



MÉTODOS NUMÉRICOS 220070: EVALUACIÓN 1

Complete los problemas 1–3. Explique el desarrollo cuidadosamente. Si se utiliza un resultado visto en clases, dejar claro qué resultado se está utilizando y justificar su uso.

Problema 1: (15 pts.) La caja de cambios automática de cierto automóvil tiene dos piezas con forma de cono circular recto, aproximar el error absoluto y el error relativo cometidos en el cálculo del área lateral ($A = \pi r \sqrt{r^2 + h^2}$) si la medición aproximada en uno de los conos se han obtenido $r = 13,5\text{cm}$ y $h = 20,1\text{cm}$ con un error absoluto de 2mm cada uno.

Problema 2: (20 pts.) Dado $\alpha \in \mathbb{R}$, considere la siguiente matriz $A = \begin{bmatrix} 2 & \alpha & -1 \\ \alpha & 2 & 1 \\ -1 & 1 & 2 \end{bmatrix}$.

- Obtenga los valores de $\alpha \in \mathbb{R}$ de modo que la matriz A sea definida positiva.
- Luego considere $\alpha = 0$ y obtenga la factorización de Cholesky $A = LL^T$.
- Calcular $\|L\|_1$ y $\|L\|_\infty$.

Problema 3: (25 pts.) Dado el sistema lineal

$$\begin{cases} 3x + 2y = 3 \\ x + 4y + 2z = 1 \\ 2y + 4z = 4 \end{cases}$$

- Escriba los esquemas iterativos de Jacobi y Gauss-Seidel identificando explícitamente las matrices de iteración T_J y T_G .
- Encuentre $\sigma(T_J)$ y $\rho(T_J)$.
- Justificar porqué el método de Jacobi es convergente. Suponga ahora que el $\sigma(T_G) = \{0, 0.4167\}$ Cual de los 2 métodos iterativos, Jacobi o Gauss-Seidel converge más rápido?.
- Considere $[x^0, y^0, z^0]^T = [0, 0, 0]^T$. Calcular las dos primeras aproximaciones utilizando el método de Jacobi.