UNIVERSIDAD DEL BÍO-BÍO
FACULTAD DE CIENCIAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA

Métodos Numéricos 220138: LISTADO 3

1. Complete la siguiente tabla utilizando la regla de derivación numérica de 3 pasos más conveneniente en cada punto:

x	-1.0	0.0	1.0	2.0	3.0
$f(x)$	0.0	1.0	4.0	8.0	12.0
$f'(x)$					

2. a) Complete la primera fila de la tabla utilizando la regla de derivación numérica de 3 pasos más conveneniente en cada punto. Complete la segunda fila con el error de la aproximación, considerando que la función utilizada fue $f(x) = x^3 - 2x^2 - 2x + 1$.

   b) Complete la tercera fila de la tabla utilizando la regla de derivación numérica de 5 pasos (buscar una regla adecuada). Donde no se pueda aplicar, utilice la fórmula de 3 pasos más conveneniente. Complete la cuarta fila con el error de la aproximación, considerando la misma función anterior.

   c) Compare los errores.

x	-0.3	-0.2	-0.1	-0.0	0.1	0.2	0.3
$f(x)$	1.3930	1.3120	1.1790	1.0000	0.7810	0.5280	0.2470
$f'(x)$ (3 pasos)							
$\lvert$error$\rvert$							
$f'(x)$ (5 pasos)							
$\lvert$error$\rvert$							

3. Considere la siguiente tabla de datos para una función f:

x	-1.0	0.0	0.5	2.0
$f(x)$	3.00	2.00	2.25	6.00

   (a) Calcule una aproximación de la integral de $f(x)$ en $[-1, 2]$ mediante la regla del punto medio compuesta.

   (b) Calcule una aproximación de la integral de $f(x)$ en $[-1, 2]$ mediante la regla de los trapecios compuesta.

4. Calcule una aproximación de la integral $\int_0^1 e^{x^2} dx$ mediante:

   (a) La regla del punto medio compuesta con 5 puntos equiespaciados.

   (b) La regla de los trapecios compuesta con 5 puntos equiespaciados.

   (c) La regla de simpson con los mismos 5 puntos y los 4 puntos intermedios.

5. Considere la integral:

$$\int_1^2 (x^4 + x)dx.$$

Aproxime su valor mediante:

a) La regla de **trapecio compuesta** con $n = 3$.

b) Usando regla de integración de la forma:

$$\int_{-1}^{1} f(t)dt \approx \frac{2}{n(n-1)}[f(1) + f(-1)] + \sum_{i=2}^{n-1} A_i f(t_i)$$

Donde los nodos t_i en el intervalo $[-1, 1]$, como los coeficientes A_i de la regla se encuentran tabulados para $n = 4$:

n	t_i	A_i
4	-1.0000	0.1667
	-0.4472	0.8333
	0.4472	0.8333
	1.000	0.1667

Calcular el error de la aproximación obtenida para cada caso.

Indicación [b)]: Considere el cambio de variables:

$$x(t) = \frac{a+b}{2} + \frac{b-a}{2}t$$

para obtener

$$\int_a^b f(x)dx = \frac{b-a}{2}\int_{-1}^{1} f(x(t))dt.$$