UNA INTRODUCCIÓN A LOS SISTEMAS DINÁMICOS HAMILTONIANOS

Claudio Vidal

Marzo, 2016

ÍNDICE GENERAL

INTRODUCCIÓN

Parte de este libro sobre *SISTEMAS DINÁMICOS HAMILTONIANOS* comenzó a ser escrito en Recife, Brasil por el autor durante el segundo semestre del año 2003, período en el cual dictó la asignatura con el mismo nombre. Las notas surgieron de forma natural, una vez que el grupo de investigación en esta área ha crecido mucho en los últimos años. Por tal motivo, la palabra "natural" significa simplemente escribir aquello que los estudiantes del área necesitan saber y conocer en un primer curso de Sistemas Dinámicos Hamiltonianos. Estas notas fueron mejoradas en el año sabático (noviembre 2004 hasta agosto de 2005) del autor en la Universidad Autónoma Metropolitana de México (UAM). La actual versión ha sido completada por el autor en su actual luegar de trabajo, DMAT-UBB, con la a yuda de sus alumnos de Postgrado.

Este material se divide en 8 capítulos y en cada capítulo colocamos varias aplicaciones para facilitar la comprensión de los diferentes conceptos y resultados.

En el primer Capítulo 1 hacemos una breve y rápida introducción sobre los asuntos que juzgo esenciales para una buena lectura de estas notas. Generalidades sobre éstos y otros asuntos pueden ser encontrados en [16].

Iniciamos en el Capítulo 2 el estudio de los sistemas Hamiltonianos, colocamos sus diferentes formulaciones analíticas y geométricas. Demostramos una serie de resultados importantes para el análisis de los sistemas Hamiltonianos y en particular estudiamos los sistemas mecánicos, los cuales son un tipo particular, pero muy importante de sistemas Hamiltonianos conservativos.

El Capítulo 3 está orientado a estudiar las transformaciones de coordenadas simplécticas y mostramos su importancia para el estudio de la dinámica de los sistemas Hamiltonianos. Parte de este material surgió de la lectura del libro *Introduction to Hamiltonian Dynamical Systems and the N-Body Problem* [29].

En el Capítulo 4, estudiamos los espacios simplécticos y los espacios Lagrangianos. Parte de este material también puede ser encontrado en [29].

El Capítulo 5 se concentra en la caracterización de las matrices Hamiltonianas y en la forma normal de éstas. En este capítulo usamos parte de la tesis de Maestría de F. Pedreira [34] dirigida por Hildeberto Cabral y en la lectura del artículo *Normal forms for real linear Hamiltonian systems with purely imaginary eigenvalues* [5] además de apuntes tomados de los cursos dictados por Hildeberto Cabral en la Post-Graduación.

Exponemos en el Capítulo 6, la forma normal de Hamiltonianos no lineales. Para ésto trabajamos con el método de Gustavson; Birkhoff y más generalmente con el método de Deprit-Hori-Lie. Parte de este material también puede ser encontrado en [29] y otra referencia para estos tópicos es [10].

En el Capítulo 7 hacemos un estudio detallado sobre estabilidad de soluciones de equilibrio en sistemas Hamiltonianos. Para ésto, enunciamos y probamos los resultados debidos a *Liapunov* y *Chetaev*. También usamos el *Teorema de la curva invariante de Moser* para probar los Teoremas de Arnold y un resultado reciente debido a H. Cabral y K. Meyer [8]. Parte de estas notas son de apuntes tomados en los cursos dictados por Hildeberto Cabral en la Post-Graduación y del libro de A. Markeev [26]. Otra referencia importante para este capítulo es [9].

En el Capítulo 8 abordamos el estudio de la existencia de soluciones periódicas. Mostramos algunos métodos que nos permiten encontrar soluciones periódicas y principalmente damos bastante enfásis al *Método de la continuación de Poincaré*, al *Teorema del Centro de Liapunov*, cuya demostración fue extraída de [7] y por último al *Método de Melnikov* cuya demostración presentada fue obtenida de [27] y se debe a H. Cabral [7].

Agradezco al Departamento de Matemáticas de la UAM-Iztapalapa por la hospitalidad y a los alumnos que participaron de este curso.