UNIVERSIDAD DEL BÍO-BÍO
FACULTAD DE CIENCIAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA
Viernes 13/03, 2020

Métodos Numéricos 220138: Tarea 3
Fecha de entrega: Viernes 13/03, 2020.

Complete los problemas 1–5. Los problemas de desarrollo serán entregados en clase o enviados al correo pvenegas@ubiobio.cl. Enviar por correo los programas utilizados para resolver los problemas de Matlab.

Problema de desarrollo.

Problema 1:

a) Aplique el método de Euler explícito para aproximar la solución del siguiente problema de valor inicial

$$y' = \sin(y)e^{yt} - y^3, \quad 1 \leq t \leq 2, \quad y(1) = 1.$$

b) Plantear la solución del PVI anterior considerando el método de Euler implícito y resolviendo el problema no lineal mediante Newton-Raphson.

Problema 2:

a) Transforme el siguiente problema de orden superior en un sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias de primer order y aplique el método de Euler explícito para aproximar las soluciones

$$y''(y')^3 + 2y'\cos(y) = t^2 + 1, \quad 0 \leq t \leq 1, \quad y(0) = 0, \; y'(0) = 1.$$

b) Realizar 2 iteraciones del método de Euler explícito con $h = 0.1$.

Problema de Matlab.

Problema 3:. Para cada uno de los siguientes problemas de valores iniciales, se pide escribir un rutero en Matlab en el cual se describa paso a paso la resolución, la gráfica de la solución numérica y la solución exacta (cuando sea indicada). Considerar la función *ode45* de Matlab para resolver los problemas de valor inicial.

a) **P.V.I**:

$$y' = 1 + y/t + (y/t)^2, \quad 1 \leq t \leq 3, \quad y(1) = 0; \quad \text{sol. exacta: } y(t) = t\tan(\log t)$$

b) **Ec. Orden superior**: Suponga que el desplazamiento de una partícula se describe mediante la siguiente ecuación diferencial:

$$x''(x')^2 - 16\sin x - x'x = 0, \quad 1 \leq t \leq 5, \quad x(0) = 0, \quad x'(0) = 1.$$

Transformar el problema en un sistema de ecuaciones difereciales de orden 1 y calcular la solución mediante *ode45*. Graficar, de forma separada, el desplazamiento x y velocidad dx/dt de la partícula.

Problema 4: Los métodos numéricos para resolver el P.V.I.

$$\begin{cases} y'(x) = f(x, y(x)), & x \in [a, b], \\ y(a) = y_0 \text{ dado,} \end{cases}$$

se basan en tomar una partición en N subintervalos del intervalo $[a, b]$,

$$a = x_0 < x_1 < \cdots < x_N = b,$$

y obtener **sucesivamente** N números $y_1, y_2, \ldots, y_N$ (solución numérica) que aproximan a los valores $y(x_1), \ldots, y(x_N)$ de la solución exacta en los **nodos** $x_1, \ldots, x_N$.

Típicamente los nodos se escogen equiespaciados; es decir, están definidos por

$$x_i = a + ih, \quad i = 0, \ldots, N, \qquad \text{con } h = \frac{b-a}{N}.$$

h se llama paso de discretización.

Método de Euler explícito.: Usando nodos x_i equiespaciados obtenemos el siguiente algoritmo:

Algoritmo (Euler Explicito)
Para $i = 0, \ldots, N-1$
$\quad x_i = a + ih$
$\quad y_{i+1} = y_i + hf(x_i, y_i)$
fin i.

Dado el problema de valor inicial

$$y' = 1 + y/t + (y/t)^2, \quad 1 \leq t \leq 3, \quad y(1) = 0; \quad \text{sol. exacta: } y(t) = t\tan(\log t)$$

escribir un rutero en Matlab en el cual se describa paso a paso la resolución utilizando el método de Euler explícito, considerando $N = 10, 20, 40, 80, 160, 1000$. En una figura gráficar la solución numérica para cada N y la solución exacta.

Problema 5: Considere un circuito eléctrico como el de la Figura 1. El circuito propuesto tiene que ser modelado por un **sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias** y cada alumno debe presentar un circuito diferente (enviar la imagen del circuito y el sistema al correo pvenegas@ubiobio.cl para que estos no se repitan).

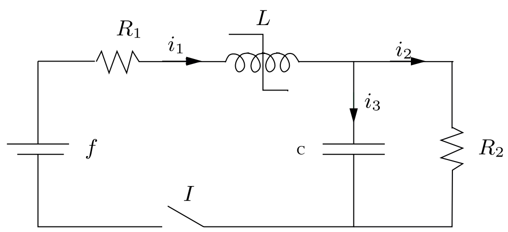

Figure 1: Circuito eléctrico

a) Escribir el sistema de ecuaciones diferenciales que permite modelar el circuito.

b) Utilizar la función *ode45* de Matlab para resolver el problema de valor inicial y graficar las variables de interés.

Indicación: Ver Laboratorio y Apuntes de Ecuaciones Diferenciales Ordinarias en la página del curso.