UNIVERSIDAD DEL BÍO-BÍO
FACULTAD DE CIENCIAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA

Métodos Numéricos 220138: Evaluación 3

Complete los problemas 1–4. Explique el desarrollo cuidadosamente. Si utiliza un resultado visto en clases, dejar claro qué resultado se está utilizando y justificar su uso.

Problema 1: (15 pts.) Considere la integral:

$$\int_1^2 (x^5 + 2x^3 + x)dx.$$

Aproxime su valor mediante:

a) La regla de **Simpson compuesta** con $n = 2$ (es decir 4 subintervalos).

b) Usando regla de integración de la forma:

$$\int_{-1}^1 f(t)dt \approx \sum_{i=1}^n A_i f(t_i)$$

Donde los nodos t_i en el intervalo $[-1, 1]$, como los coeficientes A_i de la regla se encuentran tabulados para $n = 3$:

n	t_i	A_i
3	-0.774596669241483	0.555555555555555
	0.000000000000000	0.888888888888889
	0.774596669241483	0.555555555555555

Calcular el error de la aproximación obtenida para cada caso.

Indicación [b)]: Considere el cambio de variables:

$$x(t) = \frac{a+b}{2} + \frac{b-a}{2}t$$

para obtener

$$\int_a^b f(x)dx = \frac{b-a}{2}\int_{-1}^1 f(x(t))dt.$$

Problema 2: (15 pts.) Considere la siguiente tabla de datos

x	-1	0	1
$f(x)$	6	3	2

a) Aproximar $f'(0)$ utilizando la regla de derivación numérica de 3 pasos vista en clases.

a) Encuentre el polinomio de interpolación $p(x)$ mediante polinomios de Lagrange y calcule $p'(0)$. Compare con el resultado anterior y comente la relación entre ambos valores.

Problema 3: (15 pts.)

a) Aplique el método de Euler explícito para aproximar la solución del siguiente problema de valor inicial

$$y' = \sin(y) - (y/t)^2, \quad 1 \leq t \leq 2, \quad y(1) = 1.$$

b) Plantear la solucin del PVI anterior considerando el método de Euler implícito y resolviendo el problema no lineal mediante Newton-Raphson.

Problema 4: (15 pts.)

a) Transforme el siguiente problema de orden superior en un sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias de primer order y aplique el método de Euler explícito para aproximar las soluciones

$$y''((y')^2 + 1) - 2\cos(y)y = te^t - t, \quad 0 \leq t \leq 1, \quad y(0) = y'(0) = 0.$$

b) Al PVI anterior aplicar el método de Euler implícito resolviendo el problema no lineal mediante Newton.