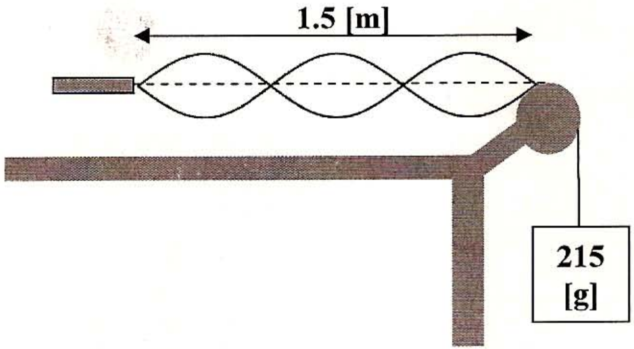
Problema 1 (35 pts.)

Una cuerda se estira entre una polea y un generador de frecuencias que vibra con una amplitud pequeña y frecuencia 120 [Hz].

Una onda estacionaria con dos nodos intermedios se genera cuando la cuerda tiene una masa de 215 [g] sujeta a ella (ver la figura). ¿Cuánta masa se requiere (suspendida de la cuerda) para generar ondas estacionarias con 1 y 4 nodos intermedios?



Separación entre (anti)nodo-(anti)nodo: λ/2. Separación entre nodo-antinodo: λ/4

ondas estacionarias en cuerdas

2 nodos en los extremos

→ no sabe reconocer n → -15.

→ no calcula densidad cuerda -5.

$$\left.\begin{array}{l} \Rightarrow L = n\dfrac{\lambda}{2} \\ v = \lambda f \end{array}\right\} \Rightarrow L = \dfrac{n v}{2f}$$

$$v = \sqrt{\frac{T}{\rho}} = \sqrt{\frac{Mg}{\rho}}$$

para ondas en cuerdas y debido al equilibrio

$$\Rightarrow L = \frac{n}{2f}\sqrt{\frac{Mg}{\rho}}$$

El largo de la cuerda es fijo, la frecuencia es fija, g es una constante y la densidad de la cuerda no cambia.

Luego:

$$\frac{L^2 4f^2}{n^2} = \frac{Mg}{\rho}$$

$$\Rightarrow M_n = \frac{\rho}{g}\left[\frac{L^2}{n^2}4f^2\right]$$

⇒ el armónico que se observa depende del valor de la masa.

5.

Para $M = 0.215\,kg$ se observan 2 nodos intermedios, lo cual corresponde a $n = 3$, luego

5.

$\rho = 1.46\times10^{-4}\ kg/m$.

$$M_3 = 0.215 = \frac{\rho}{g}\frac{L^2}{9}\times 4\times 120^2 \Rightarrow \frac{\rho}{g}L^2 = \frac{0.215\times 9}{4\times120^2}$$

$$= 3.36\times10^{-5}\left[\frac{kg}{m}\frac{s^2}{m}m^2\right]$$

$$= 3.36\times10^{-5}[kg\,s^2]$$ 5.

1 nodo intermedio corresponde a $n = 2$ 5

4 nodos intermedios corresponden a $n = 5$

5.

$$M_2 = \frac{\rho}{g}L^2\left(\frac{4\times120^2}{4}\right) = 3.36\times10^{-5}\times120^2 = 4.83\times10^{-1}\,kg.$$ 3+2

$$M_5 = \frac{\rho}{g}L^2\left(\frac{4\times120^2}{25}\right) = 3.36\times10^{-5}\times \quad = 7.74\times10^{-2}\,kg.$$ 3+2

Problema 2 (30 pts.)

El efecto Doppler se presenta para toda clase de ondas, no tan sólo para ondas de sonido. La frecuencia de la **luz** emitida por una estrella en una galaxia lejana que se aleja de nosotros (el observador) con rapidez v_F experimentará "corrimiento al rojo", es decir, la frecuencia disminuye en una cantidad descrita en clase mediante:

$$f' = \frac{v + v_O}{v - v_F} f$$

¿Qué tan rápido se aleja de nosotros una galaxia si la frecuencia observada, para la luz de una estrella en esa galaxia, es el 95% de la frecuencia emitida?

la galaxia se aleja de nosotros con rapidez v_F $\Rightarrow$ $v_O = 0$ 2+3

$v_F < 0$

$$\Rightarrow f' = \frac{v}{v + |v_F|} f$$

la frecuencia emitida es f y la frecuencia observada f' es el 95% de la frecuencia emitida, entonces $f' = 0.95 f$. 5

$$\Rightarrow \quad 0.95 \cancel{f} = \frac{v}{v + |v_F|} \cancel{f}$$ 5+5

la ~~velocidad~~ rapidez de propagación de las ondas corresponde en este caso a la ~~velocidad~~ rapidez de propagación de la luz en el vacío

$v = c = 3 \times 10^8$ m/s. 5

$$\Rightarrow \quad 0.95 v + 0.95 |v_F| = v$$

$$0.95 |v_F| = 0.05 v$$

$$|v_F| = \frac{0.05}{0.95} \times 3 \times 10^8 = 1.58 \times 10^7 \text{ [m/s]}$$

3+2

Problema 3 (35 pts.)

Una fuente de luz monocromática de 700 [nm] con una potencia de salida de 60 [W] irradía luz uniformemente en todas direcciones. Determine el valor máximo del campo eléctrico y del campo magnético a 5 [m] de la fuente.
Si la onda electromagnética viaja en la dirección z+ de un sistema coordenado y el campo eléctrico vibra en la dirección x- en t=0 y z=0. Calcule los vectores: campo eléctrico, campo magnético y Poynting.

$$\vec{B} = \frac{\vec{k}\times\vec{E}}{\omega}; \quad \vec{S} = \frac{\vec{E}\times\vec{B}}{\mu_0}; \quad \bar{S} = I = \frac{\bar{\mathcal{P}}}{A}; \quad \mu_0 = 4\pi\times 10^{-7}[\mathrm{Tm/A}]; \quad c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0\mu_0}} = 3\times 10^{8}[\mathrm{m/s}]$$

$|\vec{B}| = \dfrac{|\vec{k}||\vec{E}|}{\omega} = \dfrac{|\vec{E}|}{c}$ puesto que $\vec{k} \perp \vec{E}$

Dado que $\left.\begin{array}{l}\vec{E} = \vec{E}_m \cos(\vec{k}\cdot\vec{r} - \omega t + \phi) \\ \vec{B} = \vec{B}_m \cos(\vec{k}\cdot\vec{r} - \omega t + \phi)\end{array}\right\}$ tenemos que: $|\vec{B}_m| = \dfrac{|\vec{E}_m|}{c}$

(es decir ambos campos están en fase y tienen la misma longitud de onda y frecuencia)

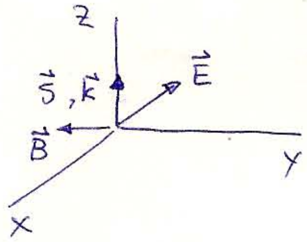
Por otra parte, $I = \bar{S} = \dfrac{|\vec{E}_m||\vec{B}_m|}{2\mu_0}$ puesto que $\vec{E}\perp\vec{B}$ y el promedio temporal de la función $\cos^2$ es $1/2$. 3

Dado que $\bar{\mathcal{P}} = 60\,W$ y $A = 4\pi r^2 = 314.16\, m^2$ (la fuente irradia uniformemente)

$\Rightarrow I = \dfrac{\bar{\mathcal{P}}}{A} = 1.91\times10^{-1}\left[\dfrac{W}{m^2}\right] \Rightarrow I = \dfrac{|\vec{E}_m|^2}{2\mu_0 c} = 1.91\times10^{-1}\left[\dfrac{W}{m^2}\right]$ 1+2

$\Rightarrow |\vec{E}_m| = (1.91\times10^{-1}\times 2\times 4\pi\times10^{-7}\times 3\times10^{8})^{1/2} = (1.44\times10^{2})^{1/2}\left[\dfrac{V}{m}\right] = 12[V/m]$ 3+2

$\Rightarrow |\vec{B}_m| = \dfrac{|\vec{E}_m|}{c} = 4.0\times10^{-8}[T]$ 1+2



$\vec{E} = |\vec{E}_m|[V/m]\cos(kz - \omega t + \phi)(-\hat{\imath})$ 1+1+2

$\vec{B} = |\vec{B}_m|[T]\cos(kz - \omega t + \phi)(-\hat{\jmath})$ 1+1+2

$\vec{S} = \dfrac{\vec{E}\times\vec{B}}{\mu_0} = \dfrac{|\vec{E}_m||\vec{B}_m|\cos^2(kz - \omega t + \phi)(+\hat{k})}{\mu_0} = 0.38\left[\dfrac{W}{m^2}\right]\cos^2(kz - \omega t)(+\hat{k})$ 2+2+2

$\vec{E}(0,0) = |\vec{E}_m|\cos\phi(-\hat{\imath})$ vibra en la dirección $-x \Rightarrow \phi = 0$. 2

$k = \dfrac{2\pi}{\lambda} = 8.98\times10^{6}[m^{-1}\,rad]$ 1+1

$\omega = kc = 8.98\times10^{6}\times 3\times10^{8}$
$= 2.69\times10^{15}[rad\,s^{-1}]$ 2+1