \phi = \frac{2\pi}{1.13\,m} \times 0.60555 = 3.367\text{ rad.}$$

Problema 5 longitud tubo frec. fundamental 240 Hz.

La condición de resonancia en un tubo cerrado en un extremo es

$$L = (2n+1)\frac{\lambda}{4}$$

puesto que en un extremo del tubo (abierto) habrá un nodo de presión y en el otro extremo un anti-nodo de presión (cerrado).

donde L es la long. del tubo
λ es la long. de onda y
n es un índice positivo entero que comienza en 0.

la frecuencia fundamental corresponde a $n=0$, luego.

$$L = \frac{\lambda}{4} = \frac{v}{4f} = \frac{340}{4\times 240} = 0.354 \text{ m},$$

dado que $v = \lambda f$ y $v = 340$ m/s para sonido.

Si el tubo está abierto en ambos extremos, la condición para resonancia será:

$$L = n\frac{\lambda}{2}. \qquad n = 1, 2, 3, \ldots$$

luego para el modo fundamental ($n=1$) tenemos:

$$L = \frac{\lambda}{2} = \frac{v}{2f} = \frac{340}{2\times 240} = 0.708 \text{ m}.$$

Problema 6

tubo abierto $\Rightarrow$ condición resonancia $\quad L = n\dfrac{\lambda}{2} \quad n=1,2,3,\ldots$

modo fundamental $\Rightarrow n=1 \quad \Rightarrow \quad L = \dfrac{\lambda}{2} = \dfrac{v}{2f} = \dfrac{340}{2\times 261.6}$

$$L = 0.6498\ m.$$

la tercera resonancia $\Rightarrow n=3$
tubo cerrado

$$L = (2n-1)\frac{\lambda}{4} \qquad n = 1,2,\ldots$$

$$L = \frac{5}{4}\lambda = \frac{5}{4}\frac{v}{f} = \frac{5}{4}\frac{340}{261.6}$$

$$L = 1.6246\ m.$$

Problema 7

Dos frecuencias naturales adyacentes tubo órgano.

tubo abierto

$$\left.\begin{aligned} L &= \frac{n\lambda}{2} = \frac{n v}{2 f_n} \\ L &= \frac{(n+1)v}{2 f_{n+1}} \end{aligned}\right\} \text{2 frecuencias adyacentes}$$

$$\Rightarrow \quad \frac{n \cancel{v}}{\cancel{2} f_n} = \frac{(n+1)}{\cancel{2}}\frac{\cancel{v}}{f_{n+1}}$$

$$\frac{f_{n+1}}{f_n} = \frac{n+1}{n} = \frac{650}{550} = 1.182$$

$$\Rightarrow \quad n+1 = 1.182\, n$$

$$1 = 0.182\, n \quad \Rightarrow n = 5.5 \leftarrow n \text{ debe ser entero}$$

tubo cerrado $\quad L = (2n-1)\dfrac{\lambda_n}{4} \quad ; \quad L = [2(n+1)-1]\dfrac{\lambda_{n+1}}{4}$

$$\Rightarrow \quad \frac{2n-1}{f_n} = \frac{2(n+1)-1}{f_{n+1}} \quad \Rightarrow n = 6 \quad \text{para } f_n = 550 \text{ y } f_{n+1} = 650$$

$L = \dfrac{11\times 340}{4\times 550} = \mathbf{1.7m}$ $\quad$ frec. fundam $(n=1) \Rightarrow f_1 = \dfrac{v}{4L} = \mathbf{50Hz}.$