



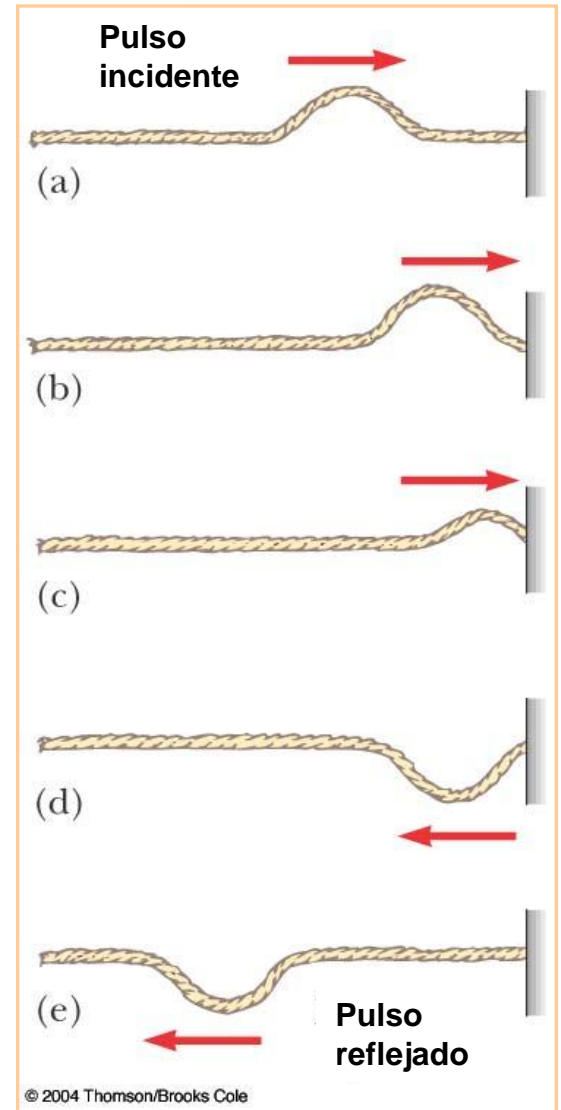
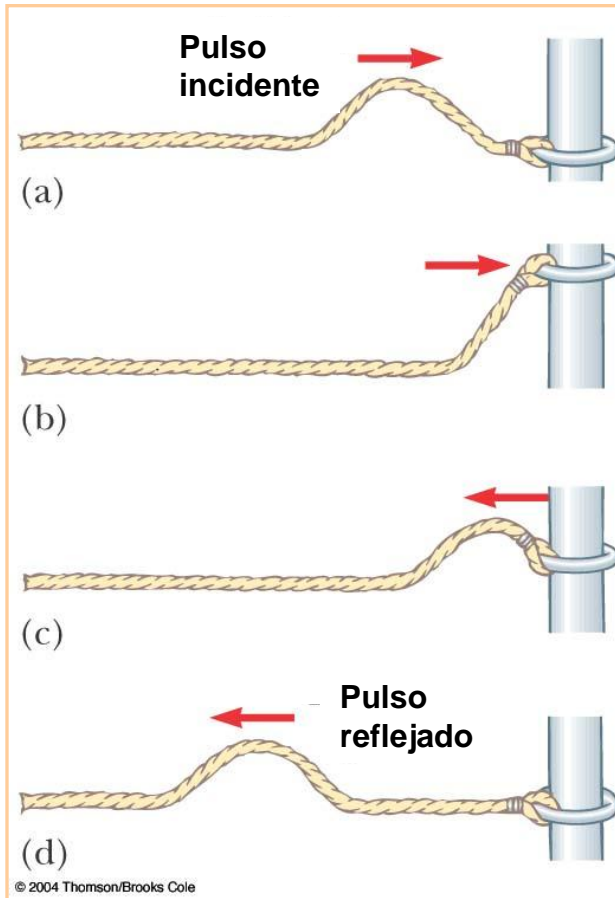
Física III (sección 3) (230006-230010) Ondas, Óptica y Física Moderna

Profesor: M. Antonella Cid
Departamento de Física, Facultad de Ciencias
Universidad del Bío-Bío

Carreras: Ingeniería Civil Civil, Ingeniería Civil
Mecánica, Ingeniería Civil Industrial

Reflexión

¿Qué ocurre si el medio no es uniforme?



Transmisión

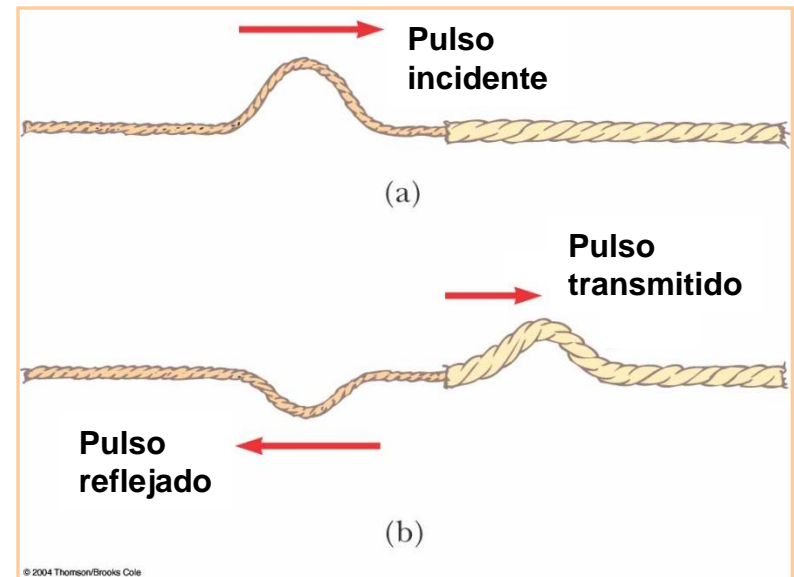
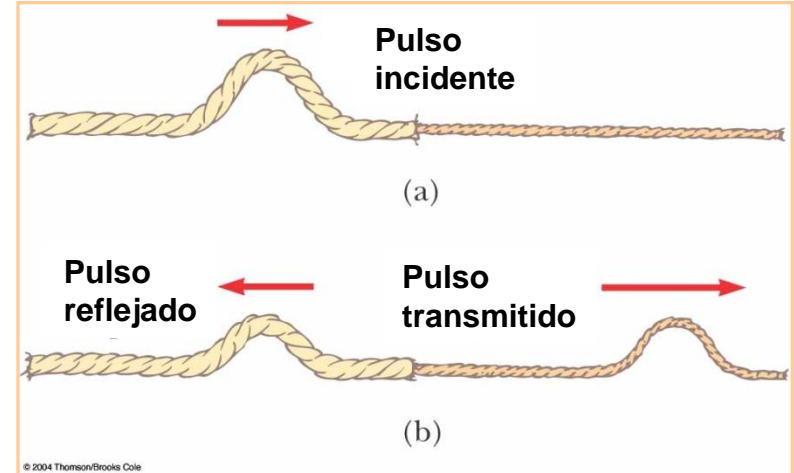
¿Qué ocurre si el medio no es uniforme?

Cuando una onda o un pulso viaja desde un medio C_1 a un medio C_2 y $v_1 < v_2$ (el medio C_1 es más denso que el medio C_2), la onda no se invierte bajo reflexión.

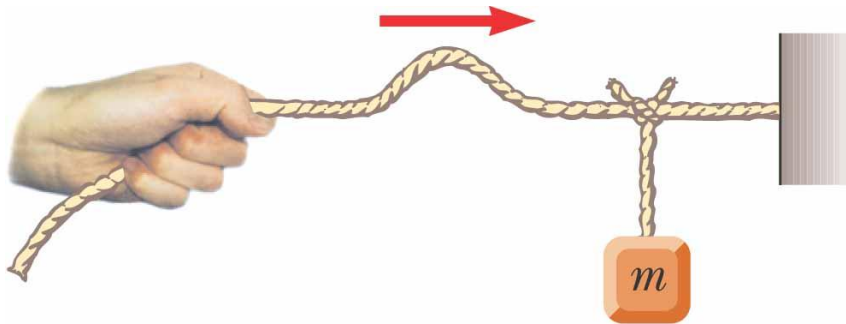
Cuando una onda viaja desde un medio C_1 a un medio C_2 y $v_2 < v_1$ (el medio C_2 es más denso que C_1), la onda se invierte bajo reflexión.

Cuando una onda cambia de medio debe mantener su frecuencia, luego:

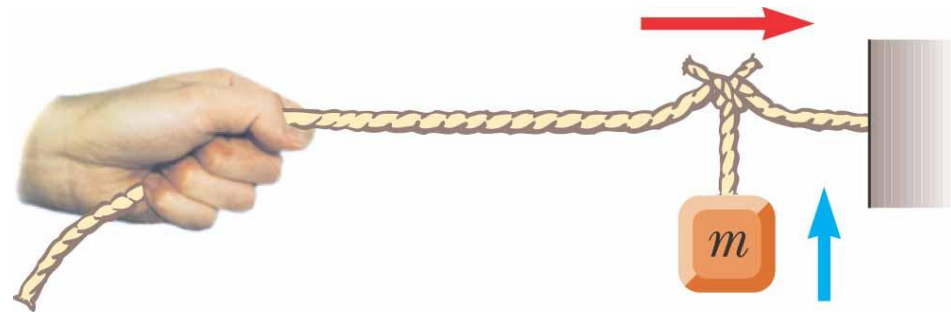
$$f_1 = f_2 \Rightarrow \frac{v_1}{\lambda_1} = \frac{v_2}{\lambda_2}$$



Energía en una onda



© 2004 Thomson/Brooks Cole



© 2004 Thomson/Brooks Cole

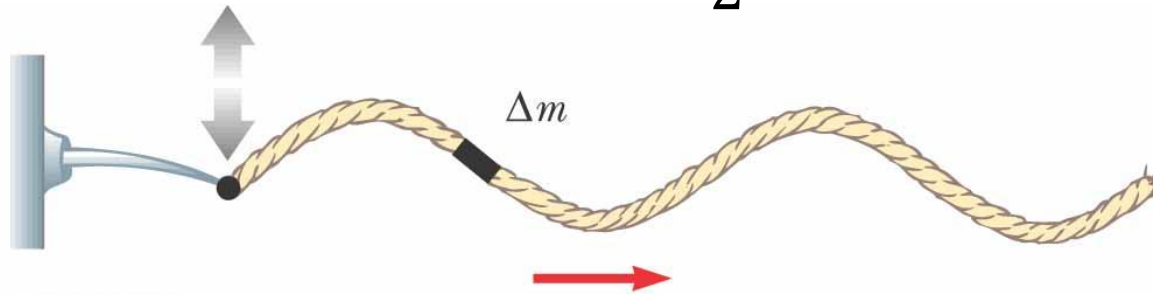
Energía cinética en una onda

Consideramos un “elemento de medio” de masa Δm y longitud Δx

La energía cinética asociada a este elemento de medio es $\Delta K = \frac{1}{2} v_y^2 \Delta m$

Si escribimos la masa en términos de la densidad y los Δ como diferenciales:

$$dK = \frac{1}{2} v_y^2 \rho dx \quad \Rightarrow \quad dK = \frac{1}{2} \omega^2 y_m^2 \rho [\cos(kx - \omega t)]^2 dx$$



© 2004 Thomson/Brooks Cole

$$y(t, x) = y_m \sin(kx - \omega t)$$

$$v_y(t) = \frac{\partial y}{\partial t} = -\omega y_m \cos(kx - \omega t)$$

Energía cinética en una onda

- Para una foto de la onda en $t = 0$ (puede ser cualquier instante t):

$$dK = \frac{1}{2} \omega^2 y_m^2 \rho [\cos(kx)]^2 dx$$

- Integrando entre 0 y λ (en una longitud de onda):

$$K_\lambda = \int_0^\lambda dK = \frac{1}{2} \omega^2 y_m^2 \rho \int_0^\lambda [\cos(kx)]^2 dx = \frac{1}{2} \omega^2 y_m^2 \rho \frac{\lambda}{2}$$

$$K_\lambda = \frac{1}{4} \omega^2 y_m^2 \rho \lambda$$

$$\int_0^\lambda [\cos(kx)]^2 dx = \int_0^\lambda [\sin(kx)]^2 dx = \frac{\lambda}{2} \quad \int_0^\lambda \cos(kx) dx = \int_0^\lambda \sin(kx) dx = 0$$

Energía potencial en una onda

- Para la energía potencial en $t = 0$ consideramos como nivel de referencia el estado de equilibrio de la cuerda, donde $y = 0$
- Energía potencial gravitatoria

$$dU_g = dm g y(0, x) = \rho g y(0, x) dx = \rho g y_m \sin(kx) dx$$

$$U_{g\lambda} = \rho g y_m \int_0^\lambda \sin(kx) dx = 0$$

- Energía potencial del M.A.S. $U_{MAS} = \frac{1}{2}ky^2 = \frac{1}{2}m\omega^2y^2$

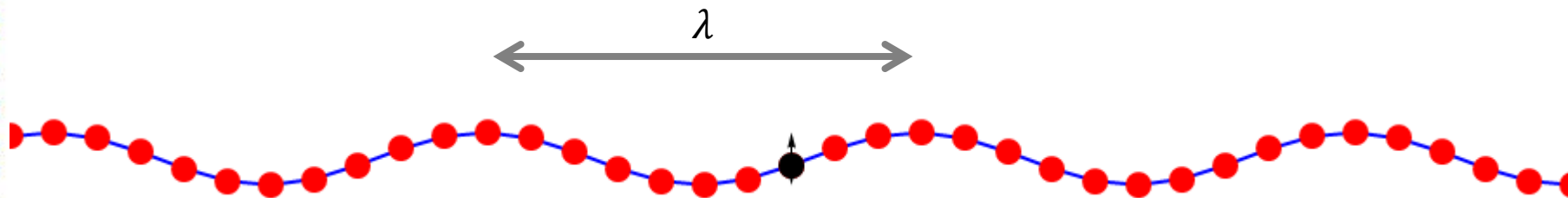
$$U_{MAS\lambda} = \frac{1}{2}\rho\omega^2y_m^2 \int_0^\lambda [\sin(kx)]^2 dx = \frac{1}{4}\rho\omega^2y_m^2\lambda$$



Energía mecánica en una onda

- La energía mecánica en una longitud de onda es dada por:

$$E_{\lambda} = K_{\lambda} + U_{\lambda} = \frac{1}{2} \rho \omega^2 y_m^2 \lambda$$



Potencia promedio en una onda

- Como la onda se mueve por la cuerda, esta energía pasa por un punto dado de la cuerda en un intervalo de tiempo de un período de oscilación.
- La potencia promedio, o tasa de transferencia de energía asociada a la onda es dada por:

$$\bar{\mathcal{P}} = \frac{\Delta E}{\Delta t} = \frac{E\lambda}{T} = \frac{1}{2}\rho\omega^2 y_m^2 \frac{\lambda}{T} = \frac{1}{2}\rho\omega^2 y_m^2 v$$

- La tasa de transferencia de energía en cualquier onda sinusoidal es proporcional al cuadrado de la frecuencia y al cuadrado de la amplitud de la onda

Potencia instantánea en una onda

- La potencia se define como: $\wp = \frac{dW}{dt} = \frac{\vec{F} \cdot d\vec{r}}{dt} = \vec{F} \cdot \vec{v}$
- Nos concentramos en un elemento de medio, para el cual la fuerza que actúa es paralela a la velocidad

$$\wp = F_y v_y = \left(|\vec{T}| \frac{\partial y}{\partial x} \right) \frac{\partial y}{\partial t}$$

$$\wp = \rho \omega^2 y_m^2 v \cos(kx - \omega t - \phi)^2$$

- La potencia promedio se obtiene como:

$$\bar{\wp} = \frac{1}{T} \int_t^{t+T} \wp dt = \frac{1}{2} \rho \omega^2 y_m^2 v$$



Ejemplo

- Una cuerda tensa con densidad $\rho = 5 \times 10^{-2} [kg/m]$ se somete a una tensión de $80 [N]$. ¿Cuánta potencia debe suministrarse a la cuerda para generar ondas sinusoidales a una frecuencia de $60 [Hz]$ y una amplitud de $6 [cm]$?
- Si la cuerda debe transferir energía a una tasa de $1000 [W]$ ¿cuál debe ser la amplitud necesaria si todos los otros parámetros permanecen iguales?

Ejemplo

- La función de onda para una onda en una cuerda tensa es:

$$y(t, x) = 0.35[m] \sin\left(10\pi t - 3\pi x + \frac{\pi}{4}\right)$$

donde x está en metros y t en segundos.

- ¿Cuál es la tasa promedio a la cual se transmite energía en la cuerda si su densidad lineal de masa es 75 [g/m] ?
- ¿Cuál es la energía en cada ciclo de la onda?

