Física II
clase 8 (06/04)

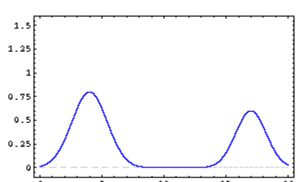
Profesor: M. Antonella Cid
Departamento de Física, Facultad de Ciencias
Universidad del Bío-Bío

Carrera: Ingeniería Civil Informática

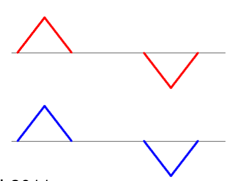
Principio de Superposición

Cuando varias ondas se combinan en un punto, el desplazamiento de cualquier elemento de medio en un tiempo dado es la suma vectorial de los desplazamientos que produciría cada onda individual que actúe por sí sola, esto se denomina ***Principio de Superposición***

El principio de superposición de ondas no siempre es válido!
Para ondas mecánicas en medios elásticos el principio de superposición es válido cuando la fuerza de restitución varía linealmente con el desplazamiento.

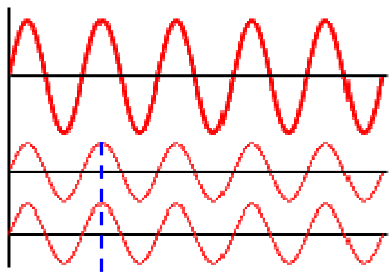


$$y(t,x) = y_1(t,x) + y_2(t,x)$$



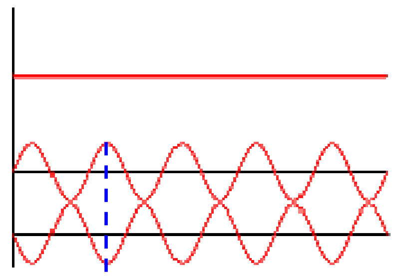
Superposición de ondas

Dos ondas en fase



max-max

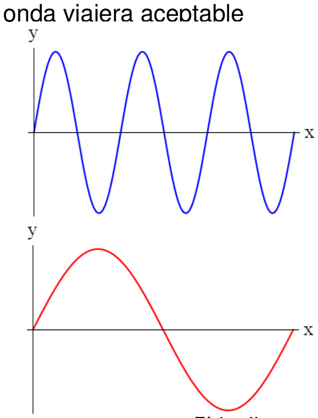
Dos ondas completamente desfasadas



max-min

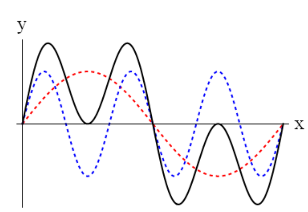
Patrones de onda complicados

Cuando dos o mas ondas diferentes, que pueden tener diferente amplitud y longitud de onda se hallan presentes simultáneamente en un medio, podemos aplicar el principio de superposición en cada punto y obtener un patrón de onda más complicado que no se parece a las ondas componentes. Sin embargo es una forma de onda viajera aceptable



$$y_1(t,x) = \sin\left(\frac{2\pi}{3\lambda}(x-vt)\right)$$

$$y_2(t,x) = \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda}(x-vt)\right)$$



$$y(t,x) = y_1(t,x) + y_2(t,x)$$

Superposición de Ondas

Cuando el principio de superposición es válido permite analizar un movimiento ondulatorio complicado con una combinación de ondas sencillas

A principios del s.XIX J. Fourier mostró que para construir la forma más general de una onda periódica, sólo necesitamos ondas armónicas simples

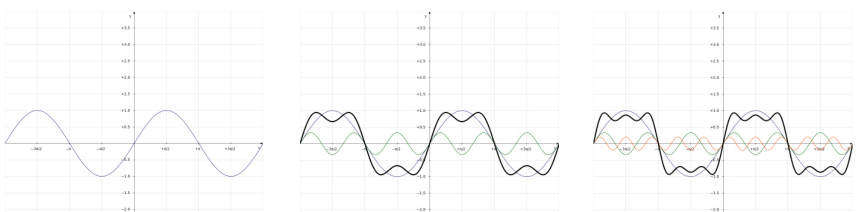
Serie de Fourier

$$\boxed{\begin{aligned} y(x) \quad = \quad & A_0 + A_1 \sin(kx) + A_2 \sin(2kx) + A_3 \sin(3kx) + \ldots \\ & + B_1 \cos(kx) + B_2 \cos(2kx) + B_3 \cos(3kx) + \ldots \end{aligned}}$$

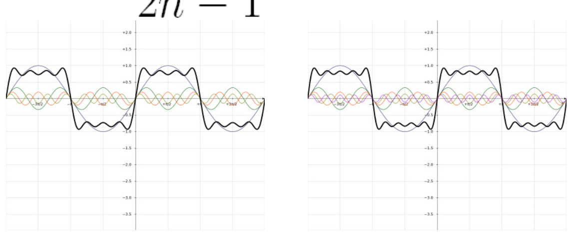
Si el movimiento no es periódico, la suma se reemplaza por una integral.

Las constantes A_0, A_1, ..., B_1, B_2,... deben escogerse adecuadamente para la onda que se quiere representar, el procedimiento se denomina ***análisis de Fourier***

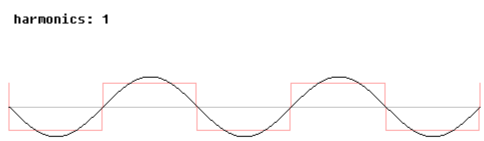
Superposición de Ondas



$$y_n(x) = \frac{y_m}{2n-1} \sin[(2n-1)kx]$$



Superposición Ondas

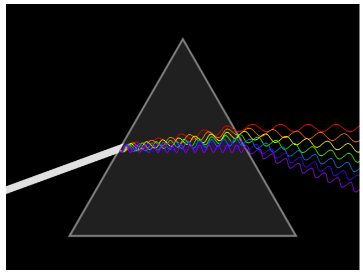


UNIVERSIDAD DEL BIO-BIO

Velocidad de grupo y dispersión

- La onda mantendrá su forma únicamente al viajar por un ***medio no dispersivo***
- En un medio dispersivo, las formas de onda de las ondas sinusoidales componentes no cambian, pero cada una de ellas puede viajar con una velocidad de fase diferente. En este caso, la forma de la onda combinada cambia al alterarse la relación de fase entre las componentes
- La ***dispersión*** ocurre porque las ondas componentes viajan a velocidades de fase diferentes
- La ***velocidad de grupo*** es la velocidad a la cual viaja la información o la energía en una onda real. No existe una relación sencilla entre la velocidad de fase de las componentes y la velocidad de grupo de la onda, depende de la dispersión del medio
- La onda puede cambiar también de forma si cede energía mecánica al medio cuando se presentan ***fuerzas disipativas*** (que dependen en general de la velocidad)

Dispersión de la luz



- En un medio no dispersivo todas las ondas componentes viajan con la misma velocidad de fase. El **aire** es un ejemplo de un medio aproximadamente no dispersivo. El **vacío** es un medio no dispersivo.
- En un medio no dispersivo, todas las ondas componentes viajan a la misma velocidad de fase y la velocidad de grupo de la onda resultante será igual al valor común de la velocidad de fase

Interferencia de Ondas

- Cuando dos o más ondas se combinan en un punto determinado, se dice que ellas interfieren y el fenómeno se conoce como ***interferencia***
- Consideremos dos ondas de igual amplitud, frecuencia y longitud de onda pero diferente fase:

$$y_1(t,x) = y_m \sin(kx - \omega t - \phi_1)$$
$$y_2(t,x) = y_m \sin(kx - \omega t - \phi_2)$$

$$y(t,x) = y_1(t,x) + y_2(t,x)$$

$$y(t,x) = y_m[\sin(kx - \omega t - \phi_1) + \sin(kx - \omega t - \phi_2)]$$

Interferencia de Ondas

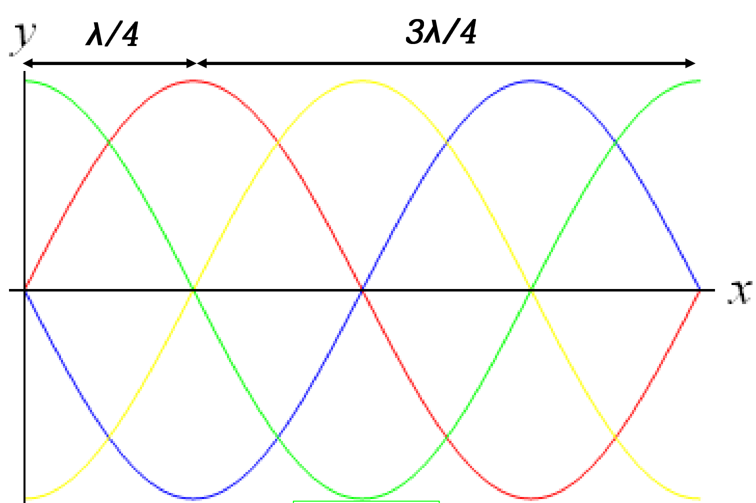
$$\boxed{y(t,x) = [2y_m \cos(\Delta\phi/2)] \sin[kx - \omega t - \phi']}$$

$$\phi' = \frac{\phi_1 + \phi_2}{2} \qquad \Delta\phi = \phi_2 - \phi_1$$ **: diferencia de fase**

- La onda resultante tiene una amplitud diferente, pero la misma frecuencia y longitud de onda que las componentes.
- Si la diferencia de fase es cero, se dice que **las ondas están en fase** y la amplitud de la resultante es el doble de la amplitud original.
- Si la diferencia de fase es cercana a 180°, la amplitud resultante es casi cero.

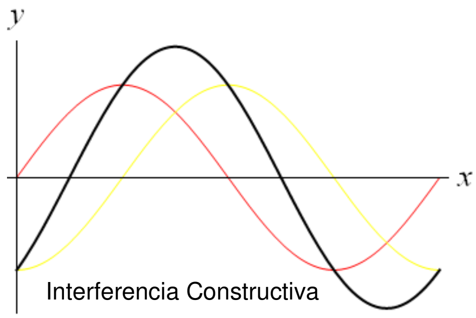
$$\sin\alpha + \sin\beta = 2\sin\left(\frac{1}{2}(\alpha+\beta)\right)\cos\left(\frac{1}{2}(\alpha-\beta)\right)$$

UNIVERSIDAD DEL BIO-BIO



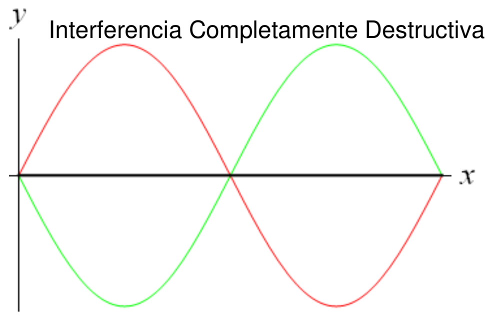
$\phi = \frac{\pi}{2}$ $\quad$ $\phi = \pi$ $\quad$ $\phi = \frac{3\pi}{2}$ $\quad$ $\phi = 0$

UNIVERSIDAD DEL BIO-BIO



La onda resultante al sumar 2 ondas de distinta fase es representada por la curva negra. La nueva onda tiene la misma longitud y frecuencia pero distinta amplitud, en este caso mayor que las componentes

Interferencia Completamente Destructiva



Ejemplo

- ¿Qué diferencia de fase existe entre dos ondas transversales idénticas que se mueven en la misma dirección a lo largo de una cuerda tensa para que la onda combinada tenga una amplitud 1.65 veces la amplitud común de las ondas componentes?

- Dos ondas viajan en la misma dirección a lo largo de una cuerda estirada. Las ondas están 90° fuera de fase. Si cada onda tiene una amplitud de 4.0 [cm], encuentre la amplitud de la onda resultante.

Ejemplo

- Dos ondas sinusoidales en una cuerda son definidas por:

$$y_1=2sin(20x-32t)$$

$$y_2=2sin(25x-40t)$$

donde y_1, y_2 y x están en [cm] y t en [s].

- ¿Cuál es la diferencia de fase entre estas dos ondas en el punto $x=5$ [cm] y $t=2$ [s]?
- ¿Cuál es el valor de x positivo más cercano al origen para el cual las dos fases difieren por π en $t=2$ [s]?