



MÉTODOS NUMÉRICOS 220138: EVALUACIÓN 2

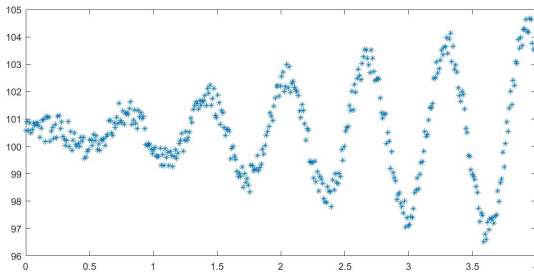
Complete los problemas 1–4. Explique el desarrollo cuidadosamente. Si se utiliza un resultado visto en clases, dejar claro qué resultado se está utilizando y justificar su uso.

**Problema 1: (15 pts)** Demostrar la existencia y unicidad de un punto fijo de la función

$$f(x) = \frac{3}{x-2}$$

en el intervalo  $[-2, -\frac{1}{2}]$ . Aplicar el algoritmo del punto fijo partiendo en  $x_0 = -2$  hasta completar dos iteraciones.

**Problema 2: (15 pts).** En la figura se muestran una serie de mediciones de una cantidad  $h$  que depende de una variable  $t$ . En la tabla se muestran algunos de estos datos:



$t$	0	1	2	3	4
$h(t)$	100.92	100.24	102.28	97.13	103.72

Proponga, mediante un análisis justificado, un modelo para estos datos y ajústelo por mínimos cuadrados a la tabla.

**Problema 3: (15 pts).** Considere la siguiente tabla de datos:

$x$	0.1	0.5	1	1.5
$f(x)$	3	5	1	3

- Cual es el polinomio de menor grado que **interpola** los datos de la tabla?. Plantear el sistema de ecuaciones que permite calcular tal polinomio.
- Determine una aproximación de los datos en el sentido de mínimos cuadrados considerando el modelo

$$y = \frac{2}{1 + \exp(-\alpha - \beta x)}$$

donde  $\exp$  es la función exponencial.

**Problema 4: (15 pts).** Considere la siguiente función por tramos:

$$S(x) = \begin{cases} S_0(x) = A + (x-1)^2 + B(x-1)^3, & x \in [1, 3] \\ S_1(x) = 1 + C(x-3) + \frac{1}{2}(x-3)^2 - D(x-3)^3, & x \in [3, 4] \end{cases}$$

determine los coeficientes  $A$ ,  $B$ ,  $C$  y  $D$  de modo que la función anterior sea una spline cúbica con condiciones de borde:  $S'(1) = S'(4) = 0$ .