Física III
clase 2 (15/03/2010)

Profesor: M. Antonella Cid
Departamento de Física, Facultad de Ciencias
Universidad del Bío-Bío

Carreras: Ingeniería Civil Civil, Ingeniería Civil Mecánica, Ingeniería Civil Industrial

Ecuación de la onda viajera

- La expresión más general para una onda que viaja en la dirección x positiva es:

número de onda

$$\boxed{y(t,x) = y_m \sin(kx - \omega t - \phi)}$$

amplitud frecuencia angular

donde $kx - \omega t + \phi$ se denomina ***fase de la onda*** y ϕ es la ***constante de fase***

- Dado que las funciones sinusoidales tienen período 2π y hemos denominado T al período del movimiento, tenemos que $T = 2\pi/\omega$

- Propiedad de las funciones sinusoidales: $|\sin\alpha, \cos\alpha| \leq 1$

Ejemplos

- Una onda sinusoidal viaja en la dirección x positiva con una amplitud de 15 *[cm]*, $\lambda=40$ *[cm]* y $f=8$*[Hz]*. Encuentre k, T, ω y la velocidad de propagación. Además, encuentre la constante de fase si $y(0,0)=10.7$*[cm]* y escriba la función de onda.

- En qué dirección se propagan las ondas:

$$f(t,y) = f_m \cos(-ky + \omega t)$$
$$f(t,z) = f_m \sin(-kz - \omega t)$$

Movimiento de un elemento de medio

- Para una onda armónica viajera, cualquier ***"elemento de medio"*** experimenta M.A.S. respecto de su posición de equilibrio. Este movimiento es con la misma frecuencia y la misma amplitud que el movimiento ondulatorio

$$\boxed{y(t,x) = y_m \sin(kx - \omega t - \phi)}$$

- Para un elemento particular en $x = x_1$:

$$\boxed{y(t) = y_m \sin(-\omega t - (\phi - kx_1)) = -y_m \sin(\omega t + \phi')}$$

Movimiento de un elemento de medio

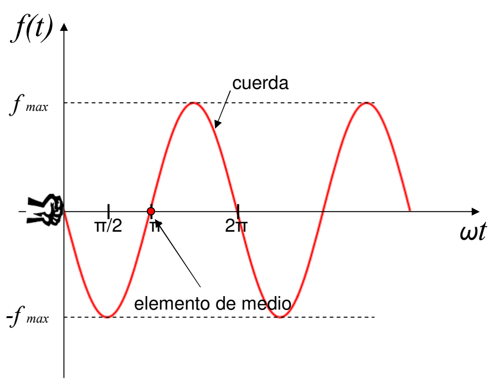
- Para una onda armónica viajera, cualquier ***“elemento de medio”*** experimenta M.A.S. respecto de su posición de equilibrio. Este movimiento es con la misma frecuencia y la misma amplitud que el movimiento ondulatorio

$$y(t,x) = y_m \sin(kx - \omega t - \phi)$$

- Para un elemento particular en $x = x_1$:

$$y(t) = y_m \sin(-\omega t - (\phi - kx_1)) = -y_m \sin(\omega t + \phi')$$

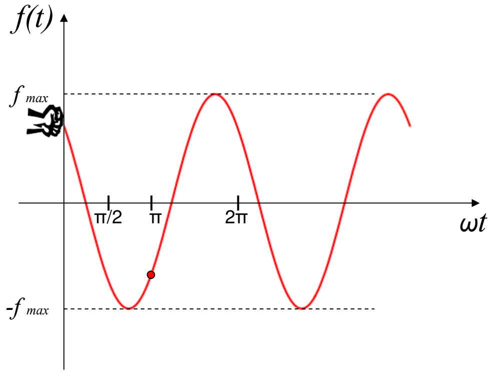
Movimiento de un elemento de medio



$$f(t,x_1) = f_{max} \sin(kx_1 - \omega t - \phi)$$

UNIVERSIDAD DEL BIO-BIO

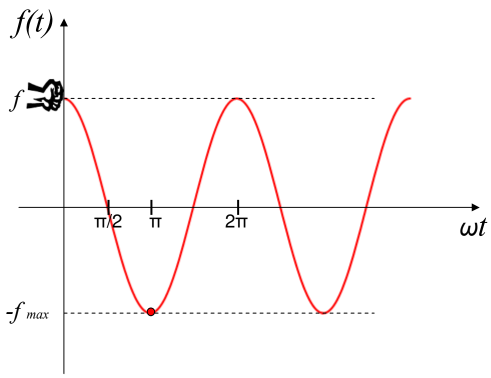
Movimiento de un elemento de medio



$$f(t, x_1) = f_{max} \sin(kx_1 - \omega t - \phi)$$

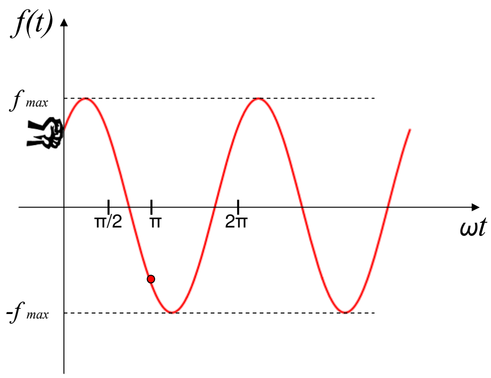
UNIVERSIDAD DEL BIO-BIO

Movimiento de un elemento de medio



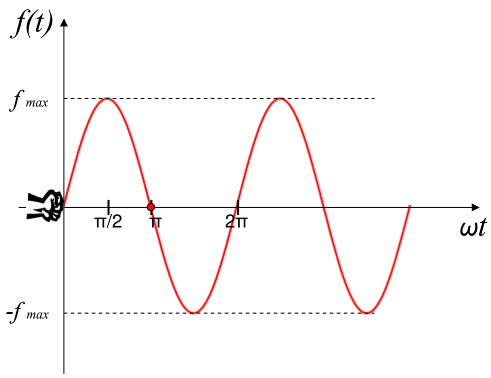
$$f(t, x_1) = f_{max} \sin(kx_1 - \omega t - \phi)$$

Movimiento de un elemento de medio



$$f(t, x_1) = f_{max} \sin(kx_1 - \omega t - \phi)$$

Movimiento de un elemento de medio



$$f(t, x_1) = f_{max} \sin(kx_1 - \omega t - \phi)$$

Movimiento de un elemento de medio

$$\boxed{y(t,x) = y_m \sin(kx - \omega t - \phi)}$$

Velocidad transversal de un elemento de medio:

$$v_y = \left(\frac{dy}{dt}\right)_{x=cte} = \frac{\partial y}{\partial t} = -\omega y_m \cos(kx - \omega t - \phi) \Rightarrow v_{y,max} = \omega y_m$$

Aceleración transversal de un elemento de medio:

$$a_y = \left(\frac{dv_y}{dt}\right)_{x=cte} = \frac{\partial v_y}{\partial t} = -\omega^2 y_m \sin(kx - \omega t - \phi) \Rightarrow a_{y,max} = \omega^2 y_m$$

Ambos valores no son máximos simultáneamente. La velocidad es máxima cuando $y = 0$, mientras que la aceleración alcanza su valor máximo cuando $y = \pm y_m$ (mire el argumento de las funciones sinusoidales).
* Las funciones seno y coseno están desfasadas en π/2:

$$\sin(\alpha) = \cos(\alpha - \pi/2)$$

Velocidad de las ondas en cuerdas

- La ***velocidad de fase*** de la onda depende de las propiedades del medio en el cual se propaga la onda
- Una onda que se propaga en una cuerda tensa tiene dos propiedades de las cuales puede depender la velocidad: su ***densidad lineal de masa*** ρ y la ***tensión*** $|\vec{T}|$ en la cuerda:

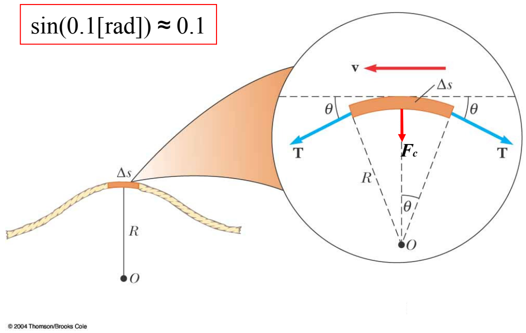
$$v \propto |\vec{T}|^i \rho^j \xrightarrow[\text{dimensional}]{\text{análisis}} \begin{matrix} i = 1/2 \\ j = -1/2 \end{matrix}$$

UNIVERSIDAD DEL BIO-BIO

Velocidad de las ondas en cuerdas

Consideramos la segunda ley de Newton para un pequeño “elemento de medio” en un marco de referencia que se mueve a velocidad constante con el pulso.
Al sumar vectorialmente las fuerzas notamos que la resultante “apunta al centro”.
Asociamos una aceleración centrípeta.
Validez: amplitud de la onda pequeña comparada con el largo de la cuerda

$\boxed{\sin(0.1[\text{rad}]) \approx 0.1}$

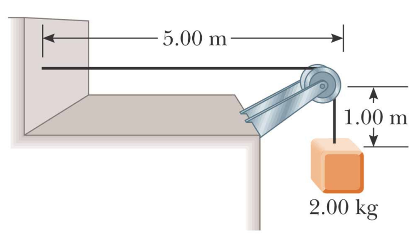


$$
\begin{aligned}
F_c &= 2|\vec{T}|\sin\theta \simeq 2|\vec{T}|\theta \\
F_c &= ma_c = m\frac{v^2}{R} \\
m &= \rho\Delta s = 2\rho R\theta
\end{aligned}
$$

$$\boxed{v = \sqrt{\frac{|\vec{T}|}{\rho}}}$$

UNIVERSIDAD DEL BIO-BIO

Ejemplo



Una cuerda uniforme tiene una masa de *0.3 [kg]* y una longitud de *6 [m]*, la cuerda pasa por una polea y soporta un objeto de *2 [kg]*. Encuentre la velocidad de un pulso que viaja en la cuerda

Ejemplo

- Un astronauta en la Luna desea medir el valor de la aceleración de gravedad local.
- El método que usará consiste en medir el tiempo que le toma a un pulso viajar hacia abajo por una cuerda que tiene un objeto masivo suspendido en el otro extremo.
- La cuerda que usa tiene una masa de *4 [g]* y una longitud de *1.6 [m]*, mientras que la masa suspendida es de 3 [kg].
- Considerando que al pulso le toma *36.1 [ms]* en atravesar la longitud de la cuerda, calcule la aceleración de gravedad de la Luna

Próxima clase:

- Conservación de energía
- Deducción de la ecuación de onda para una cuerda