TAREA 3

Problema 1:

$m = 1.26\,[kg]$

$k = 5.38\,[N/m]$

$x(0) = 26.3\,[cm]$

$v(0) = -3.72\,[m/s]$

$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = 2.07\,\frac{rad}{s}$

$x(t) = x_m \cos(\omega t + \phi)$ respecto del pto. de equilibrio, donde el resorte no está estirado ni comprimido

$x(0) = x_m \cos\phi = 26.3\,cm = 0.263\,m.$

$v(0) = -x_m \sin(\omega \times 0 + \phi)\,\omega = -3.72\,[m/s]$

$$\left.\begin{aligned} \omega x_m \sin\phi &= +3.72\,[m] \\ x_m \cos\phi &= 0.263\,[m/s] \end{aligned}\right\}$$ dividimos ambas.

$\omega \tan\phi = 14.14\,[s^{-1}]$

$\tan\phi = \frac{14.14}{2.07}$ 6.83 $\rightarrow \phi = 1.42$ rad.

$\Rightarrow \quad x_m = \frac{0.263}{\cos 1.42} = 1.75\,[m]$

$x(t) = 1.75\,[m] \cos\left(2.07\left[\frac{rad}{s}\right]t + 1.42\,rad\right)$

$E_{ci} = \frac{1}{2} m v_i^2 = \frac{1}{2} \times 1.26 \times (3.72)^2 = 8.72\,J$

$E_{pi} = \frac{1}{2} k x_i^2 = \frac{1}{2} \times 5.38 \times (0.263)^2 = 1.86 \times 10^{-1}\,J$

Problema 3

$l = 1.53 [m]$

72 oscilaciones en 180 [s] $\rightarrow f = 0.4 [S]$

Encuentre g.

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{l}} \Rightarrow \omega^2 l = g \Rightarrow g = 1.53 \times (2\pi \times 0.4)^2$$

$$g = 9.66 \frac{m}{s^2}$$

Problema 2

$m = 12.3 [kg]$

$X_m = 1.86 [mm]$

$\frac{d^2x}{dt^2}_{max} = 7.93\ km/s^2$

Encuentre: T, v_{max}, E_{mec}

$$x(t) = X_m \cos(\omega t + \phi)$$
$$x'(t) = -X_m \omega \operatorname{sen}(\omega t + \phi) \rightarrow x'_{max} = X_m \omega$$
$$x''(t) = -X_m \omega^2 \cos(\omega t + \phi) \rightarrow x''_{max} = X_m \omega^2$$

$$\Rightarrow 7930 \left[\frac{m}{s^2}\right] = 1.86 \times 10^{-3} [m] \omega^2$$

$$\Rightarrow \omega = 2.06 \times 10^3 \left[\frac{rad}{s}\right]$$

$$T = 2\pi/\omega = 3.05 \times 10^{-3} [s]$$

$$v_{max} = X_m \omega = 1.86 \times 10^{-3} \times 2.06 \times 10^3 = 3.83 \frac{m}{s}$$

$$E_{MEC} = \frac{1}{2} k x^2 + \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2}\left[k \cos^2 x_m^2 + m\, X_m^2 \underbrace{\omega^2}_{\frac{k}{m}} \operatorname{sen}^2\right]$$

$$E_{MEC} = \frac{1}{2} k X_m^2 = \frac{1}{2} \omega^2 m X_m^2$$

$$E_{MEC} = \frac{1}{2} \times (2.06 \times 10^3)^2 \times 12.3 \times (1.86 \times 10^{-3})^2 = 90.29\ J.$$

Problema 4

$x(0) = 2[m]$

$T = 4[s]$

$x_m = 3[m]$

$\phi = \pi/4$

$x(t) = 3[m] \cos(\pi/2 \cdot t - \pi/4)$

$v(t) = -3\pi/2 \sin(\pi/2 t - \pi/4) \quad [m/s]$

$\omega = \frac{2\pi}{T} = 1.57 \frac{rad}{s} = \frac{\pi}{2} \frac{rad}{s}$ | $v(2.5) = 0$

Problema 5

$x = x_m \cos \omega_x t \quad ; \quad y = y_m \cos(\omega_y t + \phi)$

Para $t=0$

$x = x_m$

$y = y_m \cos\phi$

Comparando con la figura:

$(x,y) = (x_m, 0)$

$\Rightarrow \boxed{\phi = \frac{\pi}{2}}, \frac{3\pi}{2} \left(= -\frac{\pi}{2}\right).$

Para $t = \frac{\pi}{\omega x}$

$x = -x_m$

$y = y_m \cos\left(\frac{\omega_y}{\omega_x}\pi \pm \frac{\pi}{2}\right)$

Comparando con la figura:

$(x,y) = (-x_m, 0)$

$\Rightarrow \boxed{\frac{\omega_y}{\omega_x} = 2}$

Para $t = \frac{\pi}{2\omega_x}$

$x = 0$

$y = y_m \cos\left(2\omega_x \frac{t}{2\omega_x} \pm \frac{\pi}{2}\right) = 0$ ✓✓.

Además, puede notar que: $T_x = 2T_y$

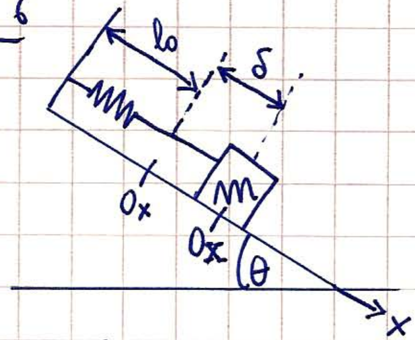
luego dado que $\omega_x \propto 1/T_x$ tenemos que $\omega_x T_x = \omega_y T_y$

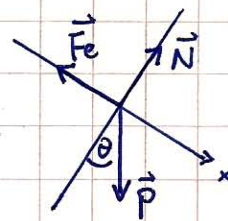
$\Rightarrow \boxed{\omega_y = 2\omega_x}$

$x = x_m \cos \omega_x t \quad ; \quad y = y_m \cos(2\omega_x t + \pi/2)$

Si la figura está a escala. puede "medir" el valor máximo de x y el valor máximo de y, la razón x_m/y_m se mantendrá.

Problema 6





$$\left.\begin{array}{l} |\vec{Fe}| = |\vec{P}| \operatorname{sen}\theta \\ |\vec{N}| = |\vec{P}| \cos\theta \end{array}\right\} \text{ Equilibrio.}$$

Cuando la masa oscila: $-|\vec{Fe}| + \overbrace{mg \operatorname{sen}\theta}^{\text{constante}} = ma$

$$-kx + mg\operatorname{sen}\theta = m\frac{d^2x}{dt^2}$$

Notamos que $\theta = 0 \Rightarrow$ no hay pendiente $\Rightarrow$ oscilador armónico horizontal.

Notamos también que x mide las coordenadas respecto del punto donde el resorte no se ha deformado.
Para $x = mg \operatorname{sen}\theta / k$ la aceleración es cero, allí se encuentra el punto de equilibrio.

Redefiniendo x como $X = x - \frac{mg\operatorname{sen}\theta}{k}$ tenemos:

$$-k[x - mg\operatorname{sen}\theta/k] = m\frac{d^2x}{dt^2}$$

$$-\frac{k}{m} X = \frac{d^2X}{dt^2}$$

de donde notamos que la frecuencia de este movimiento es dada, como siempre, por (k/m).