



MÉTODOS NUMÉRICOS 220138: EVALUACIÓN 1

Complete los problemas 1–3. Explique el desarrollo cuidadosamente. Si se utiliza un resultado visto en clases, dejar claro qué resultado se está utilizando y justificar su uso.

Problema 1: (15 pts). Dado $m \in \mathbb{R}$, considere la siguiente matriz $A = \begin{bmatrix} m & 2 & 1 \\ 2 & 4 & 3 \\ 1 & 8 & 1 \end{bmatrix}$

- Determine el valor de $m \in \mathbb{R}$ de modo que **NO** se pueda efectuar la descomposición LU de A .
- Considerando el valor de m obtenido en (a), realice la factorización $PA = LU$.
- Plantee los sistemas de ecuaciones si se quiere resolver $Ax = b$ mediante la factorización de la parte (b).

Problema 2: (20 pts). Dado $\alpha \in \mathbb{R}$, considere la siguiente matriz $A = \begin{bmatrix} 16 & \alpha & 0 \\ \alpha & 5 & 2 \\ 0 & 2 & 2 \end{bmatrix}$.

- Obtenga los valores de $\alpha \in \mathbb{R}$ de modo que la matriz A sea definida positiva.
- Luego considere $\alpha = 4$ y obtenga la factorización de Cholesky $A = LL^T$.
- Calcular $\|L\|_1$ y $\|L\|_\infty$.

Problema 3: (25 pts). Dado el sistema lineal

$$\begin{aligned} 6x_1 + 3x_2 &= 3 \\ 3x_1 + 4x_2 + 2x_3 &= 1 \\ 2x_2 + 2x_3 &= 2 \end{aligned}$$

- Escriba los esquemas iterativos de Jacobi y Gauss-Seidel identificando explícitamente las matrices de iteración M_J y M_{G-S} .
- Encuentre $\sigma(M_J)$ y $\rho(M_J)$. Es el método convergente?.
- Si el método de Jacobi resulta convergente, decida cual de los dos métodos converge más rápidamente sabiendo que $\sigma(M_G) \approx \{0, 0.875\}$.