



Física III (sección 1) (230006-230010) Ondas, Óptica y Física Moderna

Profesor: M. Antonella Cid
Departamento de Física, Facultad de Ciencias
Universidad del Bío-Bío

Carreras: Ingeniería Civil Civil, Ingeniería Civil
Mecánica, Ingeniería Civil Industrial

Ecuación de la onda viajera

- La expresión más general para una onda que viaja en la dirección x positiva es:

$$y(t, x) = y_m \sin(kx - \omega t - \phi)$$

Diagrama de la ecuación de la onda viajera con anotaciones:

- y_m : amplitud (indicado por una flecha roja que apunta hacia arriba)
- k : número de onda (indicado por una flecha roja que apunta hacia abajo)
- ω : frecuencia angular (indicado por una flecha roja que apunta hacia arriba)
- ϕ : constante de fase (indicado por una flecha roja que apunta hacia abajo)

donde $kx - \omega t + \phi$ se denomina **fase de la onda** y ϕ es la **constante de fase**

- Dado que las funciones sinusoidales tienen período 2π y hemos denominado T al período del movimiento, tenemos que $T = 2\pi/\omega$
- Propiedad de las funciones sinusoidales: $|\sin \alpha, \cos \alpha| \leq 1$

Ejemplos

- Una onda sinusoidal viaja en la dirección x positiva con una amplitud de $15 [cm]$, $\lambda=40 [cm]$ y $f=8[Hz]$. Encuentre k , T , ω y la velocidad de propagación. Además, encuentre la constante de fase si $y(0,0)=10.7[cm]$ y escriba la función de onda.
- En qué dirección se propagan las ondas:

$$f(t, y) = f_m \cos(-ky + \omega t)$$

$$f(t, z) = f_m \sin(-kz - \omega t)$$



Movimiento de un elemento de medio

- Para una onda armónica viajera, cualquier “**elemento de medio**” experimenta M.A.S. respecto de su posición de equilibrio. Este movimiento es con la misma frecuencia y la misma amplitud que el movimiento ondulatorio

$$y(t, x) = y_m \sin(kx - \omega t - \phi)$$

- Para un elemento particular en $x = x_1$:

$$y(t) = y_m \sin(-\omega t - (\phi - kx_1)) = -y_m \sin(\omega t + \phi')$$



Movimiento de un elemento de medio

- Para una onda armónica viajera, cualquier “**elemento de medio**” experimenta M.A.S. respecto de su posición de equilibrio. Este movimiento es con la misma **frecuencia** y la misma **amplitud** que el movimiento ondulatorio

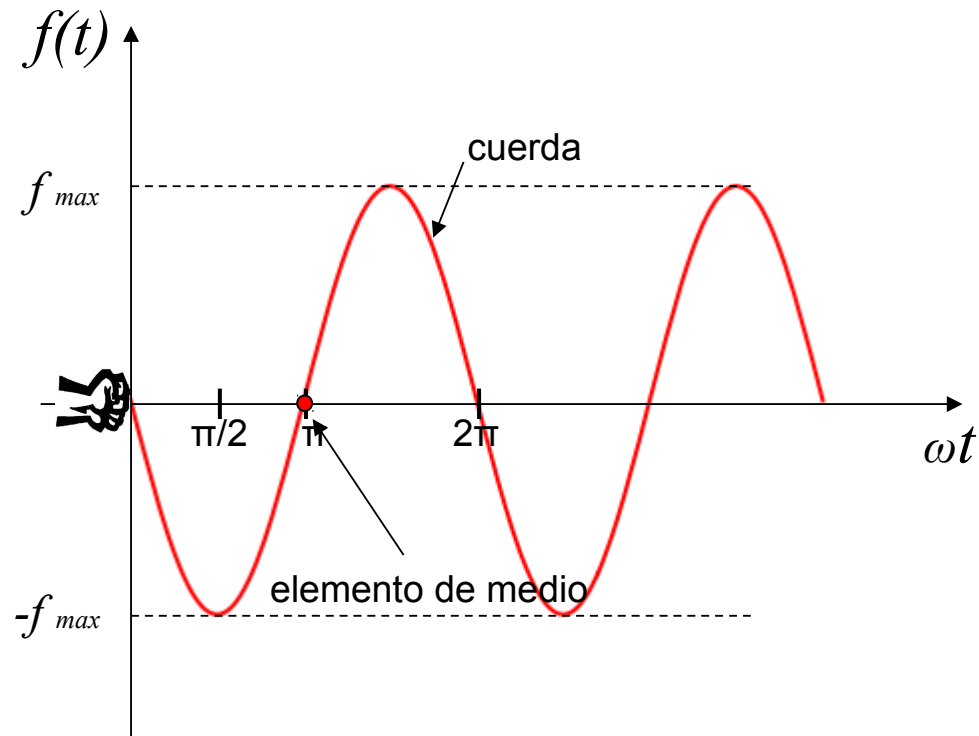
$$y(t, x) = y_m \sin(kx - \omega t - \phi)$$

- Para un elemento particular en $x = x_1$:

$$y(t) = y_m \sin(-\omega t - (\phi - kx_1)) = -y_m \sin(\omega t + \phi')$$

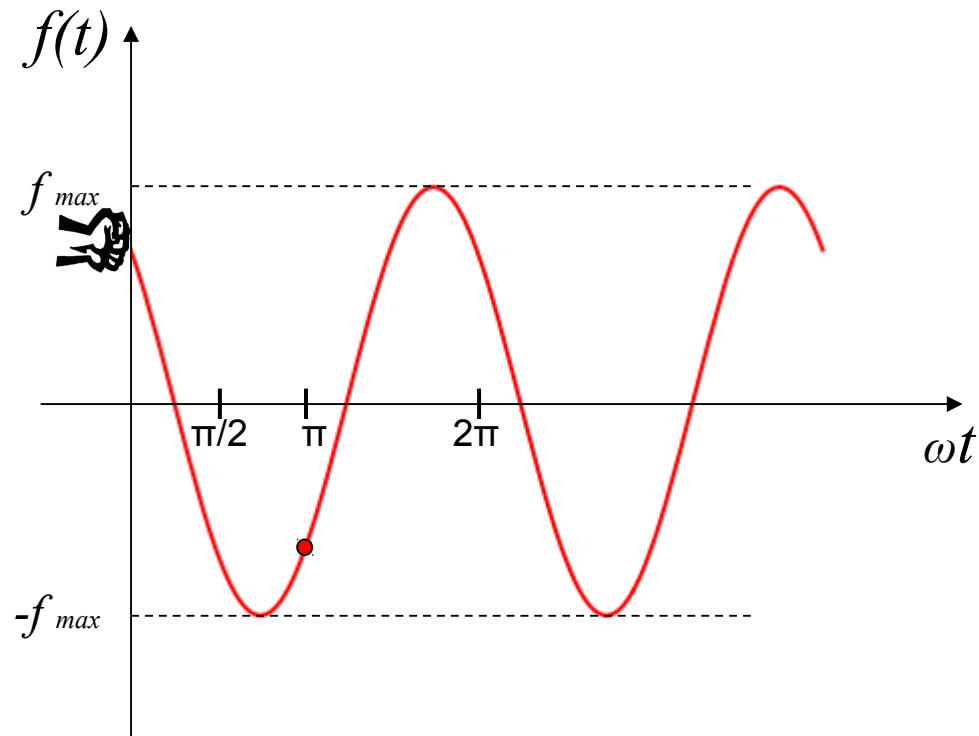


Movimiento de un elemento de medio



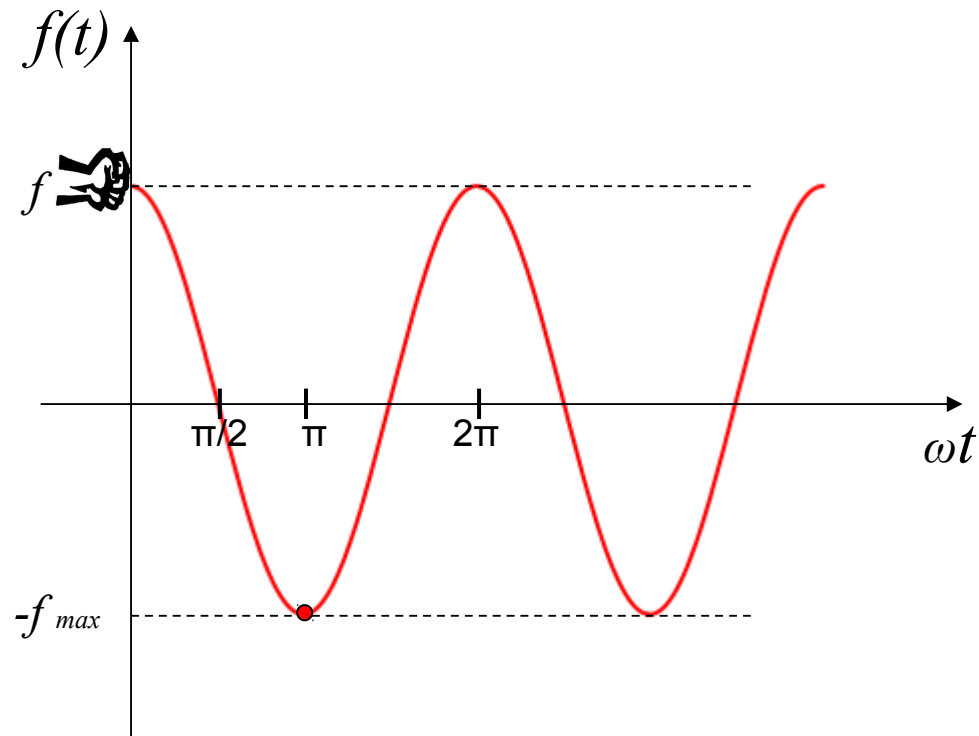
$$f(t, x_1) = f_{max} \sin(kx_1 - \omega t - \phi)$$

Movimiento de un elemento de medio



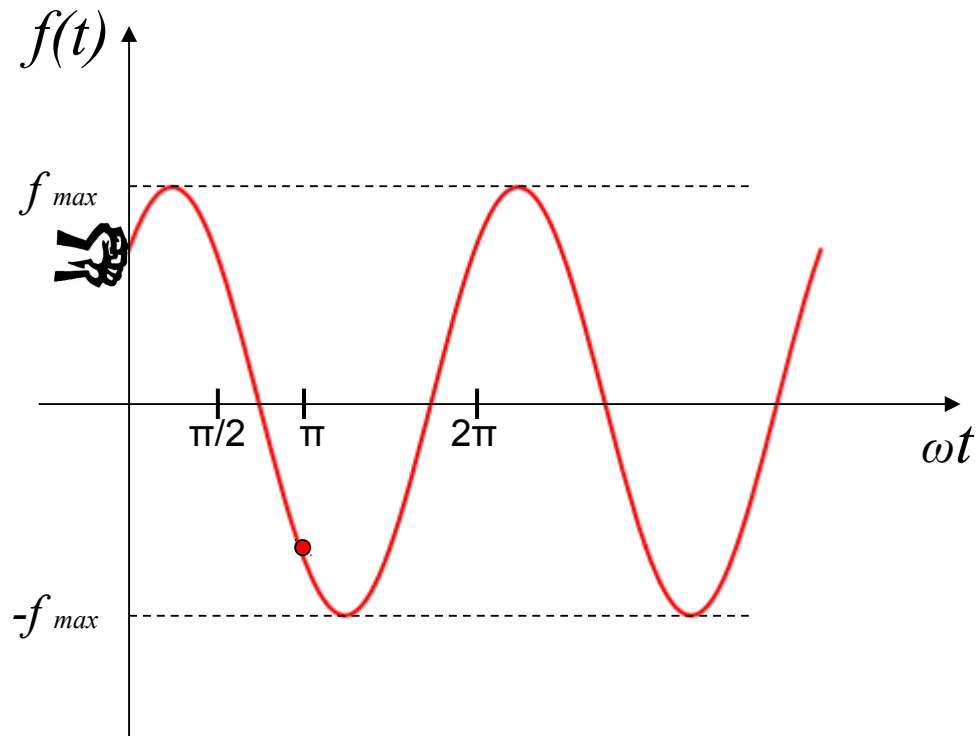
$$f(t, x_1) = f_{max} \sin(kx_1 - \omega t - \phi)$$

Movimiento de un elemento de medio



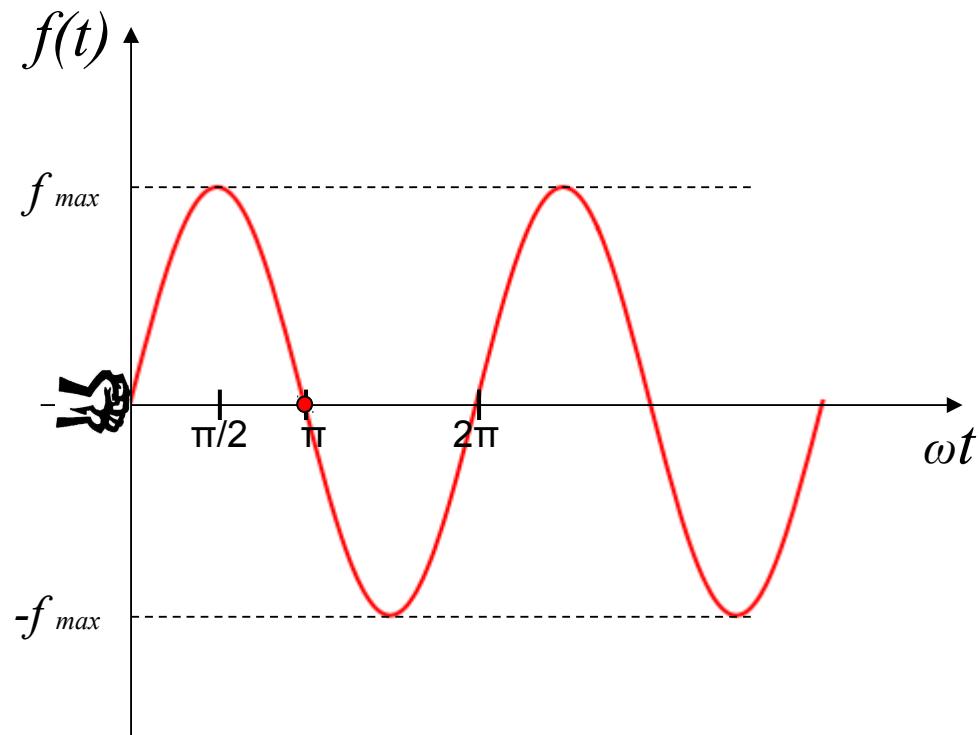
$$f(t, x_1) = f_{max} \sin(kx_1 - \omega t - \phi)$$

Movimiento de un elemento de medio



$$f(t, x_1) = f_{max} \sin(kx_1 - \omega t - \phi)$$

Movimiento de un elemento de medio



$$f(t, x_1) = f_{max} \sin(kx_1 - \omega t - \phi)$$

Movimiento de un elemento de medio

$$y(t, x) = y_m \sin(kx - \omega t - \phi)$$

Velocidad transversal de un elemento de medio:

$$v_y = \left(\frac{dy}{dt} \right)_{x=cte} = \frac{\partial y}{\partial t} = -\omega y_m \cos(kx - \omega t - \phi) \quad \Rightarrow \quad v_{y,max} = \omega y_m$$

Aceleración transversal de un elemento de medio:

$$a_y = \left(\frac{dv_y}{dt} \right)_{x=cte} = \frac{\partial v_y}{\partial t} = -\omega^2 y_m \sin(kx - \omega t - \phi) \quad \Rightarrow \quad a_{y,max} = \omega^2 y_m$$

Ambos valores no son máximos simultáneamente. La velocidad es máxima cuando $y = 0$, mientras que la aceleración alcanza su valor máximo cuando $y = \pm y_m$ (mire el argumento de las funciones sinusoidales).

* Las funciones seno y coseno están desfasadas en $\pi/2$: $\sin(\alpha) = \cos(\alpha - \pi/2)$



Velocidad de fase de las ondas en cuerdas

- La **velocidad de fase** de la onda depende de las propiedades del medio en el cual se propaga la onda
- Una onda que se propaga en una cuerda tensa tiene dos propiedades de las cuales puede depender la velocidad: su **densidad lineal de masa** ρ y la **tensión** $|\vec{T}|$ en la cuerda:

$$v \propto |\vec{T}|^i \rho^j \quad \xrightarrow[\text{dimensional}]{\text{análisis}} \quad \begin{array}{l} i = 1/2 \\ j = -1/2 \end{array}$$

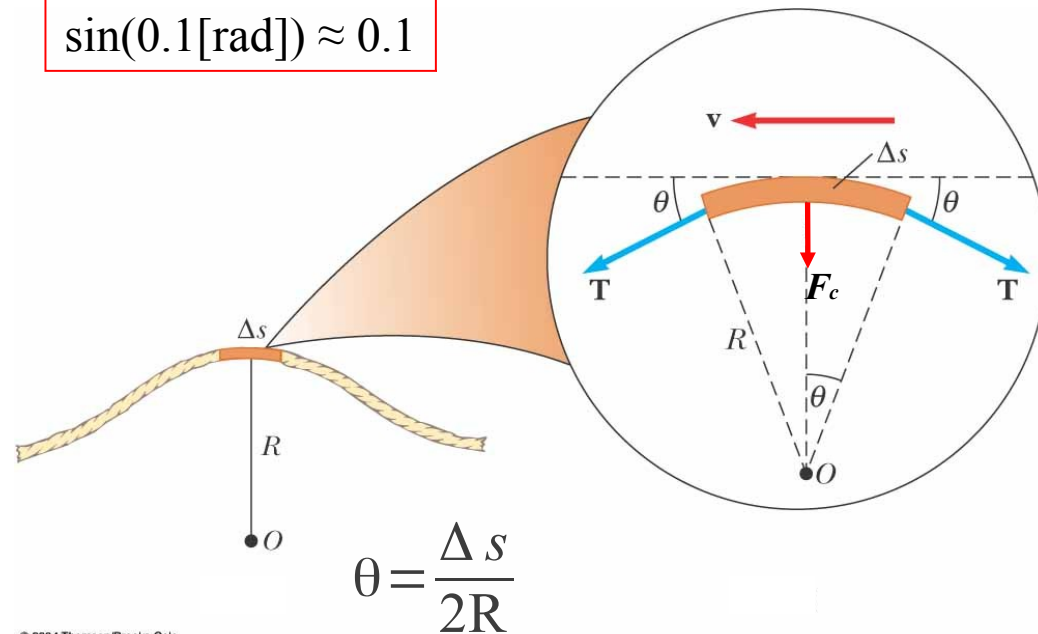


Velocidad de fase de las ondas en cuerdas

Consideramos la segunda ley de Newton para un pequeño “elemento de medio” en un marco de referencia que se mueve a velocidad constante con el pulso. Al sumar vectorialmente las fuerzas notamos que la resultante “apunta al centro”. Asociamos una aceleración centrípeta.

Validez: amplitud de la onda pequeña comparada con el largo de la cuerda

$$\sin(0.1[\text{rad}]) \approx 0.1$$



$$F_c = 2|\vec{T}| \sin \theta \simeq 2|\vec{T}|\theta$$

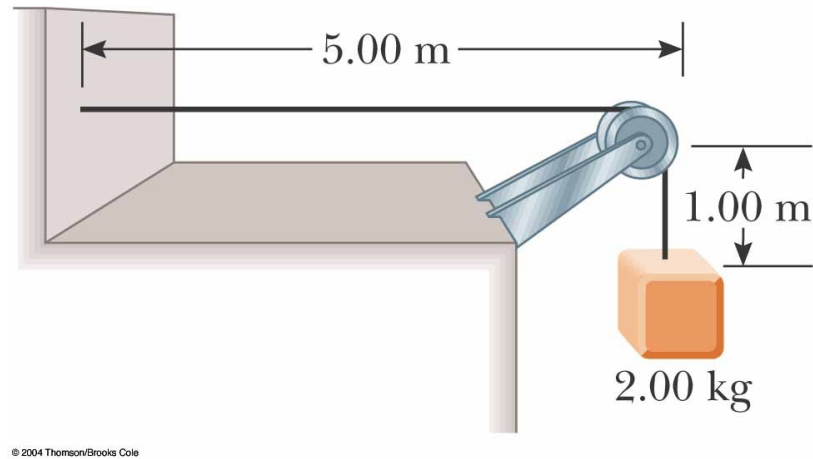
$$F_c = ma_c = m \frac{v^2}{R}$$

$$m = \rho \Delta s = 2\rho R\theta$$

$$v = \sqrt{\frac{|\vec{T}|}{\rho}}$$



Ejemplo



Una cuerda uniforme tiene una masa de 0.3 [kg] y una longitud de 6 [m], la cuerda pasa por una polea y soporta un objeto de 2 [kg]. Encuentre la velocidad de un pulso que viaja en la cuerda

Ejemplo

- Un astronauta en la Luna desea medir el valor de la aceleración de gravedad local.
- El método que usará consiste en medir el tiempo que le toma a un pulso viajar hacia abajo por una cuerda que tiene un objeto masivo suspendido en el otro extremo.
- La cuerda que usa tiene una masa de 4 [g] y una longitud de 1.6 [m], mientras que la masa suspendida es de 3 [kg].
- Considerando que al pulso le toma 36.1 [ms] en atravesar la longitud de la cuerda, calcule la aceleración de gravedad de la Luna

