



# Física III (sección 1) (230006-230010) Ondas, Óptica y Física Moderna

Profesor: M. Antonella Cid  
Departamento de Física, Facultad de Ciencias  
Universidad del Bío-Bío

**Carreras:** Ingeniería Civil Civil, Ingeniería Civil  
Mecánica, Ingeniería Civil Industrial

## Ecuaciones de Maxwell en el vacío

$$\begin{aligned}\nabla \times \vec{E} &= -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \\ \nabla \times \vec{B} &= \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \\ \nabla \cdot \vec{E} &= 0 \\ \nabla \cdot \vec{B} &= 0\end{aligned}$$

## Ecuación de onda electromagnética en el vacío

$$\begin{aligned}\nabla^2 \vec{E} &= \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} \\ \nabla^2 \vec{B} &= \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{B}}{\partial t^2}\end{aligned}$$



# Solución de la ecuación de onda

$$\vec{E} = \vec{E}_m \cos(\vec{k} \cdot \vec{r} \pm \omega t \pm \phi)$$

$$|\vec{k}| = \frac{\omega}{c}$$

$$\vec{B} = \vec{B}_m \cos(\vec{k} \cdot \vec{r} \pm \omega t \pm \phi)$$

$\vec{r}$  vector posición

El campo eléctrico y el campo magnético oscilan en fase

Al introducir estas funciones de onda en las ecuaciones de Maxwell encontramos:

$$\vec{E} \perp \vec{k}$$

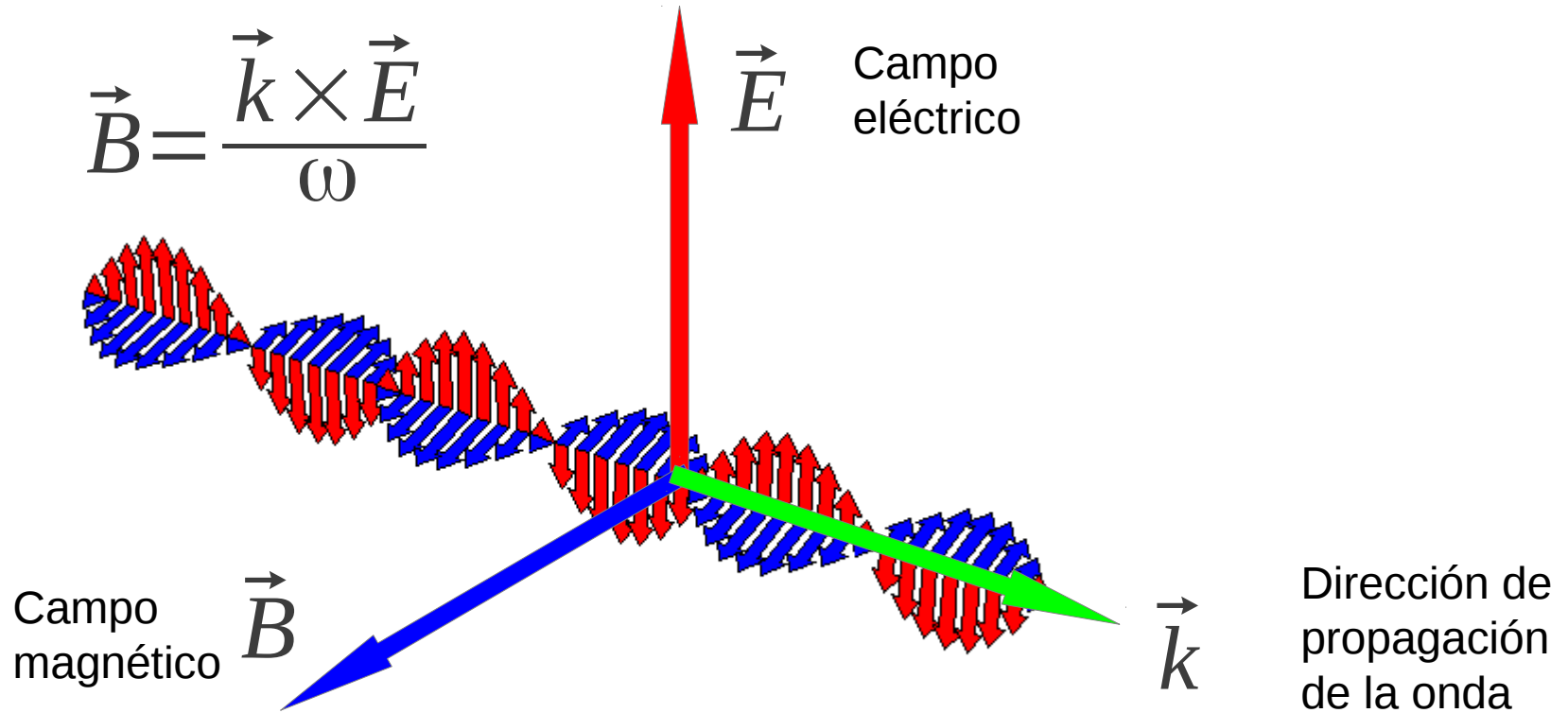
$$\vec{B} = \frac{\vec{k} \times \vec{E}}{\omega}$$



$$|\vec{B}| = \frac{|\vec{E}|}{c}$$

$$|\vec{B}_m| = \frac{|\vec{E}_m|}{c}$$

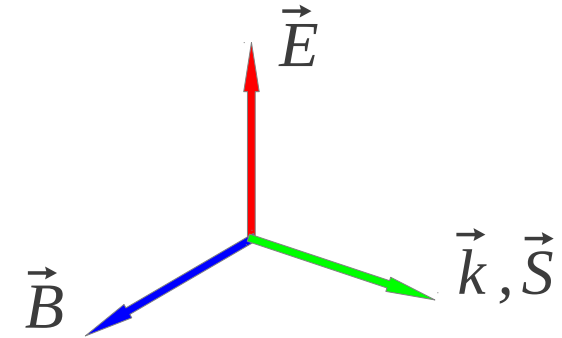
# Dirección de propagación de una OEM



# Energía que transporta una OEM

- La tasa de flujo de energía en una onda electromagnética (OEM) es cuantificada por el **vector de Poynting**:

$$\vec{S} = \frac{\vec{E} \times \vec{B}}{\mu_0} \quad \left[ \frac{NT/C}{Tm/A} = \frac{N}{ms} = \frac{W}{m^2} \right]$$



- La magnitud del vector de Poynting representa la tasa a la cual la energía fluye a través de una superficie perpendicular a la dirección de propagación de la OEM, esto es, la potencia por unidad de área.

# Intensidad de una OEM

$$\left. \begin{aligned} \vec{S} &= \frac{\vec{E} \times \vec{B}}{\mu_0} \\ |\vec{B}| &= \frac{|\vec{E}|}{c} \end{aligned} \right\} |\vec{S}| = \frac{|\vec{E}| |\vec{B}|}{\mu_0} = \frac{|\vec{E}|^2}{\mu_0 c} = \frac{c |\vec{B}|^2}{\mu_0}$$

- La intensidad de la onda corresponde al promedio temporal de la potencia por unidad de área:

$$I = \bar{S} = \int_0^T |\vec{S}| dt = \frac{E_m B_m}{2\mu_0} = \frac{c B_m^2}{2\mu_0} = \frac{\epsilon_0 c E_m^2}{2} \quad \left[ \frac{W}{m^2} \right]$$



# Densidad de energía $\vec{E}$ y $\vec{B}$

- En un capacitor de placas paralelas cargado, la carga almacenada es proporcional a la diferencia de potencial

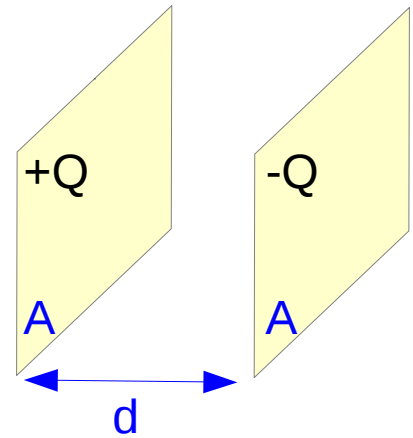
$$\Delta V = Q/C$$

- El trabajo necesario para transferir un incremento de carga desde una placa a otra es dado por:

$$W = \int_0^Q \Delta V dq = \frac{1}{C} \int_0^Q q dq = \frac{Q^2}{2C}$$

- El trabajo hecho para cargar el capacitor corresponde a la energía almacenada en el capacitor

$$U_E = \frac{Q^2}{2C} = \frac{Q \Delta V}{2} = \frac{C \Delta V^2}{2} = \frac{\epsilon_0 E^2 (Ad)}{2}$$



$$C = \frac{\epsilon_0 A}{d}$$

$$\Delta V = Ed$$

# Densidad de energía $\vec{E}$ y $\vec{B}$

- Finalmente, la densidad de energía (instantánea) asociada a un campo eléctrico será:

$$u_E = \frac{U_E}{Ad} = \frac{\epsilon_0 E^2}{2} [J/m^3]$$

- Análogamente, podemos calcular la densidad de energía almacenada en el campo magnético de un solenoide:

$$u_B = \frac{B^2}{2\mu_0} [J/m^3]$$



- Para una OEM tenemos  $|\vec{B}| = \frac{|\vec{E}|}{c}$ :  $u_B = \frac{B^2}{2\mu_0} = \frac{\epsilon_0 \mu_0 E^2}{2\mu_0} = \frac{\epsilon_0 E^2}{2} = u_E$

$$u_{OEM} = u_E + u_B$$

$$u_{OEM} = 2u_E = 2u_B$$

Promediando en un ciclo obtenemos la densidad de energía del campo electromagnético

$$\bar{u} = \frac{\epsilon_0 E_m^2}{2} = \frac{B_m^2}{2\mu_0}$$

$$I = c\bar{u}$$

# Momento y presión de radiación

- Una OEM transporta energía y también momentum lineal.
- Si el momento es absorbido por una superficie se ejerce una presión en esa superficie (fuerza!)

- Maxwell mostró que si la superficie absorbe toda la energía incidente  $U$  (**incidencia normal**), el momentum total transportado a la superficie es dado por:

$$|\vec{p}| = \frac{U}{c}$$

- Esto muestra que no sólo las partículas con masa tienen momentum lineal, también la radiación electromagnética!
- La presión de radiación para absorción perfecta es dada por:

$$p = \frac{|\vec{F}|}{A} = \frac{1}{A} \frac{d|\vec{p}|}{dt} = \frac{1}{cA} \frac{dU}{dt} = \frac{\bar{P}}{cA} = \frac{I}{c} = \frac{\bar{S}}{c}$$

- El momentum transferido a una superficie reflectora es:

$$|\vec{p}| = 2 \frac{U}{c}$$

# Ejercicios

- En una región del espacio libre el campo eléctrico y el campo magnético en un instante determinado de tiempo son:

$$\vec{E} = (80.0\hat{x} + 32.0\hat{y} - 64.0\hat{z}) [N/C]$$

$$\vec{B} = (0.200\hat{x} + 0.080\hat{y} + 0.290\hat{z}) [mT]$$

Demuestre que estos campos son perpendiculares y calcule el vector de Poynting en ese instante.

- Considere una OEM que se propaga en la dirección x con una longitud de onda de 50[m]. El campo eléctrico vibra en el plano xy con amplitud 22.0 [V/m]. Determine: la frecuencia de la onda, la magnitud y dirección del campo magnético cuando el campo eléctrico tiene su valor máximo en la dirección y negativa





# Ejercicios

- Una fuente de luz monocromática con una potencia de salida de 60 [W] irradia luz uniformemente en todas direcciones con una longitud de onda de 700 [nm]. Calcule  $E_m$  y  $B_m$  de esta luz a 5 [m] de la fuente
- Una onda electromagnética sinusoidal emitida por un teléfono celular tiene una longitud de onda de 35.4 [cm] y una amplitud de campo eléctrico de  $5.4 \times 10^{-2}$  [V/m] a una distancia de 250 [m] de la fuente. Calcule la frecuencia de la onda, la amplitud del campo magnético y la intensidad de la onda
- Un láser de He-Ne emite luz roja visible con una potencia de 3.6 [mW] en un haz que posee un diámetro de 4.0 [mm] ¿cuál es la amplitud del campo eléctrico? ¿cuál es la densidad media de energía asociada al campo magnético? ¿cuál es la energía total contenida en una longitud de 0.5 [m] de este haz?



# Ejercicios

- Un puntero láser de 3 [mW] de potencia crea una mancha de 2 [mm] de diámetro en la pantalla. Determine la presión de radiación en la pantalla si ésta refleja el 70% de la luz incidente
- El sol entrega 1000 [W/m<sup>2</sup>] de energía a la superficie de la Tierra mediante radiación electromagnética. Calcule la potencia total que incide en un techo de (8×20) [m<sup>2</sup>]. Determine la presión de radiación y la fuerza ejercida en el techo por dicha radiación.