

Listado 3 de Mecánica Clásica

M. Antonella Cid

Departamento de Física - Facultad de Ciencias

Universidad del Bío-Bío

25 de junio de 2012

1. Encuentre las ecuaciones de movimiento de los siguientes sistemas colocados en el campo de gravedad de la Tierra:

- a) un péndulo esférico (partícula de masa m que se mueve en la superficie de una esfera de radio l)
- b) una partícula que se mueve en la superficie de un cono (de ángulo 2α en el vértice), colocado verticalmente con el vértice hacia abajo

2. Considere dos masas puntuales m_1 y m_2 que se mueven libremente en el espacio bajo la acción de su atracción gravitatoria, sin otras fuerzas externas actuando. Encuentre el lagrangiano y el hamiltoniano del sistema. Determine las ecuaciones de movimiento del sistema.

3. Considere la integral:

$$I = \int_0^1 \left[\left(\frac{dy}{dx} \right)^2 + \frac{y}{a} \right] dx$$

donde a es una constante. Con las condiciones de borde $y(0) = y(1) = 0$ encuentre la función $y(x)$ que extrema la integral I .

4. Muestre que la línea más corta, entre dos puntos cualesquiera de la superficie de un cilindro, es una hélice.

5. Considere los siguientes lagrangianos:

$$\mathcal{L} = \frac{A}{2} (\dot{\phi}^2 \sin^2 \theta + \dot{\theta}^2) + \frac{B}{2} (\dot{\phi} \cos \theta + \dot{\psi})^2 - Mgh \cos \theta$$

$$\mathcal{L} = \frac{M}{2} (\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2) + \frac{qB}{2c} (xy - yx)$$

donde las coordenadas generalizadas son θ , ϕ , ψ y x , y , z respectivamente. Encuentre el hamiltoniano en cada caso y las ecuaciones canónicas de Hamilton. En cada caso, determine si existen constantes de movimiento.

6. Considere una cuenta que se desliza sin fricción por un alambre que tiene la forma de una parábola. Si el plano de la parábola se encuentra rotando con rapidez angular constante ω en torno al eje de simetría de la parábola. Escriba el hamiltoniano y las ecuaciones canónicas de Hamilton.

7. Aplique el método de los multiplicadores de Lagrange para encontrar la reacción vincular en los siguientes casos:

- a) un bloque de masa m que se desliza sin fricción por una superficie inclinada un ángulo α .
- b) una partícula de masa m que se deja caer desde el reposo en la parte superior de una semiesfera de radio a con roce despreciable. ¿Cuál es el ángulo en el que la partícula deja la semiesfera?