UNIVERSIDAD DEL BÍO-BÍO
FACULTAD DE CIENCIAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA

Problema 1:. Dado $m \in \mathbb{R}$, considere la siguiente matriz $A = \begin{bmatrix} m & 3 & 1 \\ 3 & 6 & 3 \\ 1 & 8 & 1 \end{bmatrix}$

(a) Determine el valor de $m \in \mathbb{R}$ de modo que **NO** se pueda efectuar la descomposición LU de A.

(b) Considerando el valor de m obtenido en (a), realice la factorización $PA = LU$.

(c) Plantee los sistemas de ecuaciones si se quiere resolver $Ax = b$ mediante la factorización de la parte (b).

(a) Claramente para $m=0$ no se puede efectuar la descomposicion LU. Por otro lado, al hacer eliminacion Gaussiana de A se tiene. ($m \neq 0$).

$$\begin{pmatrix} m & 3 & 1 \\ 3 & 6 & 3 \\ 1 & 8 & 1 \end{pmatrix} \xrightarrow[-\frac{f_1}{m} + f_3]{-f_1 \cdot \frac{3}{m} + f_2} \begin{pmatrix} m & 3 & 1 \\ 0 & 6 - 9/m & 3 - 3/m \\ 0 & 8 - 9/m & 1 - 3/m \end{pmatrix}$$

Notamos que, para continuar la eliminación necesitamos $6 - 9/m \neq 0 \Rightarrow m \neq \frac{3}{2}$. Sol: $m \in \{0, \frac{3}{2}\}$.

(b) Podemos considerar $m = 0$.

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 3 & 1 \\ 3 & 0 & 3 \\ 1 & 8 & 1 \end{pmatrix} \Rightarrow \xrightarrow{f_1 \leftrightarrow f_3} \begin{pmatrix} 1 & 8 & 1 \\ 3 & 6 & 3 \\ 0 & 3 & 1 \end{pmatrix}$$

$$P = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 8 & 1 \\ 0 & -18 & 0 \\ 0 & 3 & 1 \end{pmatrix} \rightarrow \underbrace{\begin{pmatrix} 1 & 8 & 1 \\ 0 & -18 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}}_{U}$$

$$L = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 3 & 1 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{6} & 0 \end{pmatrix}$$