Listado 2 de Mecánica Clásica

M. Antonella Cid
Departamento de Física - Facultad de Ciencias
Universidad del Bío-Bío

28 de mayo de 2012

1. Investigue acerca del fenómeno de las mareas que se presenta en nuestro planeta. ¿Se deben éstas a la fuerza de Coriolis?

2. ¿Cómo influye la fuerza de Coriolis en la formación de ciclones?

3. Una barra vertical rota con rapidez angular constante ω. Una cuerda inextensible de masa despreciable se fija en el extremo superior de la barra, mientras que en el otro extremo se suspende una masa m. Encuentre la tensión en la cuerda y el ángulo entre la cuerda y la barra cuando este se mantiene constante.

4. El período de un péndulo de longitud l es dado por T. ¿Cómo cambia el período de este péndulo si se suspende del techo de un tren que se mueve con rapidez constante v a lo largo de una curva de radio R. Desprecie la fuerza de Coriolis.

5. Calcule la deflexión hacia el este de un cuerpo que se suelta en el ecuador a 400 [m] de altura. Si ahora el objeto es lanzado hacia arriba con una rapidez inicial de 20 [m/s], calcule la deflexión hacia el este.

6. Dos bloques de igual masa están conectados por una barra rígida de longitud l y masa despreciable. Los bloques se mueven sin fricción a lo largo del camino que se muestra en la figura. La coordenada generalizada es el ángulo α (que corresponde al único grado de libertad del sistema). Encuentre la ecuación que describe el movimiento (una ecuación diferencial para α). Compare su resultado con la ecuación diferencial que describe el movimiento del péndulo simple. Fig. 1

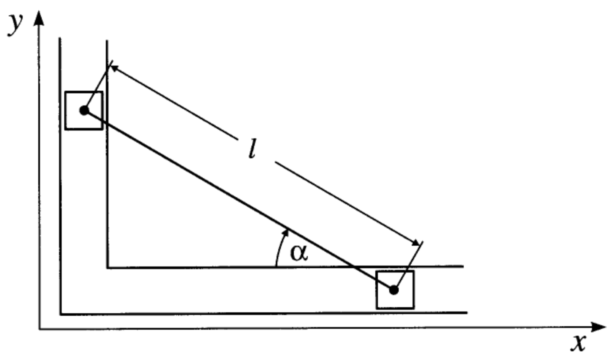

Figura 1: Problema 1

7. Dos masas m y M están conectadas por una cuerda inextensible de masa despreciable. La masa m es libre de girar en el plano xy y, dependiendo de la velocidad angular ω con la que gire m, la masa M puede subir o bajar. Determine las ecuaciones de movimiento del sistema. Fig. 2

8. Considere un péndulo invertido, el cual consiste de una masa m colocada en el extremo de una barra rígida de longitud l y masa despreciable, la cual está fija a

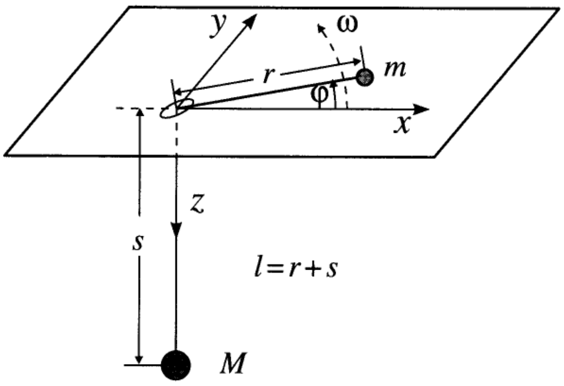

Figura 2: Problema 2

una bisagra. La bisagra oscila en la dirección vertical cambiando su altura de acuerdo a la ecuación $h(t) = h_0 \cos(\omega t)$. Determine el número de grados de libertad asociados, el lagrangiano y la ecuación de movimiento del sistema. Fig. 3

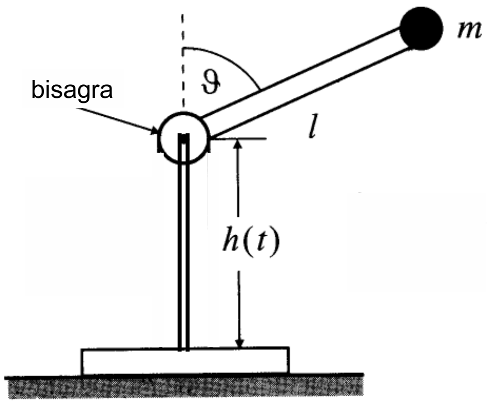

Figura 3: Problema 3

9. Una masa puntual se desliza sin fricción en un cicloide, el cual es dado por $x = a(\theta - \sin\theta)$ e $y = a(1 + \cos\theta)$ para $(0 \leq \theta \leq 2\pi)$. Determine el lagrangiano, la ecuación de movimiento y la forma de la trayectoria.

10. Una masa m se suspende de un resorte con constante elástica k en el campo gravitacional de la Tierra. Además de la vibración de la masa debido al resorte, la masa y el resorte oscilan como un péndulo. Encuentre las ecuaciones de movimiento a partir del formalismo lagrangiano.

11. Considere el movimiento de una partícula libre con lagrangiano:

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}m(\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2)$$

vista desde un sistema de coordenadas rotantes:

$$\begin{aligned} x' &= x\cos\theta + y\sin\theta \\ y' &= -x\sin\theta + y\cos\theta \\ z' &= z \end{aligned}$$

Muestre que en términos de estas coordenadas el lagrangiano toma la forma:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}' &= \frac{1}{2}m\left[\dot{x}'^2 + \dot{y}'^2 + \dot{z}'^2\right] \\ &+ \frac{1}{2}m\left[2\dot{\theta}(x'\dot{y}' - y'\dot{x}') + \dot{\theta}^2(x'^2 + y'^2)\right] \end{aligned}$$

Determine las ecuaciones de movimiento para el lagrangiano $\mathcal{L}'$.