UNIVERSIDAD DEL BÍO-BÍO
FACULTAD DE CIENCIAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA
Miercoles 6/12, 2017

MÉTODOS NUMÉRICOS 220138: EVALUACIÓN 2

Complete los problemas 1–4. Explique el desarrollo cuidadosamente. Si se utiliza un resultado visto en clases, dejar claro qué resultado se está utilizando y justificar su uso.

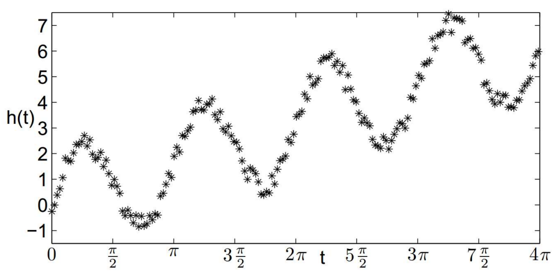
Problema 1: (15 pts)

(a) Justificando adecuadamente, demostrar que la iteración de punto fijo $x_n = \frac{1}{2}x_{n-1} + \frac{1}{x_{n-1}}$ para $n \geq 1$, converge a $2^{1/2}$ cuando $x_0 > \sqrt{2}$.

(b) Utilizando que $0 < (x_0 - \sqrt{2})^2$ cuando $x_0 \neq \sqrt{2}$, mostrar que para $0 < x_0 < \sqrt{2}$, entonces $x_1 > \sqrt{2}$.

(c) Mediante (a) y (b), concluir que la iteracion de punto fijo converge a $\sqrt{2}$ cuando $x_0 > 0$.

Problema 2: (15 pts). En la figura se muestran una serie de mediciones de una cantidad h que depende de una variable t. En la tabla se muestran algunos de estos datos:



t	0	6	7	9	12
$h(t)$	0.0000	1.9269	5.4812	2.9980	4.1888

Proponga, mediante un análisis justificado, un modelo para estos datos y ajústelo por mínimos cuadrados a la tabla.

Problema 3: (15 pts). Se dispone de los puntos $\{(x_0, 2), (x_1, 1), (x_2, 4)\}$ y se sabe que los polinomios de Lagrange asociados a dichos puntos satisfacen:

$$\begin{aligned} \ell_0'(x) &= x - \frac{1}{2} \\ \ell_1(x) &= 1 - x^2 \\ \ell_2''(x) &= 1 \end{aligned}$$

a) Determine los valores de x_0, x_1, x_2 y el polinomio que interpola dichos datos.

b) Determine una aproximación de los datos en el sentido de mínimos cuadrados considerando el modelo

$$y = bxe^{ax}.$$

Problema 4: (15 pts). Considere la siguiente función por tramos:

$$S(x) = \begin{cases} S_0(x) = -\frac{7}{3} + A(x-1)^2 + B(x-1)^3, & x \in [1,3] \\ S_1(x) = 1 + 3(x-3) + C\,(x-3)^2 - D(x-3)^3, & x \in [3,4] \end{cases}$$

determine los coeficientes A, B, C y D de modo que la función anterior sea una spline cúbica con condiciones de borde: $S'(1) = S'(4) = 0$.